Chapitre 6

Rapports et proportions

Théorie

6.1 RAPPORTS ET PROPORTIONS

6.1.1 LE RAPPORT DE DEUX NOMBRES

Si a et b sont deux nombres, le **rapport** du nombre a au nombre b est le quotient $\frac{a}{b}$.

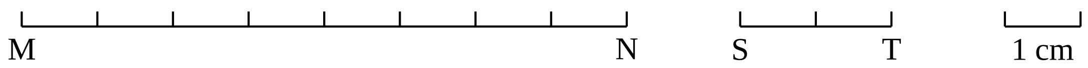
Par exemple,

$\frac{4}{7}$	est le rapport de 4 à 7
$\frac{1{,}25}{8}$	est le rapport de 1,25 à 8
$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}}$	est le rapport de $\frac{3}{5}$ à $\frac{1}{2}$

Remarque On dira que $\frac{7}{4}$ est le **rapport inverse** de $\frac{4}{7}$.

6.1.2 LE RAPPORT DE DEUX GRANDEURS DE MÊME NATURE

Comparons les longueurs des deux segments suivants:



Le segment [MN] mesure 8 cm et [ST] mesure 2 cm.

Le rapport

$$\frac{\text{longueur de [MN]}}{\text{longueur de [ST]}} = \frac{8 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = 4$$

Nous dirons que la longueur de [MN] est 4 fois celle de [ST].

Le rapport inverse est

$$\frac{\text{longueur de [ST]}}{\text{longueur de [MN]}} = \frac{2 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = \frac{1}{4}$$

Nous dirons que la longueur de [ST] est le quart de celle de [MN].

Dans cet exemple, les deux grandeurs dont on calcule le rapport sont exprimées *danslammeunit* (en cm). Leur rapport est un **nombre**, et il s'exprime **sans unité**.

> Le rapport de deux grandeurs de même nature est le quotient de leurs mesures.

Il s'exprime **sans** unité; c'est un **nombre**.

Remarques 1) Comment s'écrit un rapport ? Nous avons écrit

$$\frac{\text{longueur de [ST]}}{\text{longueur de [MN]}} = \frac{2 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = \frac{1}{4}$$

On peut écrire ce même rapport de plusieurs manières:

$\frac{1}{4}$	(fraction irréductible)
0,25	(écriture en base 10)
25 %	(pourcentage).

Certains rapports s'expriment par un nombre irrationnel. Par exemple, quel est le rapport de la longueur du cercle à son diamètre ?

Si d est la longueur du diamètre (mesurée en cm), alors la longueur du cercle est de $\pi \cdot d$ cm. On a donc

$$\frac{\text{longueur du cercle}}{\text{longueur du diamètre}} = \frac{\pi \cdot d}{d} = \pi$$

et π n'est pas un nombre rationnel.

Exercices 609 à 618

6.2 PROPORTIONS

Une proportion exprime l'égalité de deux rapports. Voici quatre proportions:

$\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$; $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$; $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{10}{2,5} = \frac{6}{1,5}$

> Une proportion est une égalité de la forme
>
> $$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$
>
> où a, b, c et d sont des nombres (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$).

Reprenons ces quatre exemples; on remarque que

$$\frac{6}{2}=\frac{12}{4} \quad \text{et} \quad 6\cdot 4 = 2\cdot 12 \qquad\qquad \frac{1}{2}=\frac{5}{10} \quad \text{et} \quad 3\cdot 12 = 4\cdot 9$$

$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12} \quad \text{et} \quad 3\cdot 12 = 4\cdot 9 \qquad\qquad \frac{10}{2{,}5}=\frac{6}{1{,}5} \quad \text{et} \quad 10\cdot 1{,}5 = 2{,}5\cdot 6$$

Ces exemples illustrent la propriété suivante:

$$\boxed{\text{si} \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \text{alors} \quad ad = bc \quad \text{si} \quad \frac{a}{b}\neq\frac{c}{d} \quad \text{alors} \quad ad \neq bc}$$

Cette propriété permet de trouver la solution d'une équation qui est écrite sous la forme d'une proportion.

Exemple Déterminer pour quelle valeur de x on a :

$$\frac{15}{x}=\frac{10}{18}.$$

On peut récrire cette équation sous la forme:

$$15\cdot 18 = 10\cdot x$$

d'où

$$x=\frac{15\cdot 18}{10}$$

et, en simplifiant la fraction, on trouve

$$x = 27.$$

Exercices 619 à 627

6.3 GRANDEURS DIRECTEMENT PROPORTIONNELLES

6.3.1 RAPPEL DE 8^{e} : LE FACTEUR DE PROPORTIONNALITÉ

Considérons la situation suivante:

Un ouvrier gagne 152 fr. pour 8 heures de travail. Pour doubler, tripler, ... son salaire, l'ouvrier doit doubler, tripler, ... son temps de travail.

