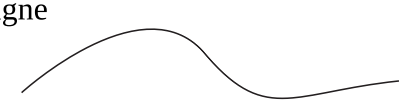
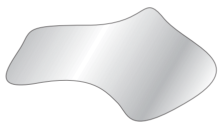
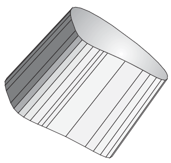
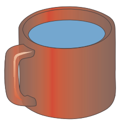
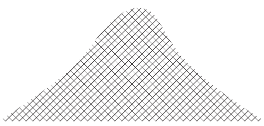
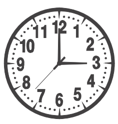
Chapitre 9

Les volumes

Théorie

9.1 LES UNITÉS DE MESURE

	Mesure	Unité de mesure (avec abréviation)
ligne 	la longueur	le mètre (m)
surface 	l’aire	le mètre carré (m^2)
corps 	le volume	le mètre cube (m^3)
récipient 	la capacité	le litre (l)
quantité de matière 	la masse	le gramme (g)
durée 	le temps	la seconde (s))

L'unité de temps est la seconde (s). Pour les transformations, il est utile de se rappeler que :

1 minute (min) = 60 s

1 heure (h) = 60 min = 3600 s

1 jour (j) = 24 h = 1440 min = 86 400 s

Exemple 1 Transformer 4 h 54 min 12 s en secondes.

4 h = 4 · 60 min = 240 min et 240 min = 240 · 60 s = 14 400 s

54 min = 54 · 60 s = 3240 s

4 h 54 min 12 s = 14 400 s + 3240 s + 12 s = 17 652 s.

Exemple 2 Transformer 8000 s en heures, minutes et secondes.

Puisque

8000 : 60 = 133 et il reste 20,

on a :

8000 s = 133 min 20 s.

Et puisque

133 : 60 = 2 et il reste 13,

on a :

133 min = 2 h 13 min.

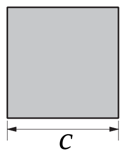
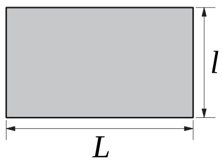
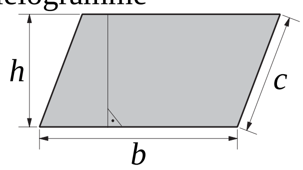
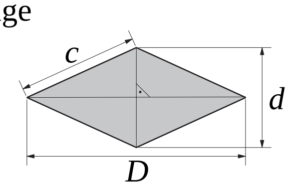
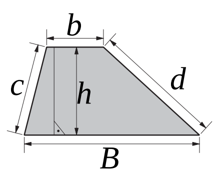
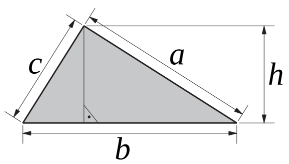
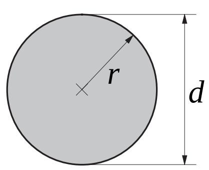
Donc

8000 s = 2 h 13 min 20 s.

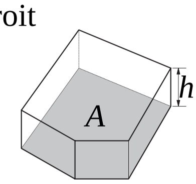
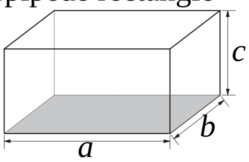
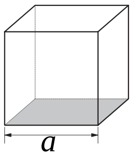
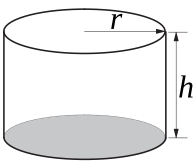
Exercices 759 à 765

9.2 FORMULAIRE

9.2.1 LONGUEURS ET AIRES

Figure	Périmètre	Aire
Carré 	$4 \cdot c$	c^2
Rectangle 	$2 \cdot (L + l)$	$L \cdot l$
Parallélogramme 	$2 \cdot (b + c)$	$b \cdot h$
Losange 	$4 \cdot c$	$\frac{D \cdot d}{2}$
Trapèze 	$B + b + c + d$	$\frac{B + b}{2} \cdot h$
Triangle 	$a + b + c$	$\frac{b \cdot h}{2}$
Disque 	$\pi \cdot d = \pi; \cdot 2r$	$\pi \cdot r^2$

