Chapitre 8

Le théorème de Pythagore

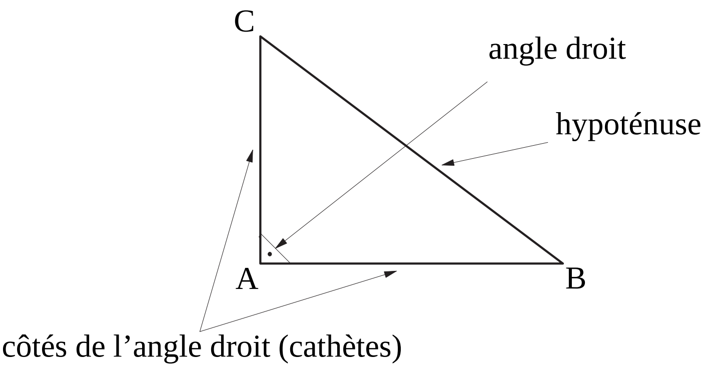
Théorie

8.1 INTRODUCTION

Rappel Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**. C'est le côté le plus long.

Si l'angle droit est placé comme sur la figure ci-contre, on dira:

le triangle ABC est **rectangle en A**.

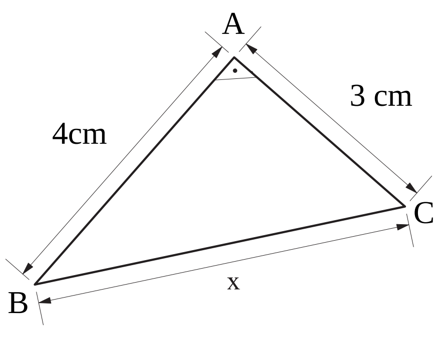


Dans ce chapitre, nous apprendrons comment trouver la solution de problèmes comme celui-ci:

Problème Le triangle ABC est rectangle en A. Les longueurs des côtés de l'angle droit sont:

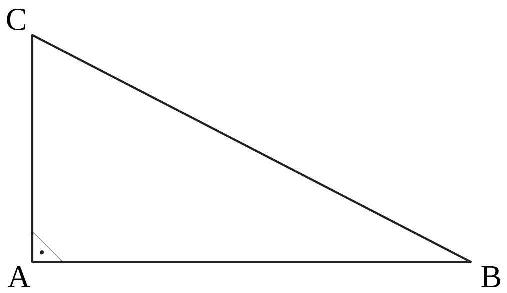
$\overline{AB} = 4$ cm et $\overline{AC} = 3$cm.

Quelle est la longueur x de l'hypoténuse ?



Le *théorème de Pythagore* permet de calculer la longueur d'un des côtés d'un triangle rectangle si on connaît les longueurs des deux autres côtés.

8.2 L'ÉNONCÉ DU THÉORÈME DE PYTHAGORE|



Dans un triangle ABC, rectangle en A, on a la relation de Pythagore :

$$\overline{BC}^{\,2} = \overline{AB}^{\,2} + \overline{AC}^{\,2}$$

8.3 FORMULATION GÉOMÉTRIQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

Soit ABC un triangle, rectangle en A. Notons, pour les longueurs de ses côtés :

$$\overline{BC} = a, \qquad \overline{AC} = b, \qquad \overline{AB} = c \quad \text{(comme sur la figure ci-dessous).}$$

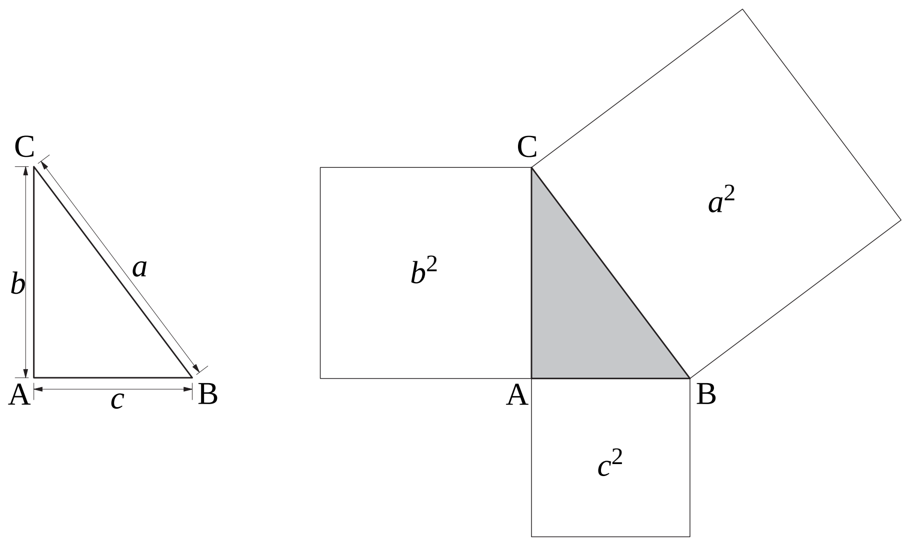
Le théorème de Pythagore nous dit que

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Or a^2 est l'aire d'un carré dont le côté est de longueur a.
De même, b^2 est l'aire d'un carré dont le côté est de longueur b.
Et c^2 est l'aire d'un carré dont le côté est de longueur c.

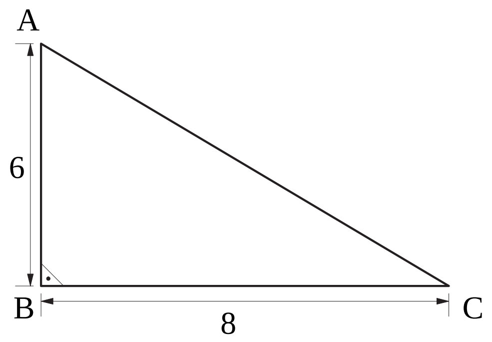
On peut donc formuler le théorème de Pythagore de la manière suivante :

Dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit.



8.4 EXEMPLES NUMÉRIQUES

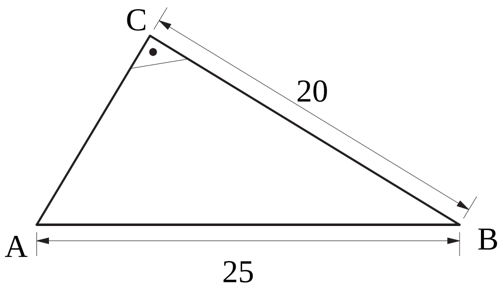
Exemple 1 Calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm.



$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$
$$\overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2$$
$$\overline{AC}^2 = 36 + 64$$
$$\overline{AC}^2 = 100cm^2$$
$$\overline{AC} = \sqrt{100} = 10$$

Réponse : L'hypoténuse mesure 10 cm.

Exemple 2 Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 25 cm et un des côtés de l'angle droit mesure 20 cm. Calculer la longueur de l'autre côté de l'angle droit.



$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$
$$25^2 = \overline{AC}^2 + 20^2$$
$$\overline{AC}^2 = 25^2 - 20^2$$
$$\overline{AC}^2 = 625 - 400$$
$$\overline{AC}^2 = 225cm^2$$
$$\overline{AC} = \sqrt{225} = 15$$

Réponse: L'autre côté de l'angle droit mesure 15 cm.

Exemple 3 Voici les mesures des côtés d'un triangle : 21 cm, 34 cm et 28 cm. S'agit-il d'un triangle rectangle ?

Voyons si ce triangle vérifie la relation de Pythagore: a-t-on

$$34^2 = 21^2 + 28^2 \ ?$$

On a

$$34^2 = 1156$$

et

$$21^2 + 28^2 = 441 + 784$$
$$21^2 + 28^2 = 1125$$

Puisque $1156 \neq 1125$, ce triangle ne vérifie pas la relation de Pythagore.

La réponse est donc : il ne s'agit pas d'un triangle rectangle.

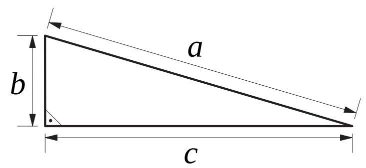
$\boxed{\text{Exercices 724 à 750}}$

8.5 UNE DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

En mathématiques, un théorème est une affirmation qui se démontre.

En lisant le texte qui suit puis en répondant à trois questions, vous pourrez démontrer le théorème de Pythagore, c'est-à-dire montrer qu'il est vrai.

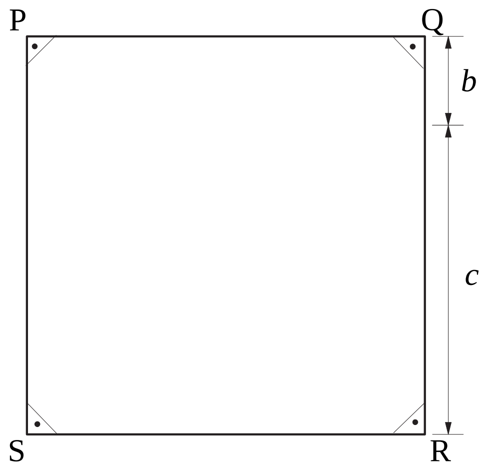
On considère un triangle rectangle.
Désignons par a la longueur de son hypoténuse et par b et c les longueurs des côtés de l'angle droit.



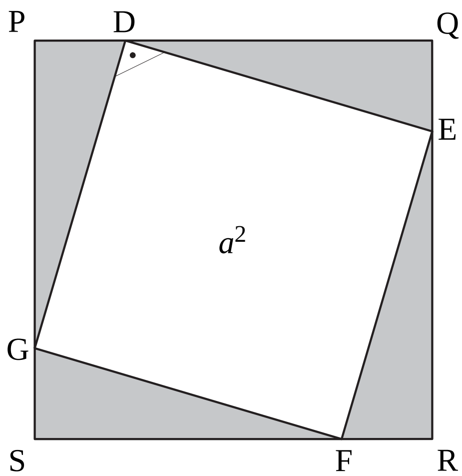
Il s'agit de démontrer que

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Avec des segments de longueur b et c, on construit un carré dont le côté est de longueur $b + c$.



On partage ensuite ce carré de la manière suivante :



Questions 1) Le quadrilatère DEFG est un carré; pourquoi ?