Exprimons par un tableau la correspondance des grandeurs « heures de travail - salaire »:

temps de travail (en h.)	8	16	24
salaire (en fr.)	152	304	456

$$\boxed{\frac{152}{8}} = \boxed{\frac{304}{16}} = \boxed{\frac{456}{24}} = 19$$

Sous le tableau, on a calculé le rapport de chacun des nombres de la seconde ligne au nombre correspondant de la première ligne:

$$\frac{152}{8} = 19 \qquad \frac{304}{16} = 19 \qquad \frac{456}{24} = 19$$

On obtient chaque fois le même résultat: 19.

Donc pour obtenir un nombre de la seconde ligne, il suffit de multiplier par 19 le nombre correspondant de la première ligne.

Ce nombre 19 s'appelle un **facteur de proportionnalité**. Le tableau s'appelle un **tableau de proportionnalité**.

Maintenant qu'on connaît le facteur de proportionnalité, on peut compléter le tableau. On choisit d'abord les nombres de la première ligne. Ensuite on les multiplie par 19 pour calculer les nombres correspondants de la seconde ligne.

Par exemple,

$\cdot 19$

temps de travail (en h.)	4	4	10	16	21	24
salaire (en fr.)	76	152	190	304	399	456

(on a indiqué le facteur de proportionnalité à gauche du tableau).

Ce tableau comporte deux suites de nombres: ceux de la première ligne,

4 ; 8 ; 10 ; 16 ; 21 ; 24

et ceux de la seconde ligne,

76 ; 152 ; 190 ; 304 ; 399 ; 456

On dit que ces deux suites de nombres sont des **suites proportionnelles**.

Et on dit:

– le salaire est proportionnel au temps de travail,

  ou encore:

– le salaire et le travail sont des **grandeurs proportionnelles**.

> Deux suites de nombres sont (directement) proportionnelles si le rapport d'un nombre de la seconde suite au nombre correspondant de la première suite est toujours le même.

Revenons à l'exemple de la page précédente pour résoudre un problème.

Problème Un ouvrier gagne 152 fr. pour 8 h de travail. Quel sera son salaire s'il travaille 20 h?

Désignons par x le salaire (en fr.) qui correspond à 20 h de travail. Il s'agit de compléter le tableau de proportionnalité suivant:

$\cdot 19$

temps de travail (en h.)	8	20
salaire (en fr.)	152	x

On peut résoudre ce problème de deux manières.

Première méthode Écrivons une proportion. Puisque le rapport des deux nombres d'une colonne est toujours le même, on doit avoir:

$$\frac{152}{8} = \frac{x}{20}$$

Donc

$$x = \frac{20 \cdot 152}{8} = 380.$$

La réponse est: l'ouvrier gagnera 380 fr. pour 20 h de travail.

Seconde méthode Utilisons le facteur de proportionnalité ; on a vu que pour ce problème, il est égal à 19. Si x désigne le salaire pour 20h de travail, on doit donc avoir:

$$x = 19 \cdot 20 = 380.$$

6.3.2 PROPORTIONNALITÉ ET APPLICATIONS LINÉAIRES

Voici deux suites proportionnelles:

x	-2	-1	0	0,5	1	2	3,5	5
y	-6	-3	0	1,5	3	6	10,5	15

On obtient les nombres de la seconde ligne en multipliant ceux de la première ligne par 3 (3 est le coefficient de proportionnalité).

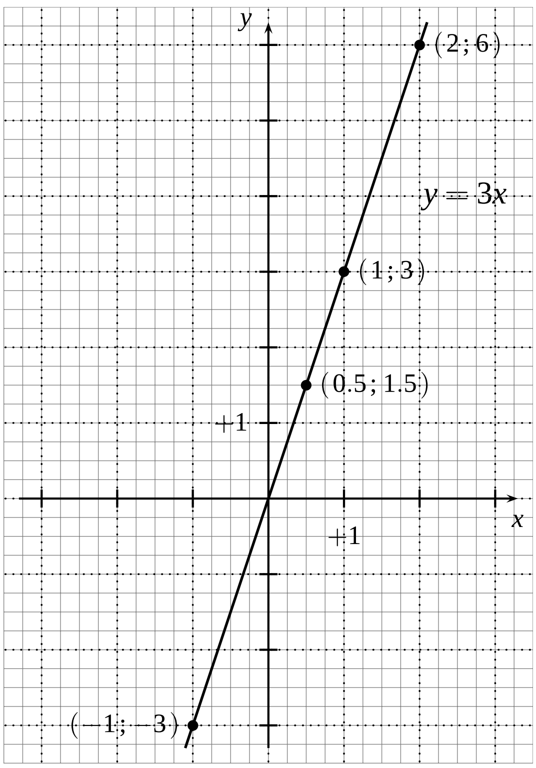
Si x désigne un nombre de la première ligne et si y désigne le nombre correspondant de la seconde ligne, on a donc:

$$y = 3x.$$

On a vu au Chapitre 3 que
f(x) = 3x
est une **application linéaire** et que la représentation graphique de cette application linéaire est la droite d'équation

$$y = 3x.$$

C'est une droite qui passe par l'origine.



6.4 GRANDEURS INVERSEMENT PROPORTIONNELLES

Considérons le problème suivant:

Problème Deux ouvriers mettent 12 heures pour construire un mur. Combien d'heures mettraient 4 ouvriers pour construire le même mur ?