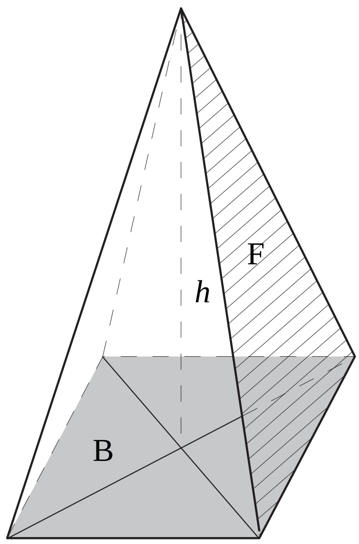
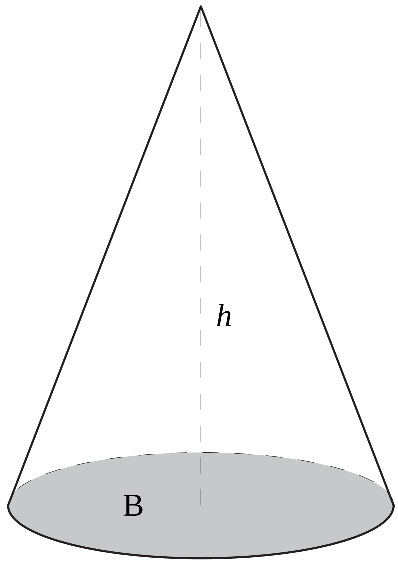
9.2.2 VOLUMES

Corps	Volume
Prisme droit 	aire de la base · hauteur = $A \cdot h$
Parallélépipède rectangle 	aire de la base · hauteur = $a \cdot b \cdot c$
Cube 	aire de la base · hauteur = a^3
Cylindre 	aire de la base · hauteur = $\pi \cdot r^2 \cdot h$

Exercices 766 à 772

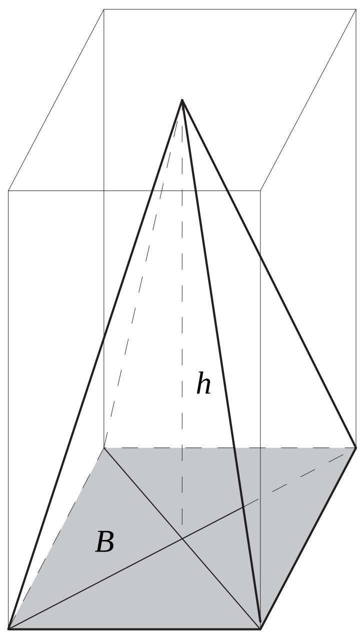
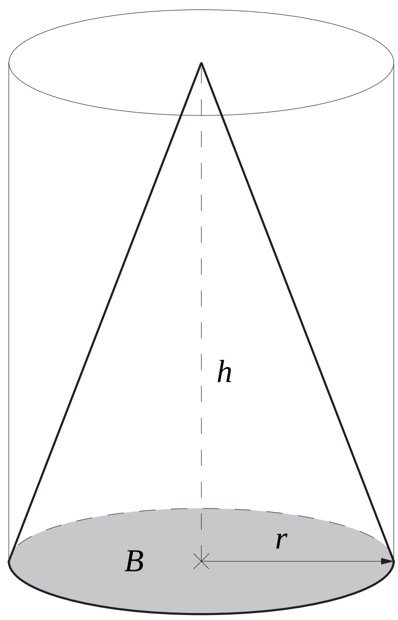
9.3 LA PYRAMIDE ET LE CÔNE

9.3.1 PYRAMIDE RÉGULIÈRE ET CÔNE DROIT

	Pyramide régulière	Cône droit
		
Hauteur (h)	Le centre de la base est le pied de la hauteur issue du sommet.	
Base (B)	Polygone régulier	Disque
Faces (F)	Triangles isocèles	

9.3.2 VOLUME DE LA PYRAMIDE ET VOLUME DU CÔNE

Le volume d’une pyramide (d’un cône) est égal au tiers du volume d’un prisme (d’un cylindre) de même base et de même hauteur.

<table>
<tr><td></td><td>Pyramide régulière</td><td>Cône droit</td></tr>
<tr><td></td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Volume (V)</td><td colspan="2">$V = \dfrac{\text{aire de la base} \cdot \text{hauteur}}{3}$</td></tr>
<tr><td>$V = \dfrac{B \cdot h}{3}$</td><td>$V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$</td></tr>
</table>

Remarque Aire totale d’une pyramide = aire de la base + aire des 4 triangles latéraux

Exemple 1 Calculer le volume d’un cône dont le diamètre du disque de base mesure 8 cm et la hauteur 12 cm.

$$V = \frac{\text{aire de base} \cdot \text{hauteur}}{3}$$
$$V = \frac{(\pi \cdot 4^2) \cdot 12}{3} = 64 \cdot \pi$$

En prenant pour π la valeur approximative 3,14 on a :

$$V \simeq 64 \cdot 3{,}14$$

c’est-à-dire

$$V \simeq 200{,}96$$

Réponse Le volume du cône est d’environ 200,96 cm^3.