2) Expliquez pourquoi on peut écrire :
aire du carré PQRS $= a^2 + 4\cdot$ (aire du triangle PDG).

3) En écrivant maintenant l'aire de PQRS et celle de PDG en fonction de b et de c, vous pouvez obtenir le théorème de Pythagore.

Expliquez comment.

8.6 LA RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

Soit ABC un triangle, rectangle en A.

Le théorème de Pythagore nous permet d'affirmer que

$$\overline{BC}^{\,2} = \overline{AB}^{\,2} + \overline{AC}^{\,2}.$$

C'est une **propriété caractéristique** des triangles rectangles; parmi tous les triangles, seuls les triangles rectangles la possèdent.

C'est ce qu'on appelle la **réciproque** du théorème de Pythagore :

> Si les côtés d'un triangle ABC vérifient la relation
>
> $$\overline{BC}^{\,2} = \overline{AB}^{\,2} + \overline{AC}^{\,2},$$
>
> alors ce triangle est rectangle en A.

(En utilisant cette propriété, on prendra pour [BC] le côté le plus long.)

C'est un théorème; nous ne le démontrerons pas.

Exemple Le triangle ABC, de côtés

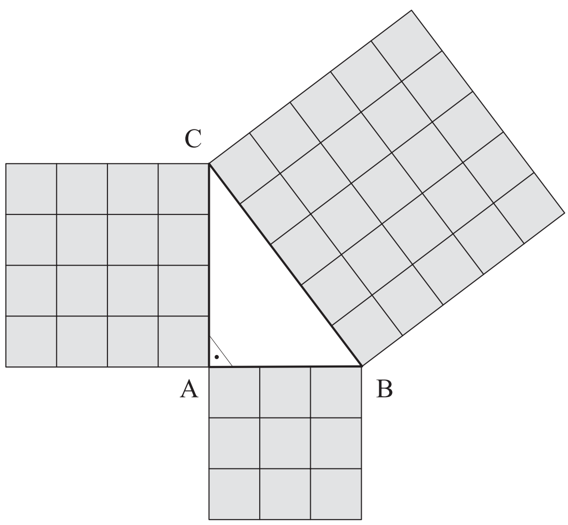
$$\overline{AB} = 3 \text{ cm}, \quad \overline{AC} = 4 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = \ \text{ cm}$$

est rectangle en A, puisque

$$5^2 = 3^2 + 4^2,$$

c'est-à-dire

$$25 = 9 + 16.$$

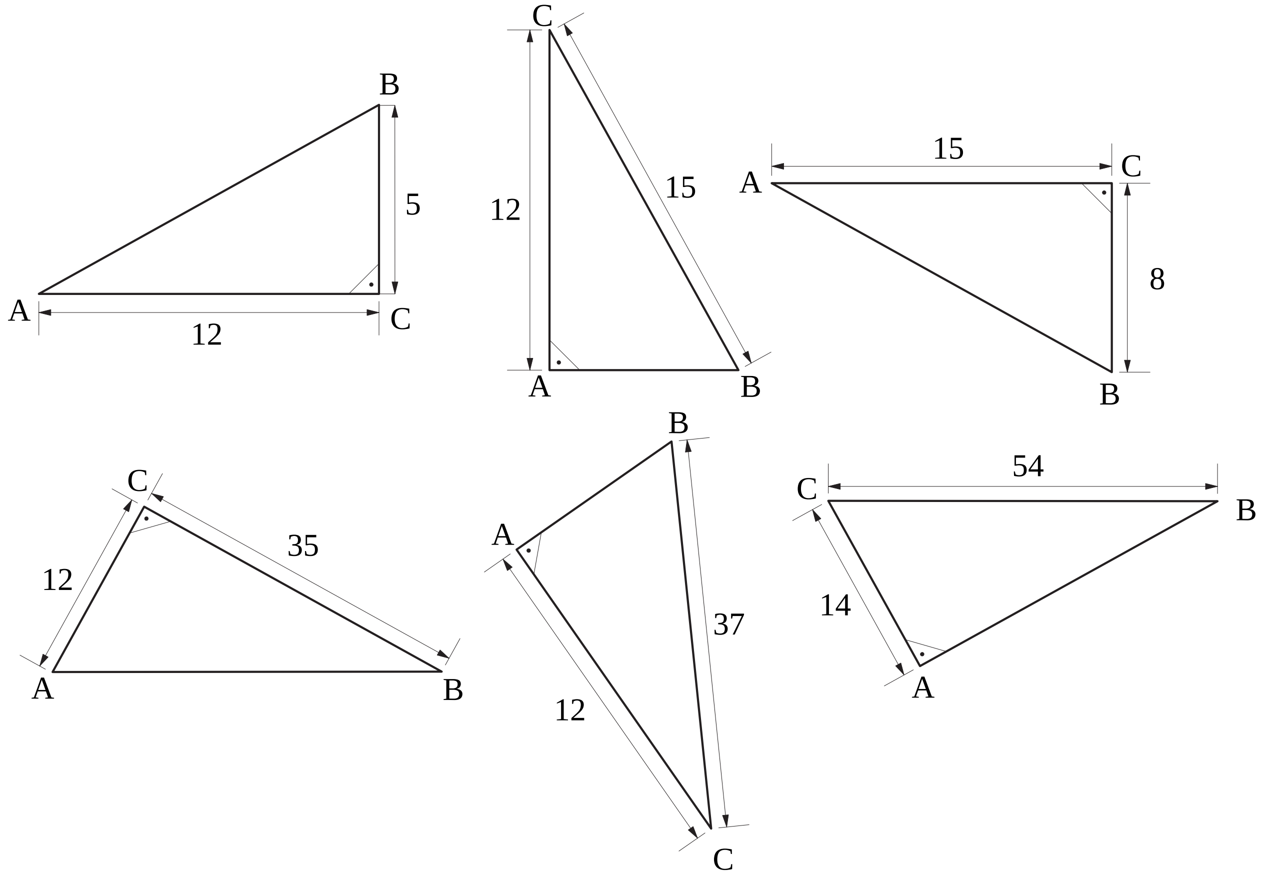


Exercices écrits

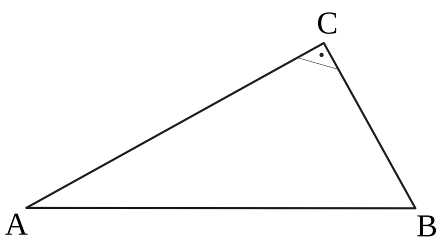
Lorsqu'un exercice fait intervenir des longueurs, on supposera qu'elles sont toutes exprimées dans la même unité.

∇∇∇ EXERCICE 724

Calculer la longueur du côté [AB] de chacun des triangles rectangles suivants:



∇∇∇ EXERCICE 725



ABC est un triangle rectangle en C.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

$\overline{AB}$		84,2		3,7	750	
$\overline{BC}$	32	5,8	1560	2,22	52,9	3,7
$\overline{AC}$	51		1170			1,02

∇∇∇ **EXERCICE 726**

Dans un triangle rectangle, l’hypoténuse mesure 3,7 mm. Un autre côté mesure 1,2 mm. Calculer la longueur du troisième côté.

∇∇∇ **EXERCICE 727**

Les dimensions d’un rectangle sont 27 cm et 36 cm. Calculer la longueur de la diagonale.

∇∇∇ **EXERCICE 728**

Dans un triangle rectangle, l’hypoténuse mesure 13 cm. Un autre côté mesure 5 cm. Calculer l’aire de ce triangle.

∇∇∇ **EXERCICE 729**

Dans un triangle rectangle, les côtés de l’angle droit mesurent 5,2 cm et 3,5 cm. Calculer l’aire de ce triangle.

∇∇∇ **EXERCICE 730**

J’ai découpé des équerres dans une planche. J’ai mesuré les longueurs des côtés et j’ai noté:

pour la première équerre	20 cm	12 cm	16 cm
deuxième	25 cm	17,5 cm	30,3 cm
troisième	14,5 cm	10 cm	17,5 cm
quatrième	10,8 cm	33,3 cm	31,5 cm
cinquième	29,6 cm	28 cm	20,4 cm
sixième	20,8 cm	8 cm	19,2 cm

Vérifier si chaque équerre possède bien un angle droit. Sinon, indiquer quelles équerres sont à refaire plus précisément.

∇∇∇ **EXERCICE 731**

Les gares de départ et d’arrivée d’un téléphérique sont situées à 450 m et à 1200 m d’altitude. La distance horizontale séparant ces deux gares est de 1300 m. Calculer la longueur du câble porteur.

∇∇∇ **EXERCICE 732**

Un ballon-sonde est à 11 km au-dessus de la ville de Lausanne. A quelle distance, en ligne droite, se trouve-t-il de Genève? (distance Genève – Lausanne: 60 km)

∇∇∇ **EXERCICE 733**

Dans chaque cas, placer les points A et B dans un système d’axes et calculer la longueur $\overline{AB}$.

1) $A(0\,;+3)$ $\qquad B(-12\,;-2)$

2) $A(+8\,;0)$ $\qquad B(-7\,;+8)$

3) $A(-5\,;-7)$ $\qquad B(4\,;5)$

4) $A(-7\,;+9)$ $\qquad B(-2\,;+1)$

5) $A(-\frac{3}{2}\,;+4{,}5)$ $\qquad B(2\,;-7{,}5)$

6) $A(2\,;-3)$ $\qquad B(5\,;5)$

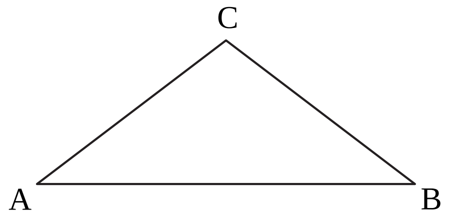
∇∇∇ **EXERCICE 734**

Calculer le périmètre d’un triangle ABC isocèle en A, sachant que la hauteur issue de A mesure 6 cm et que $\overline{BC} = 9$ cm.

∇∇∇ **EXERCICE 735**

Calculer le périmètre d’un losange dont les diagonales mesurent 21 cm et 28 cm.