Si on multiplie par deux le nombre d'ouvriers, le nombre d'heures qu'il faudra pour construire le même mur sera divisé par deux.

Exprimons par un tableau la correspondance entre le nombre d'ouvriers et le nombre d'heures qu'il faut à ces ouvriers pour construire le mur:

nombres d'ouvriers	2	1	3	4
nombre d'heures	12	24	8	6

$$\boxed{2\cdot 12} = \boxed{1\cdot 24} = \boxed{3\cdot 8} = \boxed{4\cdot 6} = 24$$

Réponse : 4 ouvriers mettraient 6 heures pour construire ce mur.

Sous le tableau, on a calculé le produit d'un nombre de la seconde ligne par le nombre correspondant de la première ligne:

$$2\cdot 12 = 24 \qquad 1\cdot 24 = 24 \qquad 3\cdot 8 = 24 \qquad 4\cdot 6 = 24$$

On obtient chaque fois le même résultat: 24.

Ce tableau comporte deux suites de nombres: ceux de la première ligne,

$$2 \quad ; \quad 1 \quad ; \quad 3 \quad ; \quad 4$$

et ceux de la seconde ligne,

$$12 \quad ; \quad 24 \quad ; \quad 8 \quad ; \quad 6$$

On dira que ces deux suites de nombres sont des **suites inversement proportionnelles**.

Et on dira :

- le temps qu'il faut pour construire le mur est inversement proportionnel au nombre d'ouvriers, ou encore:
- le nombre d'ouvriers et le temps de construction sont des **grandeurs inversement proportionnelles** (« plus il y a d'ouvriers, moins il faut de temps »).

nombre de la seconde suite par le nombre correspondant de la première suite est toujours le même.

Exercices 628 à 644

6.5 RAPPEL DE 8^{e}: EXEMPLES DE GRANDEURS PROPORTIONNELLES

6.5.1 LE TAUX D'INTÉRÊT

Une somme d'argent (le **capital**) déposée pendant une année sur un compte d'épargne rapporte une certaine somme (l'**intérêt annuel**).

L'intérêt annuel est proportionnel au capital.

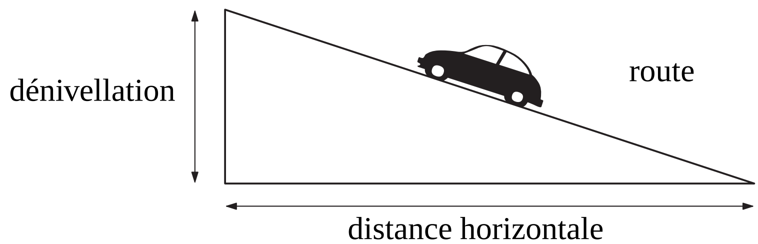
Le facteur de proportionnalité qui permet de calculer l'intérêt annuel, lorsqu'on connaît le capital, s'appelle le **taux d'intérêt**.

Le taux d'intérêt s'exprime en %.

Exercices 656 à 671

6.5.2 LA PENTE D'UNE ROUTE

Lorsqu'une route monte, ou descend, la distance verticale s'appelle la **dénivellation**.



On calcule la pente d'une route en divisant la dénivellation par la distance horizontale.

On mesure les deux longueurs dans la même unité:

$$\boxed{\text{pente d'une route} = \frac{\text{dénivellation}}{\text{distance horizontale}}}$$

Cette pente est le facteur de proportionnalité par lequel il faut multiplier la distance horizontale pour calculer la dénivellation.

La pente d'une route s'exprime généralement en %.

6.5.3 L'ÉCHELLE D'UNE CARTE OU D'UN PLAN

Les distances sur une carte, ou sur un plan, sont proportionnelles aux distances réelles.

Lorsqu'on connaît l'échelle, on peut calculer une distance sur le terrain à partir de la distance sur la carte, ou vice-versa.

Les deux distances doivent être mesurées dans la même unité:

$$\boxed{\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la carte}}{\text{distance sur le terrain}}}$$

L'échelle d'une carte s'exprime par une fraction dont le numérateur est 1.

Remarque En dessin technique, il arrive qu'on souhaite représenter un détail, ou une pièce, en **agrandissement**. L'échelle s'exprime alors par une fraction dont le **dénominateur** est 1.

Exemples

sur une carte routière

l'indication « échelle 1 : 25 000 » signifie que 1 cm sur la carte correspond à 25 000 cm, c'est-à-dire à 250 m, sur le terrain,

l'indication « échelle 1 : 1 000 000 » signifie que 1 cm sur la carte correspond à 1 000 000 cm, c'est-à-dire à 10 km, sur le terrain ;

sur un plan

l'indication « échelle 1 : 500 » signifie que 1 cm sur le plan correspond à 500cm, c'est-à-dire à 5 m, sur le terrain ;

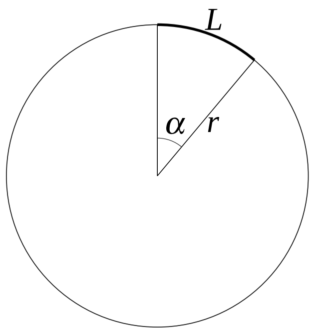
en dessin technique

l'indication « échelle 1 : 20 » signifie que 1 cm sur le plan correspond à 20cm sur l'objet représenté (il s'agit d'une réduction),

l'indication « échelle 5 : 1 » signifie que 5 cm sur le plan correspondent à 1cm sur l'objet représenté (il s'agit d'un agrandissement).