Exemple 2 Une pyramide régulière a une hauteur de 10 dm. Sa base est un carré de 5 dm de côté. Calculer l'aire totale de cette pyramide.

1. *Calcul de d*

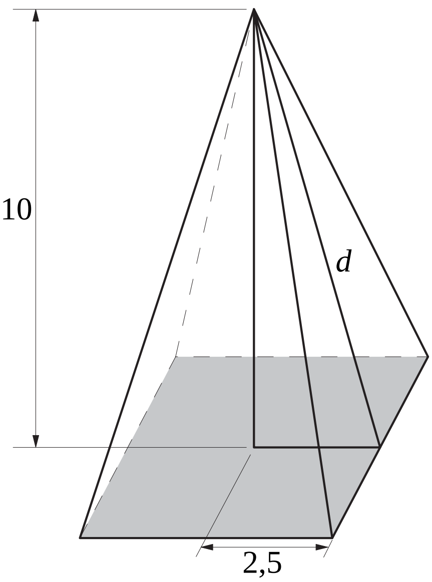
$$\begin{aligned} d^2 &= 10^2 + 2{,}5^2 \\ d^2 &= 100 + 6{,}25 \\ d^2 &= 106{,}25 \text{ dm}^2 \\ d &= \sqrt{106{,}25} \\ d &\simeq 10{,}3 \text{ dm} \end{aligned}$$

d mesure environ 10,3 dm.

2. *Aire totale*

aire de base + aire des 4 triangles latéraux

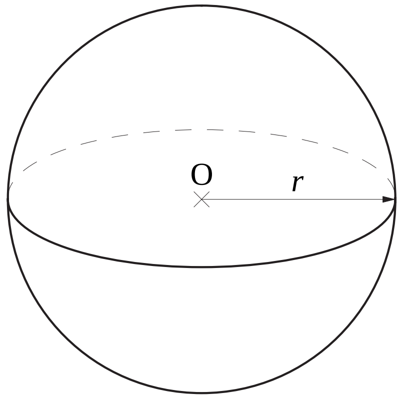
$$\begin{aligned} 5^2 + 4 \cdot \frac{5 \cdot 10{,}3}{2} &= 25 + 103 \\ &= 128 \end{aligned}$$



Réponse L'aire totale de cette pyramide est d'environ 128 dm^2.

Exercices 773 à 783

9.4 LA SPHÈRE



O : centre de la sphère
r : rayon de la sphère

Volume de la sphère

$$\boxed{V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}$$

Exemple Calculer le rayon d'une sphère dont le volume est de 267,95 cm^3.

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Si le rayon r est exprimé en cm, on doit avoir

$$\begin{aligned} 267{,}95 &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \\ r^3 &= \frac{267{,}95 \cdot 3}{4 \cdot \pi} \end{aligned}$$

En prenant pour π la valeur approximative 3,14 on a :

$$r^3 \simeq 64$$

d'où

$$r \simeq \sqrt[3]{64}$$

c'est-à-dire

$$r \simeq 4$$

Réponse Le rayon de la sphère mesure approximativement 4 cm.

Exercices 784 à 788

Exercices écrits

∇∇∇ **EXERCICE 759**

Transformer dans l'unité indiquée :

1) 52,7 dl en dm^3
2) 5,07 dal en cm^3
3) 0,014 hl en cl
4) 36,7 dm^3 en m^3
5) 3 m^3 en dl
6) 0,0753 m^3 en cl

∇∇∇ **EXERCICE 760**

Transformer dans l'unité indiquée :

1) 3,37 hg en dg
2) 5,32 hl en m^3
3) 11,1 g en kg
4) 52 m^3 en hl
5) 32 t en kg
6) 0,003 dal en ml

∇∇∇ **EXERCICE 761**

Effectuer les opérations suivantes :

1) 33,5 hl + 0,05 m^3 + 1500 dm^3
2) 8,73 km + 0,05 km + 300 m + 2 dam + 1500 dm
3) 0,05 m^2 + 45 000 mm^2 + 12 dm^2 + 2800 cm^2
4) 4850 dal - 2,4 m^3
5) 0,054 m^2 - 350 cm^2
6) 3,5 t - 150,2 kg