∇∇∇ EXERCICE 736



Calculer l'aire du triangle isocèle ABC, sachant que $\overline{AC} = 24$ cm et que la hauteur issue du sommet C mesure 9 cm.

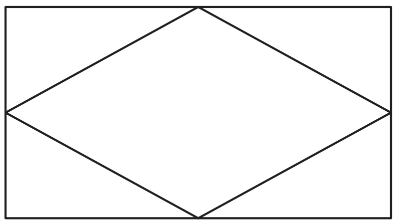
∇∇∇ EXERCICE 737

Un carré a une aire de 1,44 m^2 . Calculer la longueur de sa diagonale.

∇∇∇ EXERCICE 738

Calculer l'aire d'un carré, sachant que sa diagonale mesure 15 cm.

∇∇∇ EXERCICE 739



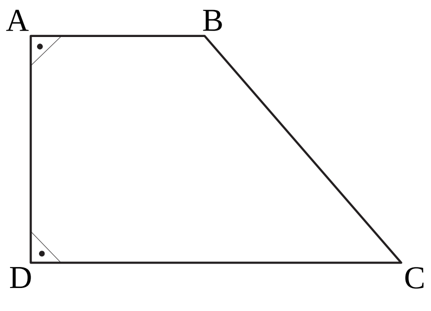
Un losange est inscrit dans un rectangle. Le périmètre du losange est de 60 cm. Une de ses diagonales mesure 24 cm. Quel est le périmètre du rectangle ?

∇∇∇ EXERCICE 740

1. Le côté d'un losange mesure 37 cm et une de ses diagonale mesure 24 cm. Ce losange est-il un carré ?

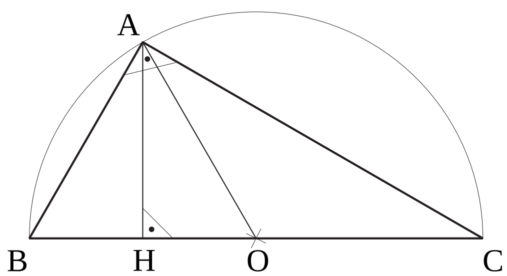
2. Répondre à la même question lorsque le côté mesure 17 cm et une des diagonales mesure 24 cm.

∇∇∇ EXERCICE 741



Calculer l'aire du trapèze rectangle ABCD, sachant que
$\overline{AB} = 24$ cm, $\overline{BC} = 45$ cm
et $\overline{CD} = 51$ cm.

∇∇∇ EXERCICE 742

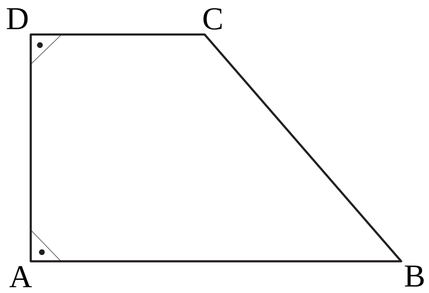


Dans le triangle ABC, rectangle en A,

$$\overline{AH} = 8 \quad \text{et} \quad \overline{AO} = 17.$$

Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC.

∇∇∇ EXERCICE 743



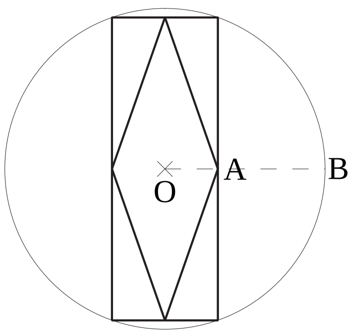
Calculer le périmètre du trapèze rectangle ABCD, sachant que

$\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 12$ et $\overline{AC} = 10$.

∇∇∇ EXERCICE 744

Un côté d'un parallélogramme mesure 28 cm, la hauteur correspondante 24 cm et la petite diagonale 26 cm. Calculer le périmètre de ce parallélogramme et la longueur de sa grande diagonale.

∇∇∇ EXERCICE 745

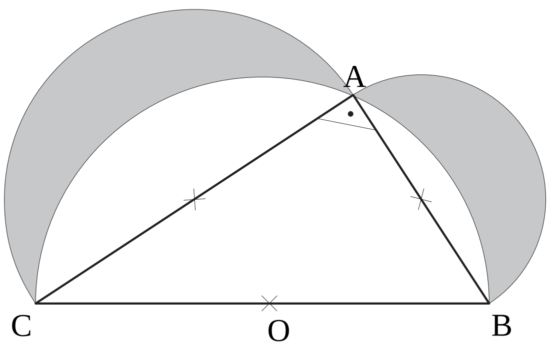


Un rectangle est inscrit dans un cercle. Un losange est inscrit dans le rectangle.
On sait que

$\overline{OA} = 5$ et $\overline{AB} = 7$,

où O est le centre du cercle.
Calculer la longueur du côté du losange.

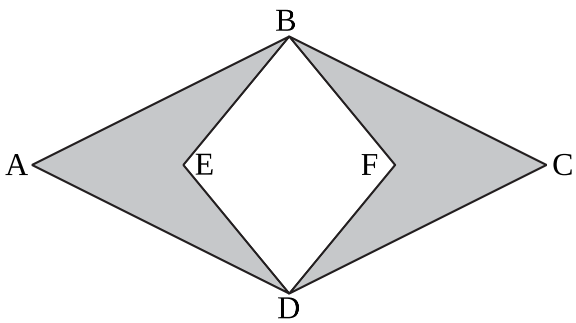
∇∇∇ EXERCICE 746



ABC est un triangle rectangle en A. On a construit un demi-cercle sur chacun de ses côtés pris comme diamètre. On a ombré les croissants compris entre le grand demi-cercle et les deux autres. Calculer l'aire de la figure ombrée, sachant que

$\overline{AB} = 7$ et $\overline{AC} = 24$.

∇∇∇ EXERCICE 747

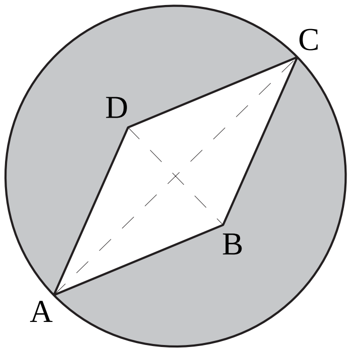


ABCD est un losange.
BEDF est un carré.

$\overline{AB} = 44$ et $\overline{AC} = 74$.

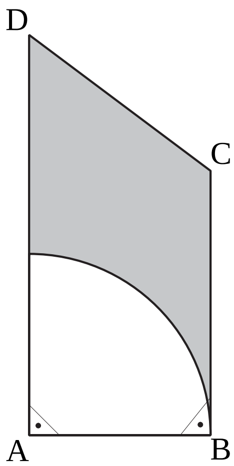
Calculer l'aire de la surface ombrée.

∇∇∇ EXERCICE 748



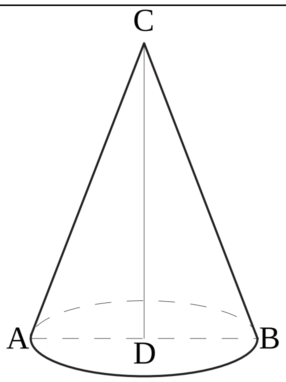
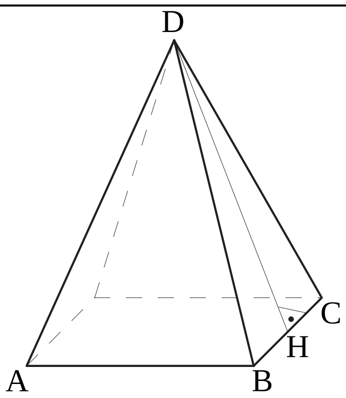
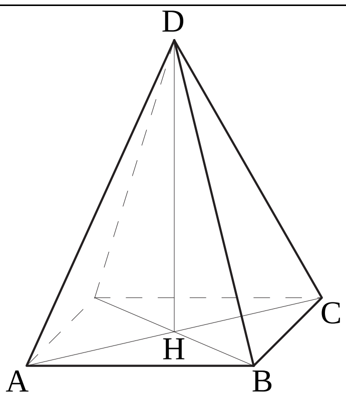
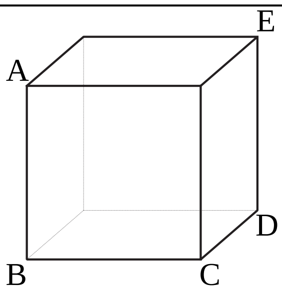
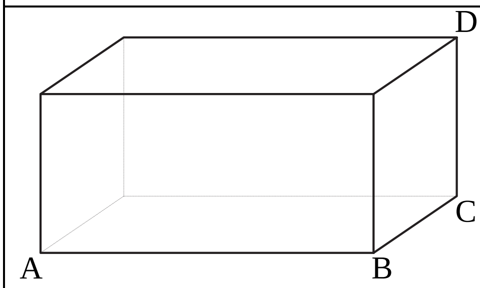
Calculer l'aire de la figure ombrée, sachant que ABCD est un losange et que
$\overline{AB} = 9$ et $\overline{BD} = 6$.

∇∇∇ EXERCICE 749



ABCD est un trapèze rectangle.
$\overline{AB} = 4$ et $\overline{BC} = \overline{CD} = 5$.
Calculer l'aire de la figure ombrée.