Exercices 645 à 655

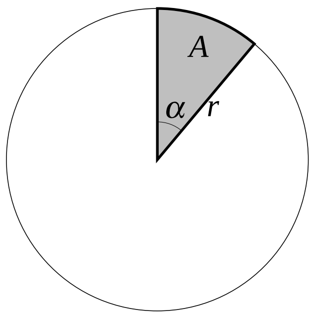
6.5.4 LA LONGUEUR D'UN ARC DE CERCLE, L'AIRE D'UN SECTEUR



La longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre.

Désignons par
L la longueur de l'arc
r le rayon du cercle
α l'angle au centre (en degrés)

$$\frac{\text{longueur de l'arc}}{\text{angle au centre}} \qquad \frac{L}{\alpha} = \frac{2\pi r}{360} \quad \text{d'où} \quad \boxed{L = \frac{\alpha \cdot 2\pi r}{360}}$$



L'aire d'un secteur de disque est proportionnelle à son angle au centre.

Désignons par
A l'aire d'un secteur
r le rayon du cercle
α l'angle au centre (en degrés)

$$\frac{\text{aire}}{\text{angle au centre}} \qquad \frac{A}{\alpha} = \frac{\pi r^2}{360} \quad \text{d'où} \quad \boxed{A = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360}}$$

Exemples 1) Calculer la longueur de l'arc de cercle intercepté par un angle au centre de 40°sur un cercle de 5 cm de rayon.

Si L est la longueur de l'arc, on a:

$$\frac{L}{40} = \frac{2 \cdot 5 \cdot \pi}{360} \quad \text{d'où} \quad L = \frac{10 \cdot \pi \cdot 40}{360} = \frac{10}{9} \cdot \pi \simeq 3{,}5$$

Réponse : La longueur de l'arc de cercle est d'environ 3,5 cm.

2) Calculer l'angle au centre d'un secteur de 17 cm^2 découpé dans un disque de 85 cm^2 d'aire.

Si α est l'angle au centre (en degrés), on a:

$$\frac{85}{360} = \frac{17}{\alpha} \quad \text{d'où} \quad \alpha = \frac{17 \cdot 360}{85} = 72$$

Réponse : L'angle au centre est de 72°.

Exercices 672 à 680

Exercices écrits

∇∇∇ **EXERCICE 609**

Exprimer

- par une fraction irréductible ou un nombre entier
- par un nombre écrit en base 10
- en pour cent
- en pour mille

chacun des rapports suivants:

1) le rapport de 56 à 7
2) le rapport de 65 à 26
3) le rapport de 0,6 à 1,25
4) le rapport de 3,5 dm à 7 dm
5) le rapport de 3 m^2 à 15 000 cm^2
6) le rapport de 0,5 dm^3 à 15 dl

∇∇∇ **EXERCICE 610**

Exprimer

- par une fraction irréductible ou un nombre entier
- par un nombre écrit en base 10
- en pour cent
- en pour mille

chacun des rapports suivants:

1) le rapport de 60 à 48
2) le rapport de 1,25 à $\frac{15}{2}$
3) le rapport de $\frac{3}{35}$ à $\frac{4}{7}$
4) le rapport de 0,7 m^2 à 0,35 dam^2
5) le rapport de 520 cm^3 à 13 dl
6) le rapport de 1690 mm à 0,26 hm

∇∇∇ **EXERCICE 611**

Dans une liquidation, on vend 360 fr. un appareil qui coûtait 600 fr. Calculer le pourcentage de remise sur cet appareil.

∇∇∇ **EXERCICE 612**

Un commerçant a acheté un produit au prix de 80 fr. les 100 kg. Il l'a revendu 1,20 fr. le kg. Exprimer son bénéfice en % du prix d'achat.

∇∇∇ **EXERCICE 613**

En raison de la chaleur, un rail de 80 m s'est dilaté de 36 cm. Calculer en $^{o}/_{oo}$ le rapport de la longueur de la dilatation à la longueur du rail.

∇∇∇ **EXERCICE 614**

Un rectangle mesure 12 cm sur 9 cm. Calculer le rapport de la longueur de sa diagonale à la longueur de chacun de ses côtés.

∇∇∇ **EXERCICE 615**

Soit un carré de côté *c*.

1) Exprimer par un nombre exact le rapport de la longueur de la diagonale du carré à la longueur de son côté.

2) Combien mesure la diagonale d'un carré de 10 cm de côté ?

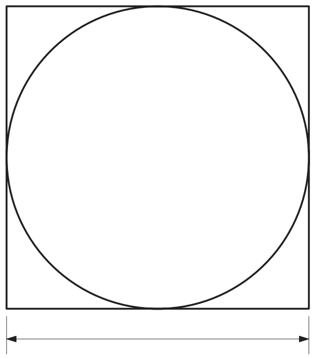
∇∇∇ EXERCICE 616

Soit un triangle équilatéral de côté c.