∇∇∇ **EXERCICE 762**

Transformer en secondes :

1) 1 h 30 min
2) 2 h 24 min
3) 360 min
4) 12 h 8 min 36 s
5) 2 h 56 s
6) 5 h 43 min 12 s

∇∇∇ **EXERCICE 763**

Transformer en heures, minutes et secondes :

1) 180 min
2) 150 min
3) 7843 s
4) 86 400 s
5) 3654 min
6) 2 h 400 min 27 s

∇∇∇ **EXERCICE 764**

Un vélomoteur roule à une vitesse de 32 km/h. Combien de mètres parcourt-il en une seconde ?

∇∇∇ **EXERCICE 765**

Un sprinter court les 100 mètres en 10 secondes. Calculer sa vitesse en km/h.

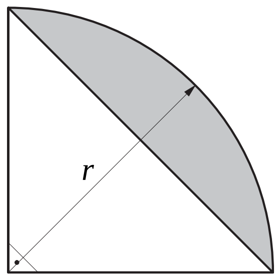
∇∇∇ **EXERCICE 766**

L'aire d'un trapèze est de 94,5 m^2 et sa hauteur est de 70 dm. Une de ses bases mesure 1,5 dam. Calculer la longueur de l'autre base.

∇∇∇ **EXERCICE 767**

Un trapèze isocèle et un triangle isocèle ont chacun une aire de 135 cm^2. Calculer la différence de leurs périmètres, sachant que la base du triangle mesure 18 cm et que celles du trapèze mesurent 18 cm et 27 cm.

∇∇∇ **EXERCICE 768**



Sachant que l'aire de la surface ombrée mesure 900 mm^2, calculer la longueur du rayon r.

∇∇∇ **EXERCICE 769**

L'aire totale des faces d'un prisme droit à base rectangulaire est de 162 cm^2. Les dimensions du rectangle de base sont 3 cm et 7 cm. Calculer le volume du prisme.

∇∇∇ **EXERCICE 770**

La base d'un prisme droit est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 30 cm et 40 cm. Son volume est de 105 cm^3. Calculer l'aire totale de ce prisme.

∇∇∇ **EXERCICE 771**

Quel rayon faut-il donner à un cylindre de 18 cm de hauteur pour que sa capacité soit de 1 litre ?

∇∇∇ **EXERCICE 772**

Calculer le volume d'un cylindre dont l'aire totale est de 69,08 m^2 et dont la base a un diamètre de 2 m.

∇∇∇ **EXERCICE 773**

Calculer le volume d'une pyramide dont la base est un carré de 7,2 cm de côté et dont la hauteur mesure 5,2 cm.

∇∇∇ **EXERCICE 774**

Une pyramide à base carrée a un volume de 405 cm^3 et une hauteur de 15 cm. Calculer le côté de son carré de base.

∇∇∇ **EXERCICE 775**

Une pyramide à base rectangulaire a un volume de 75 cm^3 et une hauteur de 18 cm. Calculer les dimensions du rectangle de base, sachant que sa longueur est le double de sa largeur.

∇∇∇ **EXERCICE 776**

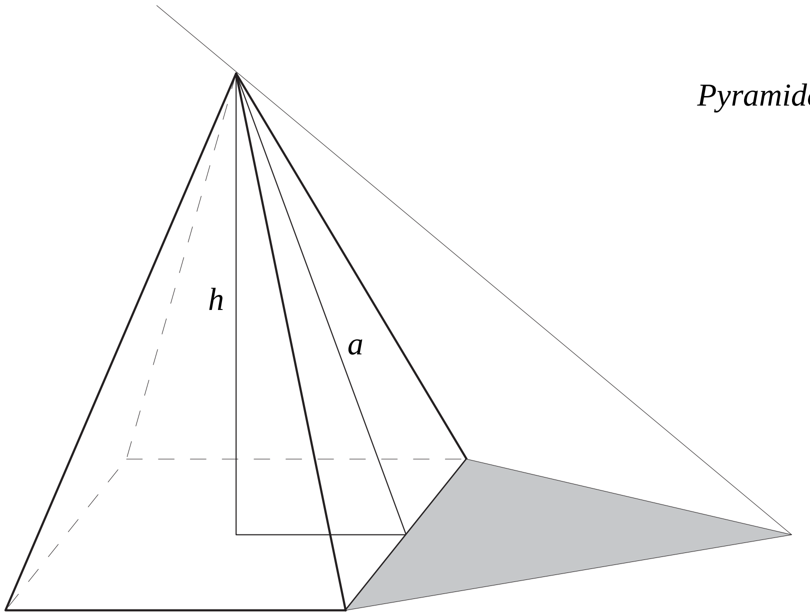
Une pyramide a une base carrée de 4 cm de côté et une arête de 10 cm. Calculer son volume.