∇∇∇ EXERCICE 750

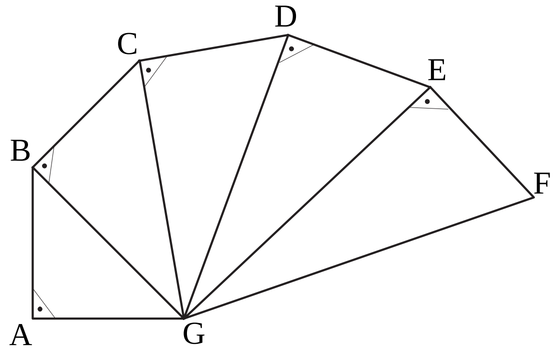
Voici des corps	On sait que	Calculer
	ceci est un cône droit. $\overline{AB} = \overline{BC} = 26$	$\overline{CD}$
	ceci est une pyramide droite à base carrée. $\overline{AB} = 15$ $\overline{CD} = 42$	$\overline{DH}$
	ceci est une pyramide droite à base carrée. $\overline{AD} = 67$ $\overline{AB} = 32$	$\overline{DH}$
	ceci est un cube. $\overline{AB} = 14$	$\overline{BD}$ $\overline{BE}$
	ceci est un parallélépipède rectangle. $\overline{AB} = 78$ $\overline{BC} = 25$ $\overline{CD} = 37$	$\overline{AC}$ $\overline{AD}$

Exercices de développements

∇∇∇ **EXERCICE 751**

Sachant que $\overline{AG} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1$ cm, calculer les longueurs suivantes :

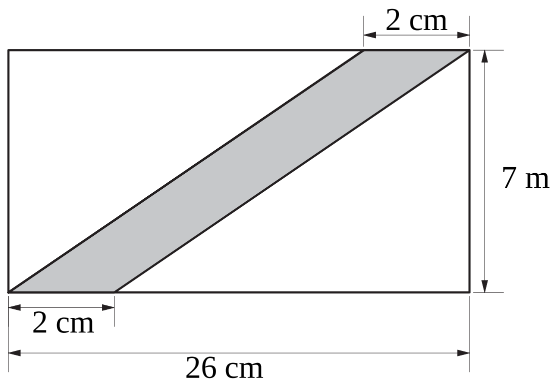
$\overline{BG}$, $\overline{CG}$, $\overline{DG}$, $\overline{EG}$ et $\overline{FG}$



∇∇∇ **EXERCICE 752**

Tracer un segment de 12 cm. Construire 10 triangles rectangles ayant ce segment pour hypoténuse.

∇∇∇ **EXERCICE 753**



Le plan ci-contre représente un chemin qui traverse un champ rectangulaire.
Quelle est la largeur de ce chemin ?

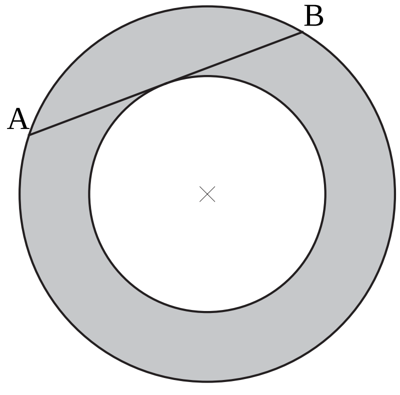
∇∇∇ **EXERCICE 754**

Le côté d'un carré mesure c. Combien mesure sa diagonale ?

∇∇∇ **EXERCICE 755**

Calculer la hauteur d'un triangle équilatéral dont le côté mesure c.

∇∇∇ **EXERCICE 756**



Calculer l'aire de la figure ombrée, sachant que la longueur de la corde [AB], tangente au petit cercle, est de 24 cm.

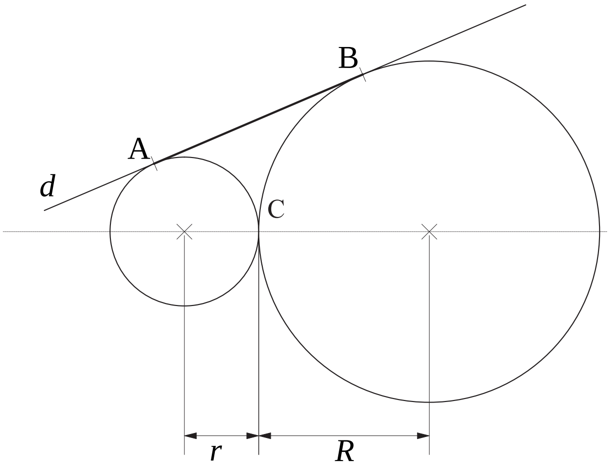
∇∇∇ EXERCICE 757

Sur cette figure, les deux cercles sont tangents au point C et la droite *d* est tangente aux deux cercles. A et B sont les points de contact de *d* avec ces cercles. Les rayons des cercles sont

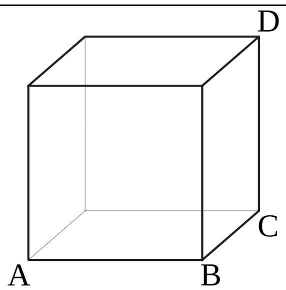
$$r = 4 \quad \text{et} \quad R = 9.$$

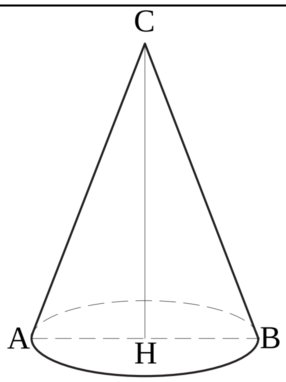
1. Calculer la longueur du segment [AB].

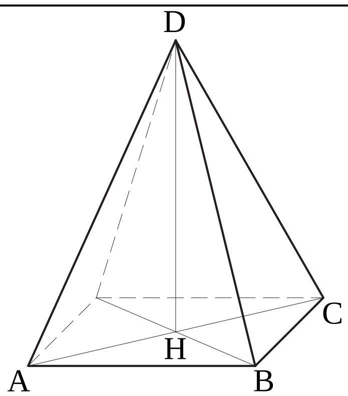
2. En faisant un calcul littéral, exprimer la longueur de [AB] en fonction de *r* et *R*.

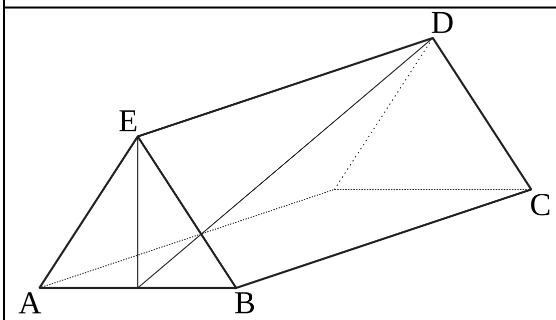


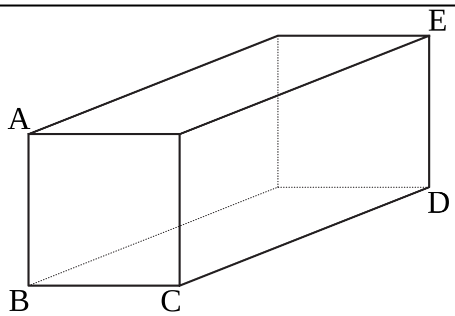
∇∇∇ EXERCICE 758

<table>
<tr><th>Voici des corps</th><th>On sait que</th><th>Calculer</th></tr>
<tr><td></td><td>ceci est un cube.

$\overline{AD} = 125$</td><td>$\overline{AB}$</td></tr>
<tr><td></td><td>ceci est un cône droit.

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$
$\overline{CH} = 30$</td><td>$\overline{AB}$</td></tr>
<tr><td></td><td>ceci est une pyramide droite
à base carrée.

$\overline{AB} = 42$ $\overline{DH} = 56$</td><td>$\overline{CD}$</td></tr>
<tr><td></td><td>ceci est un prisme droit. Sa
base est un triangle isocèle.

$\overline{AB} = 8$ $\overline{AE} = 12$ $\overline{BC} = 25$</td><td>$\overline{DH}$</td></tr>
<tr><td></td><td>ceci est un parallélépipède
rectangle.

$\overline{AB} = 16$ $\overline{BC} = 14$ $\overline{AD} = 72$</td><td>$\overline{CD}$</td></tr>
</table>

Chapitre 10

Les applications du plan dans lui-même

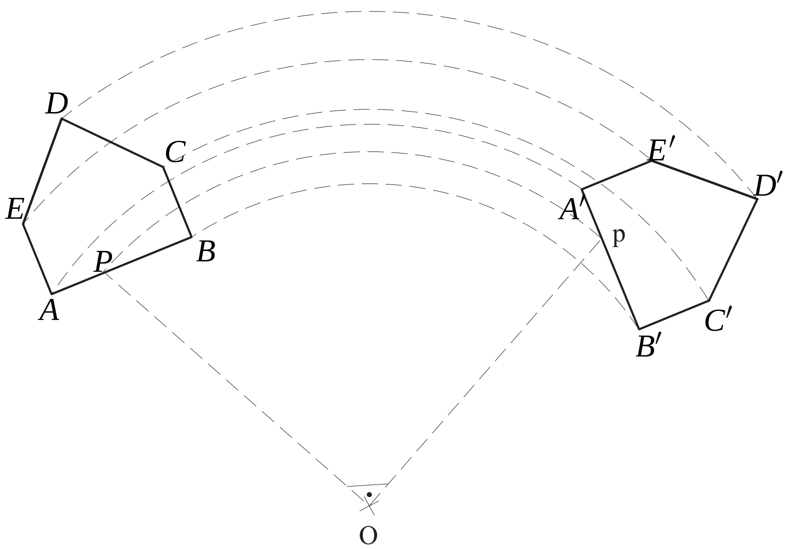
Théorie

10.1 LES ROTATIONS

10.1.1 UN EXEMPLE

Une rotation est une transformation géométrique qui permet de « faire tourner » une figure autour d'un point, dans le plan.

Voyons un exemple : faisons tourner le pentagone ABCDE d'un angle de 90° autour du point O, dans le sens des aiguilles d'une montre.



Voici comment on a construit cette rotation :

Pour chaque point P du pentagone $ABCDE$,

– on a d'abord tracé un arc de cercle de centre O et de rayon $\overline{OP}$, dans le sens des aiguilles d'une montre ;

– on a ensuite placé le point P' sur cet arc, de telle manière que $\widehat{POP'} = 90^o$.

On a construit comme cela A' à partir de A, puis B' à partir de B, ... :

$\overline{OA'} = \overline{OA}$ et $\widehat{AOA'} = 90^o$; $\overline{OB'} = \overline{OB}$ et $\widehat{BOB'} = 90^o$; ...

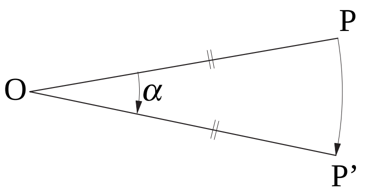
On dit que le point P' est l'**image** du point P par une **rotation de centre O et d'angle 90^o, dans le sens des aiguilles d'une montre**.