1) Exprimer par un nombre exact le rapport de la longueur de sa hauteur à la longueur de son côté.

2) Combien mesure la hauteur d'un triangle équilatéral de 20 cm de côté ?

∇∇∇ EXERCICE 617

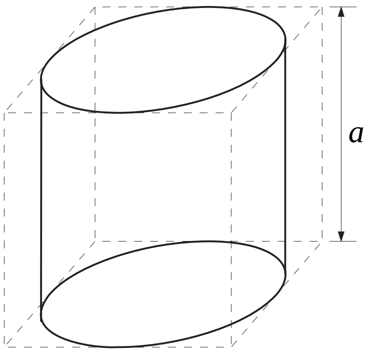


Un disque est inscrit dans un carré de côté c. Exprimer par un nombre exact le rapport

1) du périmètre du disque au périmètre du carré;

2) de l'aire du disque à l'aire du carré.

∇∇∇ EXERCICE 618



Un cylindre est exactement contenu dans un cube d'arête a. Exprimer par un nombre exact le rapport du volume du cylindre au volume du cube.

∇∇∇ EXERCICE 619

Dans chaque cas, calculer x pour que la proportion soit vérifiée:

1) $\dfrac{15}{12} = \dfrac{10}{x}$ 3) $\dfrac{x}{0,5} = \dfrac{0,3}{1,2}$ 5) $\dfrac{3-x}{x} = \dfrac{7}{3}$

2) $\dfrac{6}{4} = \dfrac{x}{5}$ 4) $\dfrac{x}{7} = \dfrac{\frac{3}{7}}{8}$ 6) $\dfrac{x}{5} = \dfrac{\frac{5}{36}}{x}$

∇∇∇ EXERCICE 620

Dans chaque cas, calculer x pour que la proportion soit vérifiée:

1) $\dfrac{20}{x} = \dfrac{8}{5}$ 3) $\dfrac{\frac{3}{2}x}{\frac{7}{4}} = \dfrac{\frac{8}{5}}{3,5}$ 5) $\dfrac{1-\frac{1}{3}}{5} = \dfrac{3}{x}$

2) $\dfrac{2}{x} = \dfrac{x}{32}$ 4) $\dfrac{4-x}{x} = \dfrac{8}{3}$ 6) $\dfrac{2x-1}{x+2} = \dfrac{4x-1}{2x+3}$

∇∇∇ EXERCICE 621

Dans chaque cas, calculer x pour que la proportion soit vérifiée:

1) $\dfrac{\frac{3}{2}x}{0{,}3} = \dfrac{1{,}2}{0{,}5}$ 3) $\dfrac{x}{5} = \dfrac{1{,}25}{x}$ 5) $\dfrac{x+4}{4} = \dfrac{5}{x-4}$

2) $\dfrac{15^6}{3^7} = \dfrac{5^8}{x}$ 4) $\dfrac{2x-3}{x+1} = \dfrac{3}{7}$ 6) $\dfrac{2x}{9} = \dfrac{\frac{9}{50}}{x}$

∇∇∇ EXERCICE 622

Le rapport des âges de deux personnes est de $\frac{4}{9}$. La plus jeune a 24 ans. Quel est l'âge de l'aînée?

∇∇∇ EXERCICE 623

La différence de deux nombres est égale à 72 et leur rapport est de 7. Quels sont ces nombres?

∇∇∇ EXERCICE 624

Le rapport de deux nombres est de $\frac{5}{16}$ et leur produit est 45. Quels sont ces nombres?

∇∇∇ EXERCICE 625

Un commerçant vend un article en réalisant un bénéfice de 15 % par rapport au prix d'achat. Sachant que ce bénéfice est de 10,50 fr., calculer le prix d'achat de cet article.

∇∇∇ EXERCICE 626

Une personne doit verser 912 fr. pour s'acquitter d'une facture sur laquelle un rabais de 5 % lui a été consenti. A combien s'élevait la facture avant le rabais?

∇∇∇ EXERCICE 627

Une pharmacienne a mélangé 200 ml d'un liquide contenant 30 % d'alcool et 500 ml d'un liquide contenant 16 % d'alcool. Quel est le pourcentage d'alcool du mélange?

∇∇∇ EXERCICE 628

Les grandeurs suivantes sont-elles directement proportionnelles, inversement proportionnelles ou ni l'un ni l'autre?

1) le prix payé pour des oranges et le poids de ces oranges,

2) le nombre d'ouvriers et le temps nécessaire pour effectuer un certain travail,

3) le nombre d'heures de travail et le salaire,

4) la longueur d'une course en taxi et le prix payé,

5) le temps mis par une voiture pour effectuer un trajet donné et sa vitesse moyenne,

6) à vitesse constante, la distance parcourue et le temps.

∇∇∇ EXERCICE 629

Les grandeurs suivantes sont-elles directement proportionnelles, inversement proportionnelles ou ni l'un ni l'autre?