∇∇∇ **EXERCICE 777**

Une pyramide à base rectangulaire a un volume de 800 cm^3. Les dimensions du rectangle de base sont 6 cm et 8 cm. Calculer l'aire totale de cette pyramide, sachant que le pied de la hauteur coïncide avec le milieu de la base.

∇∇∇ EXERCICE 778

Les pyramides d'Égypte sont des pyramides régulières à base carrée.



Pyramide de CHÉOPS

$a = 180$ m
$h = 138$ m

Sur cette figure, l'ombre de la pyramide a la même aire que chacune des faces latérales.

1) Calculer :

(a) l'aire de la base,

(b) le volume,

(c) l'aire de l'ombre,

(d) la longueur des arêtes,

(e) la pente des faces latérales.

2) Quel est le volume de pierres qu'il faudrait ajouter pour augmenter les dimensions (hauteur, côté de la base) de la pyramide de 1 m ?

∇∇∇ EXERCICE 779

Calculer le volume d'un cône dont le diamètre du disque de base mesure 8 cm et la hauteur 12 cm.

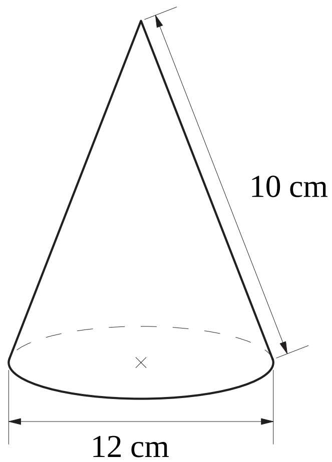
∇∇∇ EXERCICE 780

La hauteur d'un cône est égale au diamètre d de son disque de base. Exprimer son volume en fonction de d.

∇∇∇ EXERCICE 781

Calculer la hauteur d'un cône dont la base a un diamètre de 6 cm et dont le volume est de 65,94 cm^3.

∇∇∇ **EXERCICE 782**



Calculer le volume de ce cône.

∇∇∇ **EXERCICE 783**

Un cône a une hauteur de 27 cm et un volume de 452,16 cm^3. Calculer le rayon de son disque de base.

∇∇∇ **EXERCICE 784**

En supposant qu'une orange soit une sphère, calculer son volume si son diamètre mesure 9 cm. Quelle est sa capacité de jus en cl, si on admet qu'une orange rend $\frac{4}{5}$ de son volume en jus ?

∇∇∇ **EXERCICE 785**

Calculer le rayon d'une sphère dont le volume est de 113,04 dm^3.

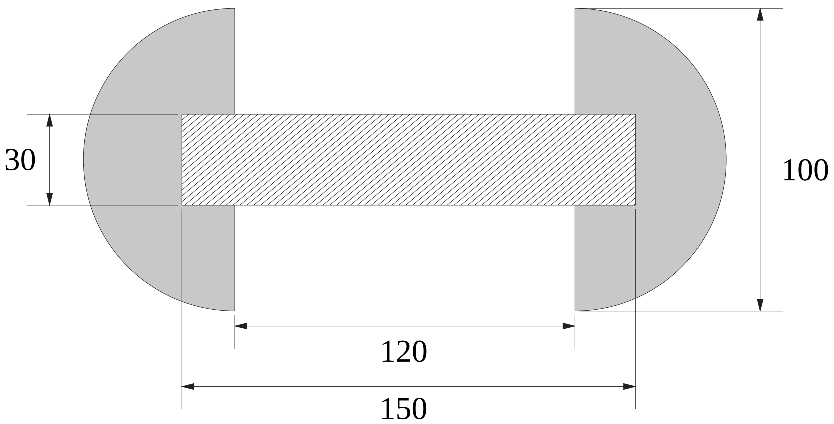
∇∇∇ **EXERCICE 786**

Quelle approximation de π a-t-on choisie pour calculer le volume d'une sphère de 5 cm de rayon, si on a trouvé 524 cm^3 ?