Et on dit que A'B'C'D'E' est l'image de ABCDE par cette même rotation.

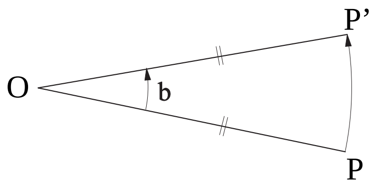
10.1.2 GÉNÉRALISATION

Voici une rotation de centre O et d'angle α,

dans le sens des aiguilles d'une montre :



dans le sens contraire des aiguilles d'une montre :



On appelle le point P' l'image du point P par la rotation de centre O et d'angle α, dans le sens choisi.

Pour construire l'image d'un point par une rotation, il faut connaître :

1) le centre de rotation O

2) l'angle de rotation α

3) le sens de rotation (la rotation peut se faire dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire).

Si P' est l'image de P par une rotation de centre O et d'angle α alors :

$\overline{OP'} = \overline{OP}$ (P et P' sont sur le cercle de centre O et de rayon $\overline{OP}$),

$\widehat{POP'} = \alpha$.

10.1.3 PROPRIÉTÉS DES ROTATIONS

Une rotation transforme :

– une droite en une droite

– un segment en un segment de même longueur

– un cercle en un cercle de même rayon.

Une rotation conserve :

– les longueurs

– la mesure des angles

– les aires

– le parallélisme

– l'orientation.

Remarque Si l'angle de rotation $\alpha = 180^o$, la rotation est une symétrie centrale.

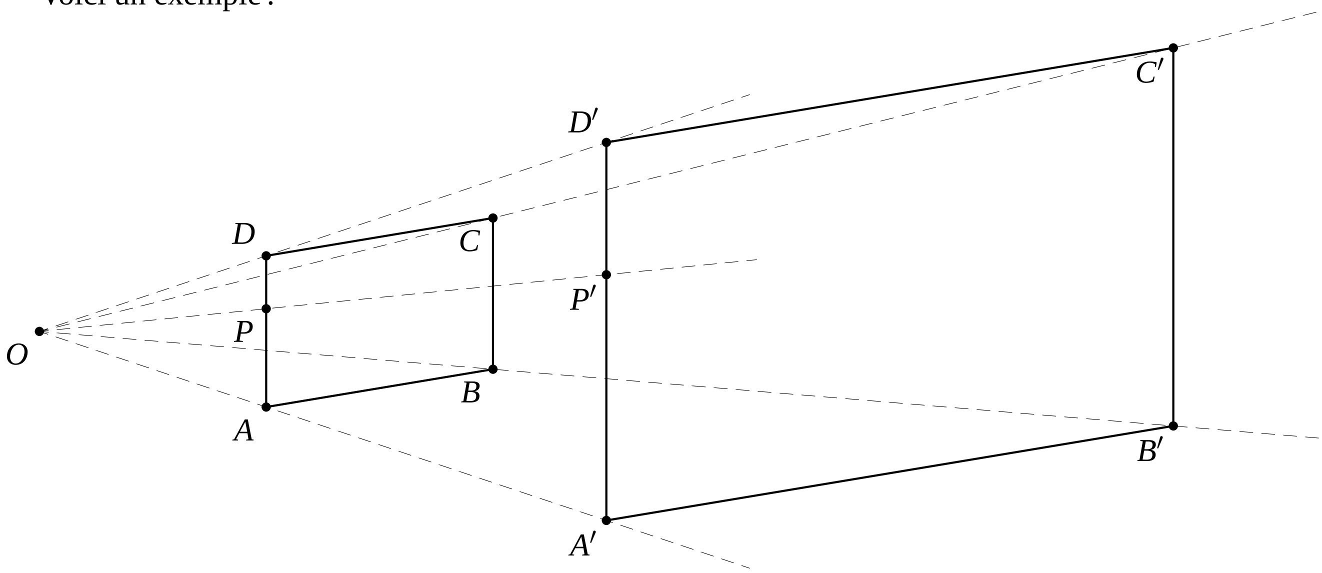
Exercices 795 à 805

10.2 LES HOMOTHÉTIES

10.2.1 UN EXEMPLE

Une *homothétie* est une transformation géométrique qui permet d'agrandir ou de réduire une figure.

Voici un exemple :



Sur cette figure, $ABCD$ et $A'B'C'D'$ sont des parallélogrammes.

Le parallélogramme $A'B'C'D'$ est un agrandissement du parallélogramme $ABCD$.

On a construit cet agrandissement de la manière suivante :

- on a choisi un point O dans le plan ;
- ensuite, pour chaque point P de $ABCD$, on a tracé la demi-droite $[OP)$ et on a placé le point P' sur $[OP)$ de telle manière que $\overline{OP'} = 2.5 \cdot \overline{OP}$.

On a construit comme cela A' à partir de A, ..., D' à partir de D :

$$\overline{OA'} = 2.5 \cdot \overline{OA}, \dots, \overline{OD'} = 2.5 \cdot \overline{OD}.$$

Le nombre par lequel il faut multiplier $\overline{OP}$ pour obtenir $\overline{OP'}$ s'appelle le **rapport d'homothétie**. Dans cet exemple, ce rapport est de 2,5.

On dit que le point P' est l'**image** du point P par une **homothétie de centre O et de rapport 2,5**.

Et on dit que $A'B'C'D'$ est l'image de $ABCD$ par cette homothétie.

10.2.2 GÉNÉRALISATION

Pour construire l'image d'un point par une homothétie, il faut connaître :

1) le centre d'homothétie (c'est un point qu'on désignera par O)

2) le rapport d'homothétie (c'est un nombre $k \neq 0$).

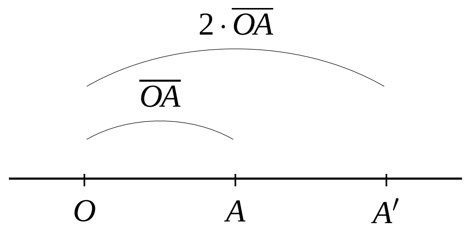
Soit maintenant P un point du plan.

> L'image d'un point P par l'homothétie de centre O et de rapport k est le point P' qui satisfait les 3 conditions suivantes :
>
> 1. P' est sur la droite OP,
> 2. $\overline{OP'} = |k| \cdot \overline{OP}$,
> 3. $\begin{cases} \text{si } k > 0, \text{ alors } P \text{ et } P' \text{ sont du même côté de } O \\ \text{si } k < 0, \text{ alors } P \text{ et } P' \text{ sont de part et d'autre de } O. \end{cases}$

Voici deux exemples de la construction de l'image d'un point.

1. Avec un rapport d'homothétie $k > 0$

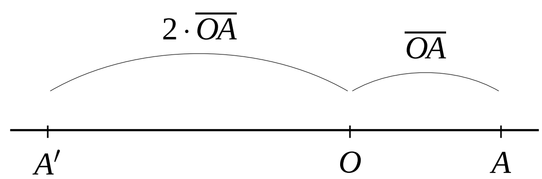
   Prenons $k = 2$.
   $\overline{OA'} = 2 \cdot \overline{OA}$

   Puisque $k > 0$, le point A et son image A' sont du même côté de O.

2. Avec un rapport d'homothétie $k < 0$

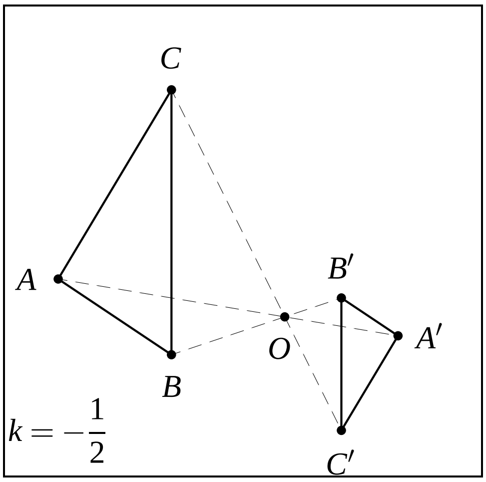
   Prenons $k = -2$.
   $\overline{OA'} = 2 \cdot \overline{OA}$

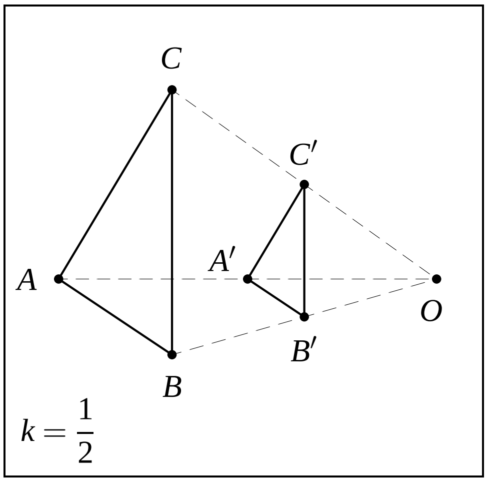
   

   Puisque $k < 0$, le point A et son image A' sont de part et d'autre de O.

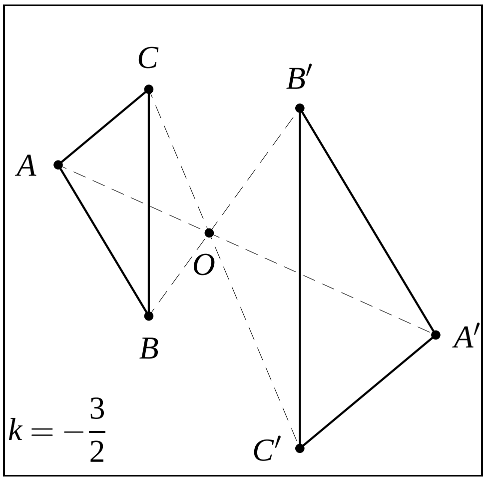
10.2.3 HOMOTHÉTIE : AGRANDISSEMENT OU RÉDUCTION

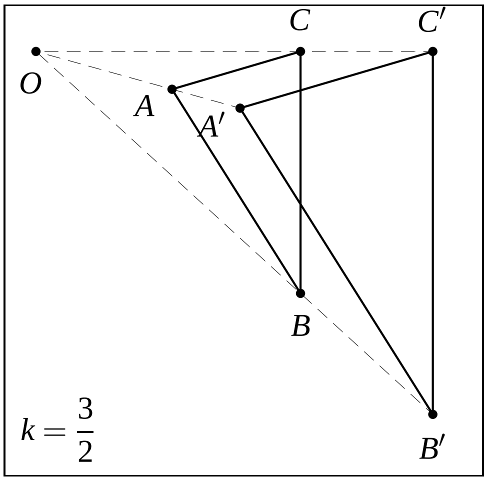
1. Si $\boxed{|k| < 1}$, l'homothétie $\boxed{\text{RÉDUIT}}$ les dimensions d'une figure.