1) le périmètre d'un carré et son côté,

2) l'aire d'un carré et son côté,

3) pour une aire donnée, la largeur d'un rectangle et sa longueur,

4) la distance sur une carte et la distance réelle,

5) la contenance d'un récipient et la masse d'eau qu'il contient lorsqu'il est plein,

6) pour une aire de base donnée, la capacité d'un réservoir et sa profondeur.

∇∇∇ EXERCICE 630

Une voiture consomme 5 litres d'essence pour parcourir 80 km.

1) Combien consommera-t-elle pour parcourir 100 km ?

2) Quelle distance peut-elle parcourir avec 24 litres d'essence ?

∇∇∇ EXERCICE 631

J'ai mis une heure pour parcourir à pied les 5,4 km qui me séparent de chez mon ami. Je suis revenu à vélo à la vitesse de 18 km/h. Combien de temps ai-je gagné ?

∇∇∇ EXERCICE 632

Une voiture consomme 10 cm^3 d'essence pour rouler pendant 16 secondes à 120 km/h. Combien consommera-t-elle de centilitres d'essence pour parcourir 38km à la même vitesse ?

∇∇∇ EXERCICE 633

30 ouvriers ont creusé une tranchée en 96 heures. Combien de temps 24 de ces ouvriers auraient-ils mis pour effectuer le même travail ?

∇∇∇ EXERCICE 634

Un rectangle a une longueur de 12 cm et une largeur de 4 cm. Quelle est la largeur d'un rectangle de même aire, dont la longueur mesure 16 cm ?

∇∇∇ EXERCICE 635

A marée basse, une échelle de coupée, fixée par son sommet au flanc du navire, a 12 échelons hors de l'eau. Ces échelons sont à 25 cm les uns des autres et la mer monte de 75 cm en une heure. Combien d'échelons restera-t-il hors de l'eau après 1 h 30 min de marée montante ?

∇∇∇ EXERCICE 636

Deux amis, Henri et Jérôme, ont loué une voiture. Ils ont payé 510 francs. Ils ont parcouru ensemble 1200 km. Henri a ensuite parcouru seul 280 km. Comment répartir équitablement les frais ?

∇∇∇ EXERCICE 637

Quatre personnes louent ensemble un chalet. Ils calculent que la part de chacun sera de 150 fr. Une cinquième personne se joint au groupe. Combien chaque personne devra-t-elle payer pour le loyer ?

∇∇∇ EXERCICE 638

Le volume de l'eau augmente de 7,5 % en se congelant. Quel volume de glace obtient-on avec 200 litres d'eau ?

∇∇∇ EXERCICE 639

Un nénuphar, dont la surface double tous les jours, met 10 jours pour couvrir un étang. Combien de temps auraient mis deux nénuphars de cette espèce pour couvrir ce même étang ?

∇∇∇ EXERCICE 640

Un organisateur d'excursions fait des provisions pour 6 jours, prévues pour 12personnes. Finalement, 18 personnes participent à l'excursion. Combien de temps les provisions dureront-elles ?

∇∇∇ EXERCICE 641

Une pendule indique l'heure exacte à midi. Le soir, à 7 heures et demie, elle retarde de 3 minutes et 20 secondes. Quelle heure indiquera-t-elle le lendemain matin à 6 heures ?

∇∇∇ **EXERCICE 642**

En roulant à 80 km à l'heure, une voiture met 5 heures pour effectuer un trajet. Combien de temps mettra-t-elle pour parcourir le même trajet à 50 km àl'heure ?

∇∇∇ **EXERCICE 643**

Paquito aimerait aller de Genève au festival de Nyon puis revenir à Genève. La distance de Genève à Nyon est de 25 km. Il a 2,20 fr. en poche. Le réservoir de son boguet est vide. Son vélomoteur consomme 5 litres pour 100 km. Le prix du litre d'essence est de 90 centimes. A-t-il assez d'argent pour faire ce trajet ? Sinon, quelle distance devra-t-il parcourir à pied ?

∇∇∇ **EXERCICE 644**

Lors d'une vente, le rapport du bénéfice au prix de vente est de 20 %. Quel est le rapport du prix de vente au prix d'achat ?

∇∇∇ **EXERCICE 645**

1) Quelle est, en %, la pente de la diagonale d'un carré posé sur un de ses côtés ?

2) Quelle est, en %, la pente de la diagonale d'un rectangle posé sur sa longueur, si sa largeur mesure x mètres et sa longueur 2x mètres ?

∇∇∇ **EXERCICE 646**

Un géomètre remet à un propriétaire le plan d'une parcelle de 80 m sur 55m. Le plan a les dimensions suivantes: 32 cm sur 22 cm. Quelle est l'échelle de ce plan ?

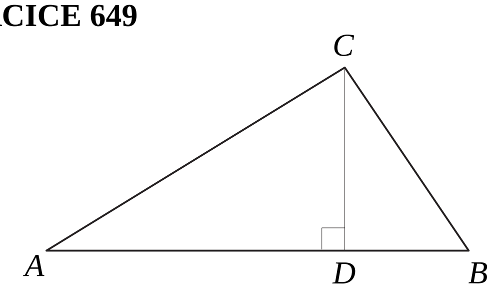
∇∇∇ **EXERCICE 647**

Une carte au 1:25 000 a été reproduite, agrandie 4 fois, dans un journal. Quelle est l'échelle de la carte que les lecteurs du journal ont sous les yeux?