∇∇∇ **EXERCICE 787**

Cette figure est la coupe d'une pièce formée de deux demi-sphères en acier et d'une tige cylindrique en bois.

Unité : le mm

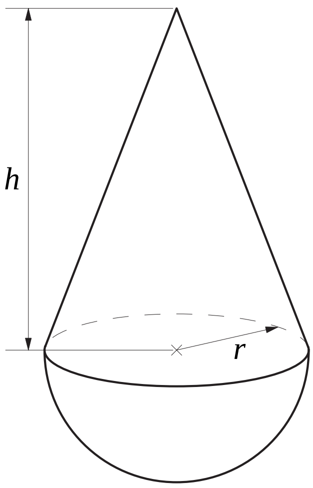


1. Calculer le volume de cette pièce.
2. Calculer sa masse, sachant que

   1 dm^3 d'acier pèse 7,8 kg

   1 dm^3 de bois pèse 0,8 kg.

∇∇∇ EXERCICE 788



1. Quelle hauteur faut-il donner au cône pour que son volume soit le même que celui de la demi-sphère, si $r = 10$ cm ?

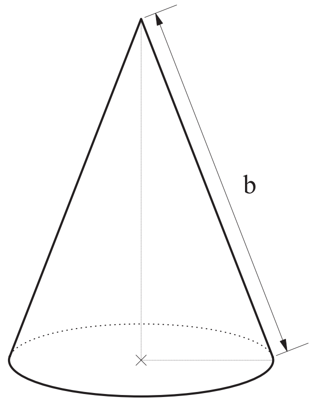
2. Exprimer h en fonction de r, sachant que le cône et la demi-sphère ont le même volume.

Exercices de développements

∇∇∇ **EXERCICE 789**

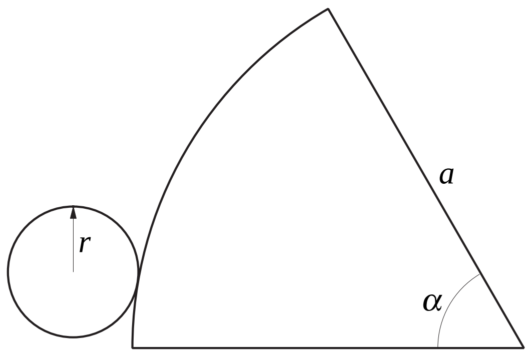
Calculer le volume et l'aire totale d'un cône dont le rayon mesure 3 cm et la hauteur 4 cm.

∇∇∇ **EXERCICE 790**



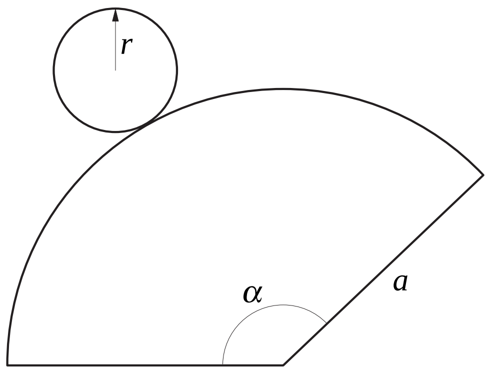
L'aire latérale de ce cône mesure 141,3 cm^2. Calculer sa hauteur.

∇∇∇ **EXERCICE 791**



Voici le développement d'un cône.
Si $r = 2$ cm et $a = 12$ cm,
calculer la mesure de l'angle α.

∇∇∇ **EXERCICE 792**



Voici le développement d'un cône.
Calculer :

1. l'angle α, sachant que $a = 75$ mm et $r = 15$ mm ;
2. a, sachant que $\alpha = 24^o$ et $r = 7$ cm;
3. le rayon r, sachant que $\alpha = 45^o$ et $a = 104$ mm.

∇∇∇ **EXERCICE 793**

Calculer, en fonction du rayon r, la différence entre l'aire d'un cube et l'aire de la plus grande sphère contenue dans ce cube (une sphère de rayon r a une aire de $4\pi r^2$).

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 794**

Un corps est formé d'un cylindre surmonté d'un cône. La hauteur du cône et celle du cylindre sont égales au rayon r du cylindre.

Calculer en fonction du rayon r :

1. le volume de ce corps,
2. l'aire totale ce corps,
3. la différence de volume entre ce corps et une sphère de rayon r,
4. la différence d'aire entre ce corps et une sphère de rayon r.