2. Si $\boxed{|k| < 1}$, l'homothétie $\boxed{\text{RÉDUIT}}$ les dimensions d'une figure.





3. Si $\boxed{k = +1}$, l'homothétie est l'application $\boxed{\text{IDENTITÉ}}$.

4. Si $\boxed{k = -1}$, l'homothétie est une $\boxed{\text{SYMÉTRIE CENTRALE}}$.

10.2.4 PROPRIÉTÉS DES HOMOTHÉTIES

Une homothétie conserve

- la mesure des angles
- le parallélisme
- l'orientation.

Une homothétie de rapport k

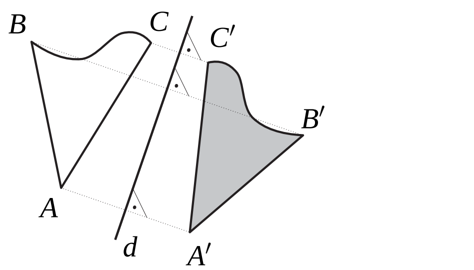
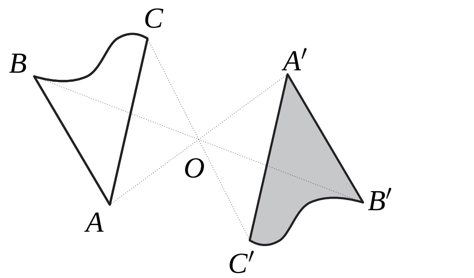
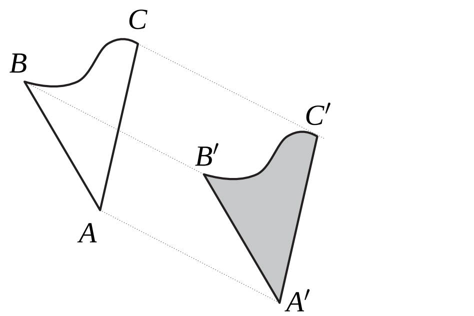
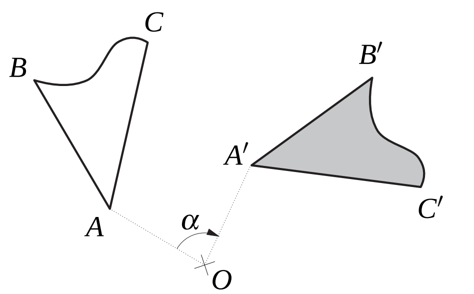
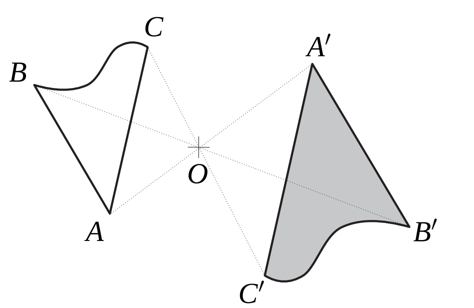
- multiplie les distances par $|k|$
- multiplie les aires par k^2.

Une homothétie de rapport k est

- un agrandissement d'échelle $|k|$ si $|k| > 1$
- une réduction d'échelle $|k|$ si $|k| < 1$.

Exercices 806 à 819

10.3 TABLEAU RÉCAPITULATIF DES APPLICATIONS DU PLAN DANS LUI-MÊME

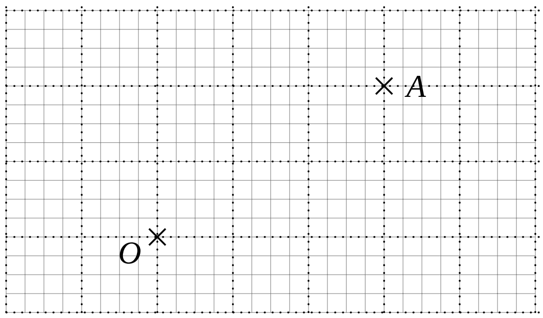
Application	**Figure**	**Propriétés**	**Points fixes**
Symétrie axiale d'axe a		<u>Conserve</u> : les longueurs les angles le parallélisme <u>Ne conserve pas</u> : l'orientation	chaque point de l'axe de symétrie
Symétrie centrale de centre O		<u>Conserve</u> : les longueurs les angles le parallélisme l'orientation	le centre de symétrie
Translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$		<u>Conserve</u> : les longueurs les angles le parallélisme l'orientation	
Rotation de centre O et d'angle α		<u>Conserve</u> : les longueurs les angles le parallélisme l'orientation	le centre de rotation
Homothétie de centre O et de rapport k		<u>Conserve</u> : les angles le parallélisme l'orientation	le centre d'homothétie

Exercices 820 à 824

Exercices écrits

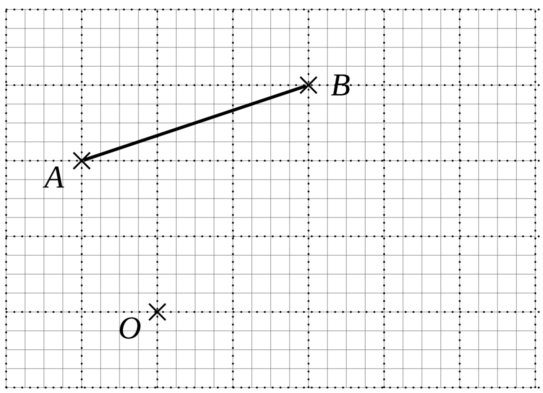
Recopier les figures dans le cahier avant d'effectuer les constructions.

∇∇∇ EXERCICE 795



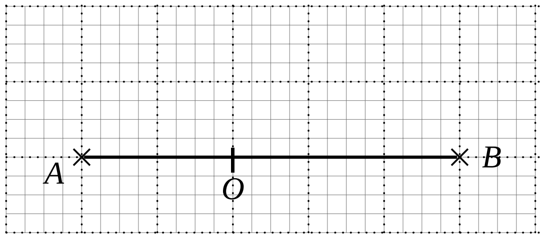
Construire l'image du point A par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 60^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.

∇∇∇ EXERCICE 796



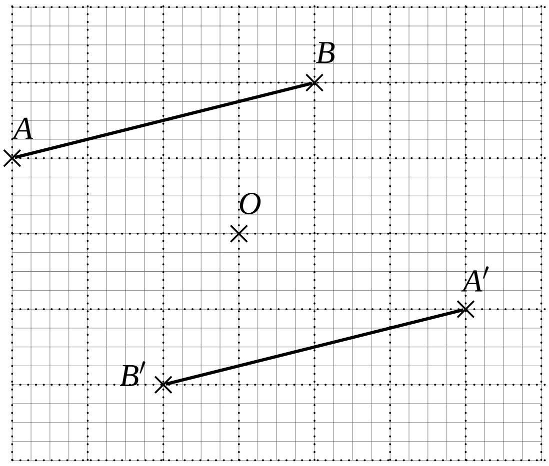
Construire l'image du segment $[AB]$ par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 90^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.

∇∇∇ EXERCICE 797



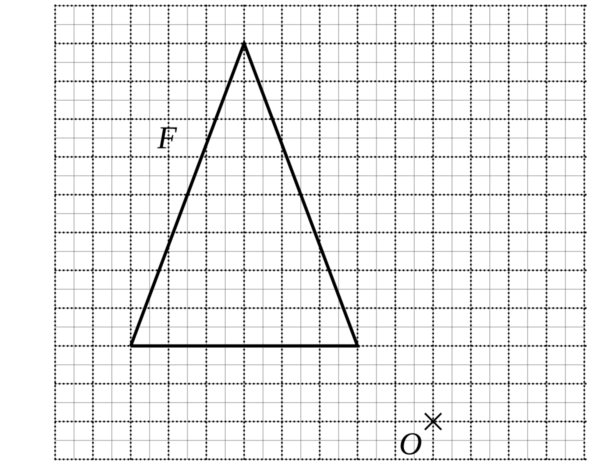
Construire l'image du segment $[AB]$ par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 90^o$, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

∇∇∇ EXERCICE 798



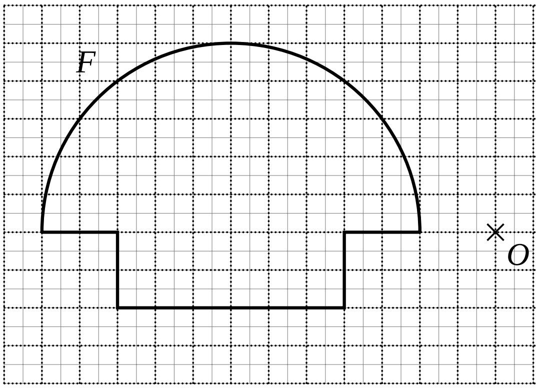
Le segment $[A'B']$ est l'image du segment $[AB]$ par une rotation de centre O. Construire et mesurer l'angle de rotation.

∇∇∇ EXERCICE 799



Construire l'image F' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 60^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.

∇∇∇ EXERCICE 800

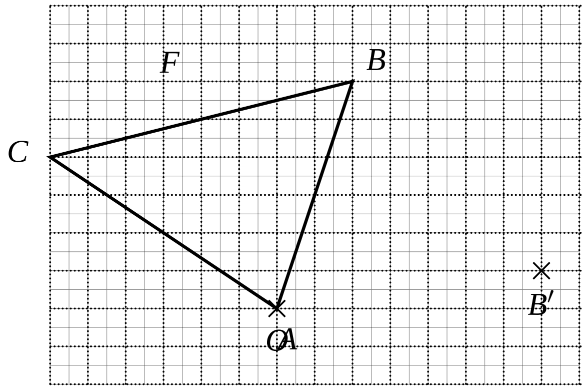


1) Construire l'image F' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 90^o$, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

2) Construire l'image F'' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 180^o$.