∇∇∇ **EXERCICE 648**

Un élève s'est trompé en calculant la pente d'un funiculaire, et a calculé le rapport de la distance horizontale à la dénivellation. Il a obtenu 400 %. Quelle est la pente véritable ?

∇∇∇ **EXERCICE 649**



ABC est un triangle. La base [AB] mesure 23 cm. La hauteur [CD] mesure 6 cm. Calculer la pente de [BC], sachant que [AC] a une pente de 40%.

∇∇∇ **EXERCICE 650**

Sur une carte au 1:400 000, la distance entre deux villages est de 56 cm. Quelle serait la distance en centimètres entre ces villages sur une carte au 1:1000000 ?

∇∇∇ **EXERCICE 651**

Un téléphérique relie deux stations dont l'une est à 530 m d'altitude. Sur une carte au 1:20 000, les deux stations sont distantes de 7,5 cm. Calculer l'altitude de l'autre station, sachant que le câble du téléphérique a une pente de 28%.

∇∇∇ **EXERCICE 652**

Quelle est la pente moyenne d'une colline de 100 m de hauteur, si un village situé à son sommet et un autre à sa base sont distants de 16 cm sur une carte au 1:5000 ?

∇∇∇ **EXERCICE 653**

Un escalier roulant a une pente de 16 % et relie deux étages dont la différence de niveau est de 4,4 m. Sur le plan du magasin, sa longueur est de 55 cm. Calculer l'échelle de ce plan.

∇∇∇ **EXERCICE 654**

Reproduire ce rectangle. À l'intérieur du rectangle, dessiner 3 rectangles dont les dimensions soient dans le même rapport que les dimensions du rectangle donné.

∇∇∇ **EXERCICE 655**

Sur une carte au 1:500 000, la distance entre deux villes est inférieure de8cm à leur distance sur une carte au 1:300 000. Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

∇∇∇ **EXERCICE 656**

Calculer l'intérêt annuel que rapporte un capital de 6000 fr. placé à $3\frac{3}{4}$%.

∇∇∇ **EXERCICE 657**

Quel est l'intérêt que rapporte un capital de 8400 fr. placé à 4 % pendant 15mois?

∇∇∇ **EXERCICE 658**

Calculer l'intérêt que rapporte un capital de 12 000 fr. placé à 4,5 % pendant 80jours.

∇∇∇ **EXERCICE 659**

L'intérêt d'un capital placé pendant 9 mois à 4 % s'élève à 165 fr. Quel est ce capital ?

∇∇∇ **EXERCICE 660**

Un rentier désire s'assurer un revenu mensuel de 6000 fr. Quel capital devrait-il placer à 4,5 % pour y parvenir ?

∇∇∇ **EXERCICE 661**

Un capital placé à 5 % se monte à 2000 fr. après 10 mois. Quel est ce capital ?

∇∇∇ **EXERCICE 662**

A quel taux faudrait-il placer 5000 fr. pour obtenir un intérêt de 125 fr. en 5mois?

∇∇∇ **EXERCICE 663**

J'ai emprunté 8000 fr. pour une année. A la fin de cette année, je rembourserai 8360 fr. Calculer le taux d'intérêt sur cet emprunt.

∇∇∇ **EXERCICE 664**

On a placé 60 000 fr. à 5 % pendant 8 mois. Pendant combien de temps faudrait-il placer 90 000 fr. à 4 % pour obtenir le même intérêt ?

∇∇∇ **EXERCICE 665**

On dispose d'une somme de 6000 fr. On en place les $\frac{2}{3}$ à 4 % et le reste à 5%. Quel est l'intérêt annuel total ?

∇∇∇ **EXERCICE 666**

Un capital de 48 000 fr. a été placé dans une banque pendant un an et a rapporté 2200 fr. d'intérêt. Pendant les sept premiers mois, le taux a été de 5%, puis le taux a changé pour le reste de l'année. Quel était le nouveau taux?

∇∇∇ **EXERCICE 667**

Un capital placé à 3 % pendant 2 mois et 20 jours rapporte 7200 fr. de moins que s'il était placé à 4 % pendant 5 mois. Quel est ce capital ?

∇∇∇ **EXERCICE 668**

A quel taux faudrait-il placer un capital pour qu'il double en 20 ans ?

∇∇∇ **EXERCICE 669**

Un capital de 6000 fr. a rapporté un intérêt annuel de 320 fr. Le taux a passé en cours d'année de 6 % à 5 %. Pendant combien de mois le capital a-t-il été placé à 6 %?

∇∇∇ **EXERCICE 670**

36 000 fr. sont placés à un certain taux; 24 000 fr. sont placés à un taux supérieur de 1,5 % au précédent. La somme des intérêts annuels est de 3000fr. A quels taux ces deux sommes ont-elles été placées?

∇∇∇ **EXERCICE 671**

Deux capitaux rapportent ensemble 6600 fr. d'intérêt annuel. L'un, placé à 4%, est supérieur de 12 000 fr. à l'autre, placé à $4\frac{1}{2}$ %. Quels sont ces deux capitaux?