.

∇∇∇ EXERCICE 801

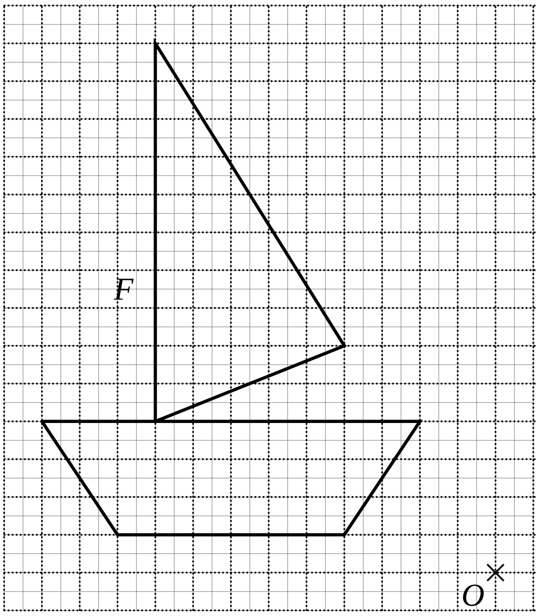


Le point B' est l'image du point B par une rotation de centre O.

1) Construire et mesurer l'angle de rotation.

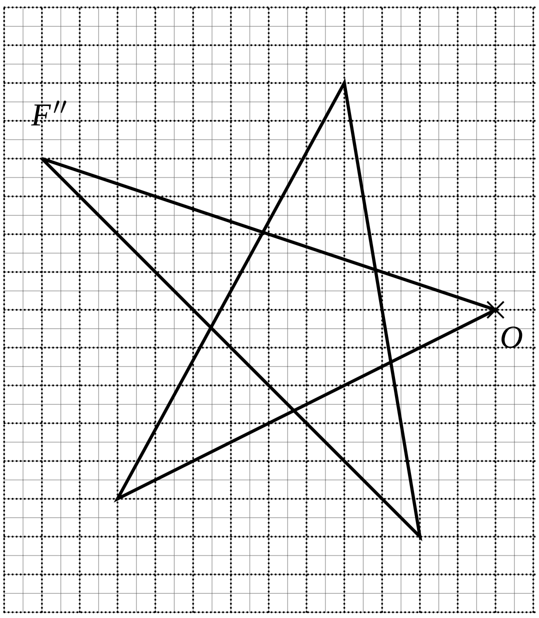
2) Construire l'image F' de la figure F par cette rotation.

∇∇∇ EXERCICE 802



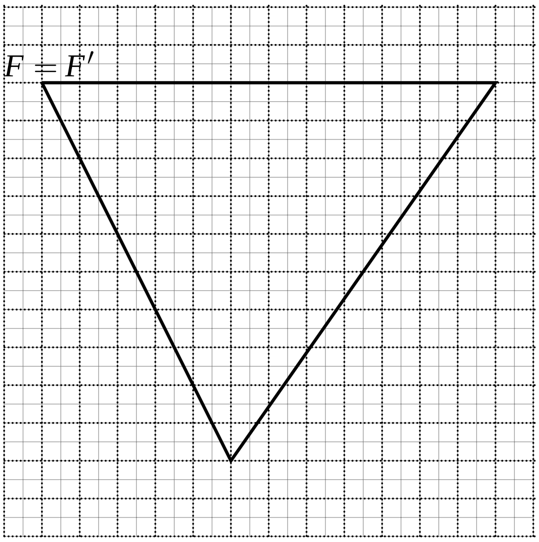
1) Construire l'image F' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 30^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.
2) Construire l'image F'' de la figure F' par une rotation de centre O et d'angle $\alpha' = 45^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.
3) F'' est l'image de F par une rotation de centre O et d'angle α'', dans le sens des aiguilles d'une montre.
   (a) Construire et mesurer l'angle α''.
   (b) Comparer α, α' et α''.

∇∇∇ EXERCICE 803



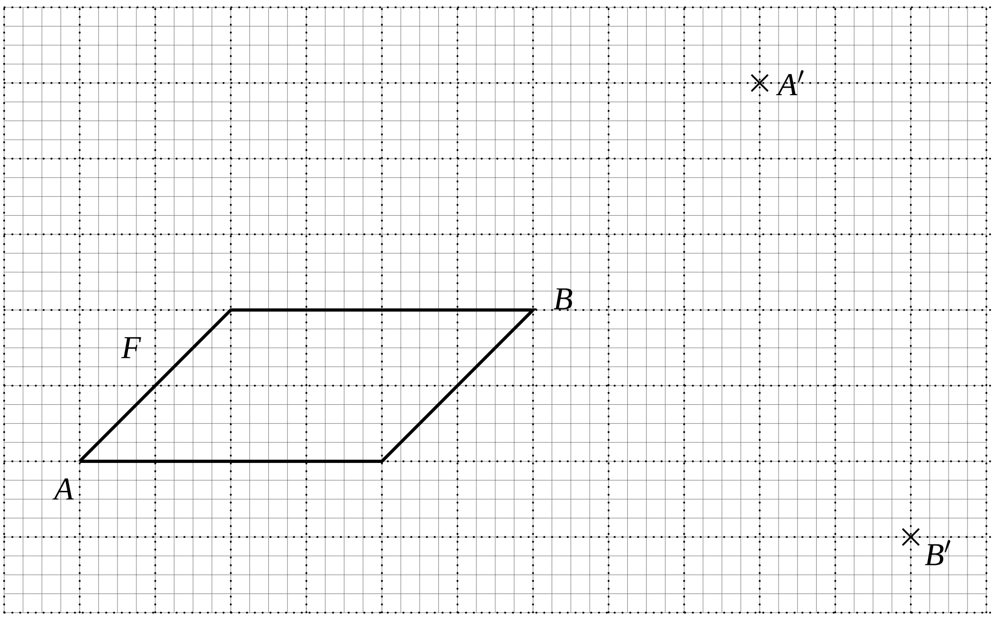
On a d'abord construit l'image F' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 70^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre. On a ensuite construit l'image F'' de la figure F' par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 110^o$, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Voici la figure F'' et le centre de rotation O. Construire la figure initiale F.

∇∇∇ EXERCICE 804



La figure F est un triangle équilatéral. F' est l'image de la figure F par une rotation d'angle $\alpha = 120^o$. Construire le centre de rotation.

∇∇∇ EXERCICE 805



Par une rotation, A' est l'image de A et B' est l'image de B.

1) Construire le centre O de rotation.

2) Mesurer l'angle de rotation.

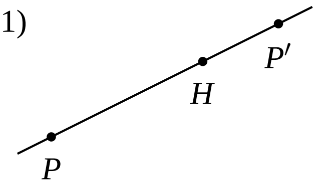
3) Construire l'image F' de la figure F.

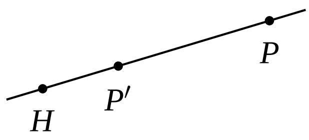
∇∇∇ EXERCICE 806

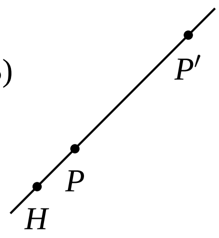
Dans chacune des figures suivantes, le point P' est l'image du point P par une homothétie de centre H. Pour chaque figure, indiquer

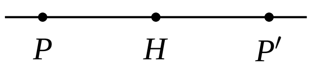
1) si le rapport d'homothétie est positif ou négatif;

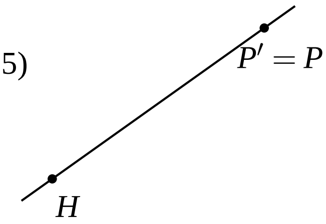
2) s'il est, en valeur absolue, inférieur, égal ou supérieur à 1.

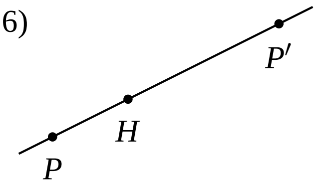
1)


2)


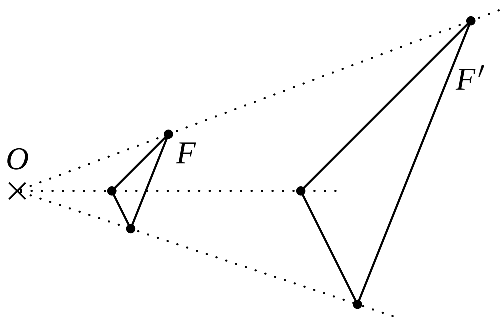
3)


4)


5)


6)


∇∇∇ EXERCICE 807



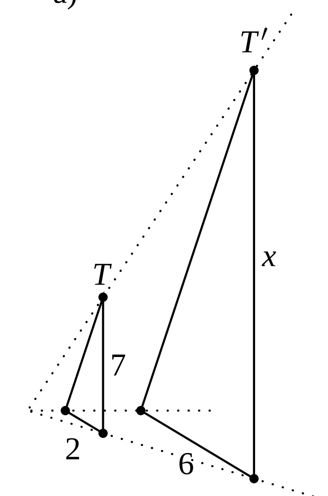
F' est l'image de F par une homothétie.

1) Effectuer les mesures nécessaires pour calculer le rapport d'homothétie.

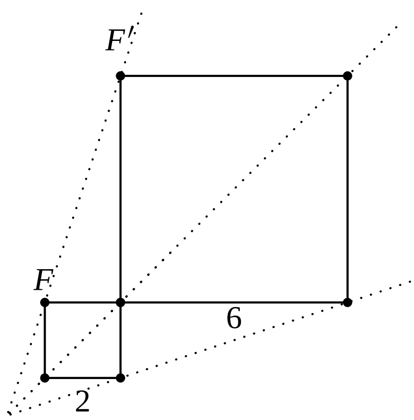
2) Quel est le rapport de l'homothétie qui transforme F' en F ?