∇∇∇ **EXERCICE 672**

Calculer la longueur des arcs et l'aire des secteurs suivants:

Rayon du cercle	Angle au centre
5 cm	180^o
5 cm	90^o
5 cm	45^o
10 cm	36^o
8 cm	72^o

∇∇∇ **EXERCICE 673**

1) Calculer l'angle au centre qui intercepte sur un cercle de 5 cm de rayon un arc de 5 cm de longueur.

2) Calculer l'angle au centre qui intercepte sur un cercle de 8 cm de rayon un arc de 8 cm de longueur.

3) Calculer l'angle au centre qui intercepte sur un cercle de rayon r un arc de longueur r.

∇∇∇ **EXERCICE 674**

Quel est le rayon du cercle sur lequel un angle au centre de 72^ointercepte un arc de 12 cm de long?

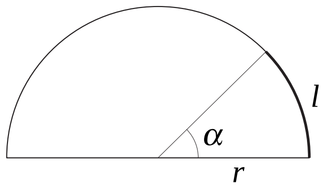
∇∇∇ **EXERCICE 675**

Calculer l'angle au centre qui intercepte un secteur de 24 cm^2 d'aire sur un disque de 8 cm de rayon.

∇∇∇ **EXERCICE 676**

Le rayon d'un disque est de 6 cm. Quelle est l'aire du secteur intercepté par un angle au centre de 135^o? (Prendre pour π la valeur approximative 3.)

∇∇∇ **EXERCICE 677**



Calculer r, sachant que $l = 9{,}42$ cm et $\alpha = 45^o$.

∇∇∇ **EXERCICE 678**

Un angle au centre de 135^ointercepte un secteur de 40,5 cm^2 d'aire. Quel est le rayon du disque?

∇∇∇ **EXERCICE 679**

Sur un cercle, un angle au centre α intercepte un arc de 2,1 cm de long et un secteur de 3 cm^2 d'aire. Sur ce même cercle, un autre angle au centre β intercepte un secteur de 4 cm^2 d'aire. Quelle est la longueur de l'arc intercepté sur ce cercle par l'angle β?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 680**

Un angle au centre α intercepte un secteur de 40,5 cm^2 d'aire et un arc de 18 cm de long. Quel et le rayon du disque ? (Prendre pour π la valeur approximative 3.)

Exercices de développements

∇∇∇ **EXERCICE 681**

Montrer que si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, alors

1) $\dfrac{b}{a} = \dfrac{d}{c}$ 2) $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$ 3) $\dfrac{a+c}{b+d} = \dfrac{c}{d}$

∇∇∇ **EXERCICE 682**

Avec 12 kg de blé on obtient 11 kg de farine. Il faut 10 kg de farine pour faire 13 kg de pain. Combien de kilogrammes de pain peut-on faire avec 4800 kg de blé ?

∇∇∇ **EXERCICE 683**

Le rapport de a à b est de $\dfrac{1}{3}$. Le rapport de b à c est de $\dfrac{1}{2}$. Calculer le rapport de a à c.

∇∇∇ **EXERCICE 684**

Le rapport de u à v est de $\dfrac{2}{5}$ et le rapport de v à z est de $\dfrac{3}{7}$.

Quel est le rapport de u à z ?

∇∇∇ **EXERCICE 685**

Quel doit être le rapport du côté d'un carré de longueur a au rayon r d'un disque, afin que le carré et le disque aient la même aire ?

∇∇∇ **EXERCICE 686**

1) On augmente de 10 % les dimensions d'un rectangle. Quelle est, en %, l'augmentation de l'aire de de rectangle ?

2) Répondre à la même question pour un disque dont on augmente le rayon de 10 %.

∇∇∇ **EXERCICE 687**

850 kg d'eau salée contiennent 8 % de sel. On ajoute de l'eau pure. La proportion de sel est alors de 2 %. Combien de litres d'eau a-t-on ajoutés ?

∇∇∇ **EXERCICE 688**

En pliant en deux, dans le sens de la longueur, une feuille de format A4, on obtient une feuille de format A5. Le rapport $\dfrac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$ est le même pour les deux feuilles. Montrer, sans effectuer de mesures, que ce rapport est de $\sqrt{2}$.

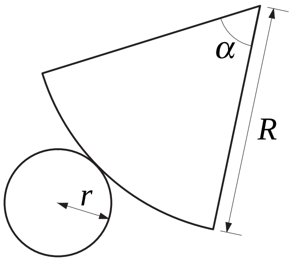
∇∇∇ **EXERCICE 689**

Partager le nombre 837 en parties x, y, z inversement proportionnelles aux nombres 3, 4 et 6.

∇∇∇ **EXERCICE 690**

Une route de 240 m a été construite par 18 ouvriers en 8 jours. Combien de jours mettront 15 de ces ouvriers pour construire une route de 400m?

∇∇∇ EXERCICE 691



Voici le développement d'un cône. Calculer le rayon r, sachant que $\alpha = 60^{\text{o}}$ et $R = 18$ cm.