∇∇∇ EXERCICE 808

Voici des figures et leurs images par une homothétie. Indiquer, pour chaque figure, le rapport d'homothétie k. Pour les figures (a) et (d), déterminer la longueur x.

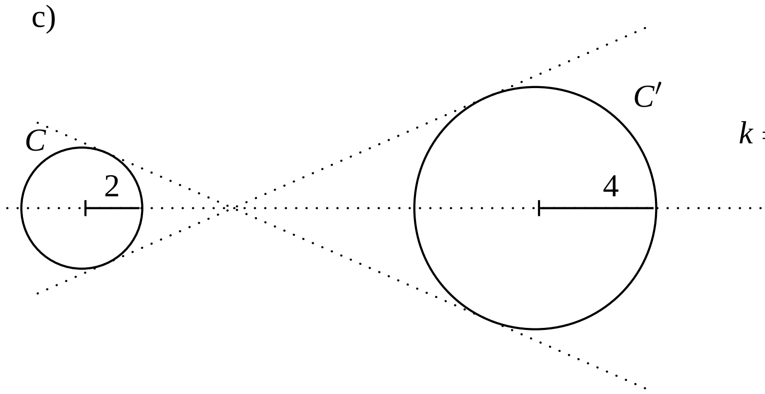
a)


$k =$
$x =$

b)


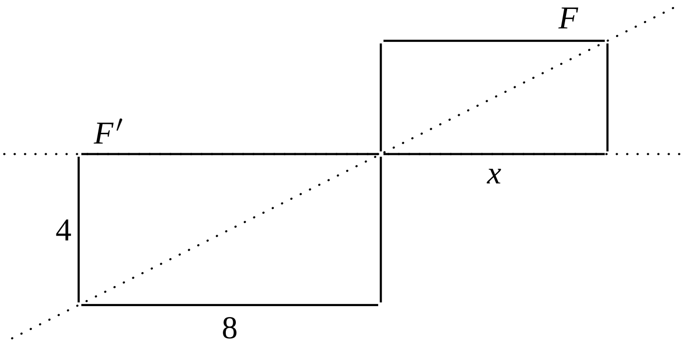
$k =$

c)



$k =$

d)

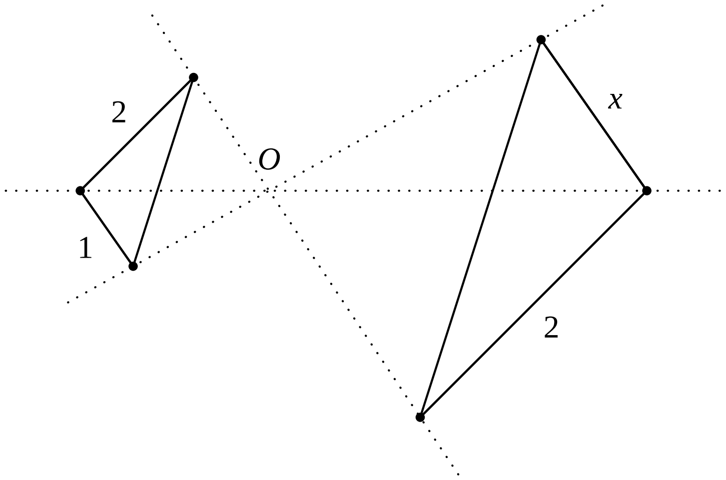


$k =$

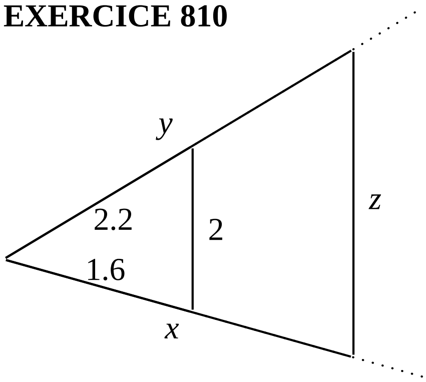
$x =$

∇∇∇ EXERCICE 809

Calculer le rapport d'homothétie et la longueur du segment x.
Unité : le cm

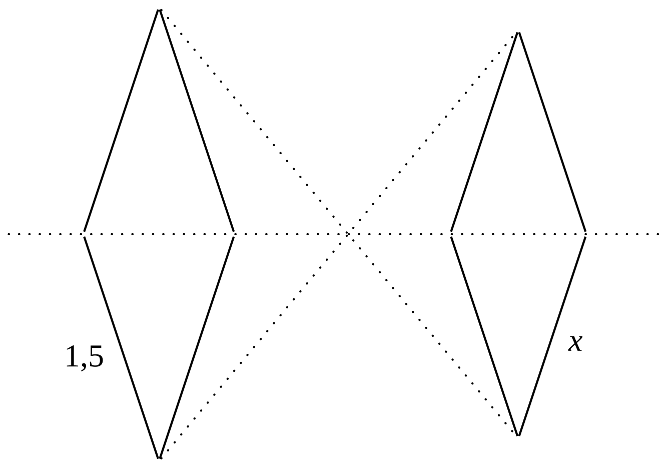


∇∇∇ EXERCICE 810



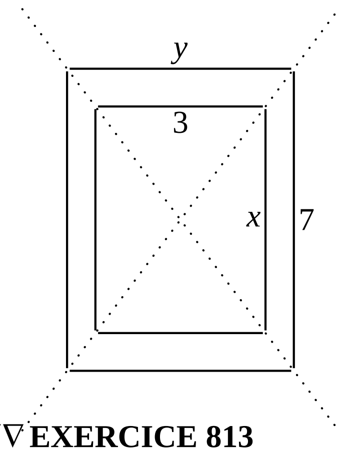
Voici un triangle et son image par une homothétie de rapport 1,85. Calculer les longueurs x, y et z.
Unité : le dm

∇∇∇ EXERCICE 811



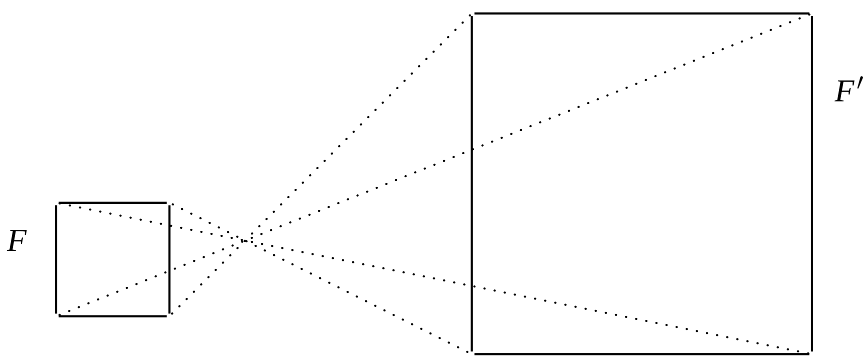
Voici un losange et son image par une homothétie de rapport -0,9. Calculer la longueur x.
Unité : le m

∇∇∇ EXERCICE 812



Voici un rectangle et son image par une homothétie de rapport $\frac{4}{3}$.
Calculer les longueurs x et y.
Unité : le cm

∇∇∇ EXERCICE 813



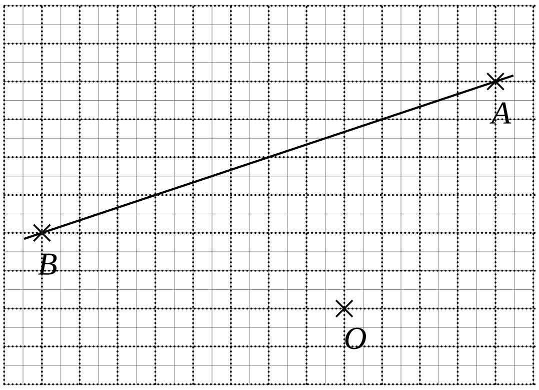
F' est l'image de F par une homothétie.

1) Effectuer les mesures nécessaires et calculer le rapport d'homothétie.

2) Calculer l'aire du carré F' et l'aire du carré F.

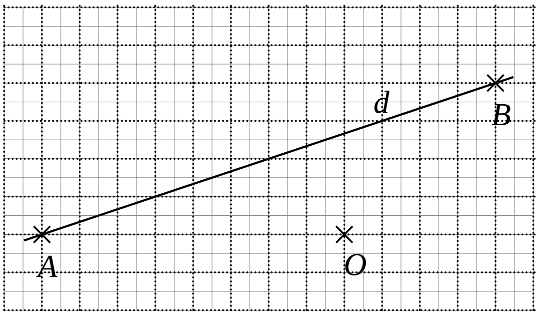
3) Calculer le rapport de ces aires.

∇∇∇ EXERCICE 814



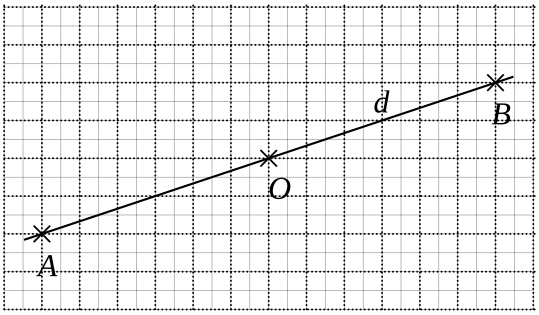
Construire l'image de la droite d par une homothétie de centre O et de rapport $+\frac{1}{2}$.

∇∇∇ EXERCICE 815



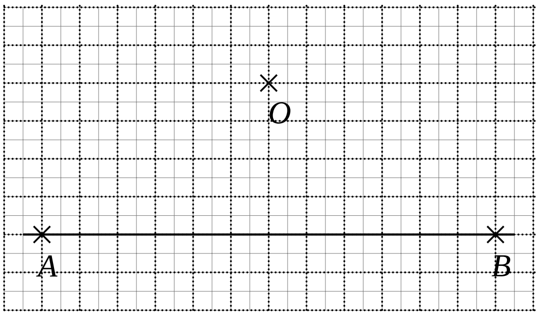
Construire l'image de la droite d par une homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{2}$.

∇∇∇ EXERCICE 816



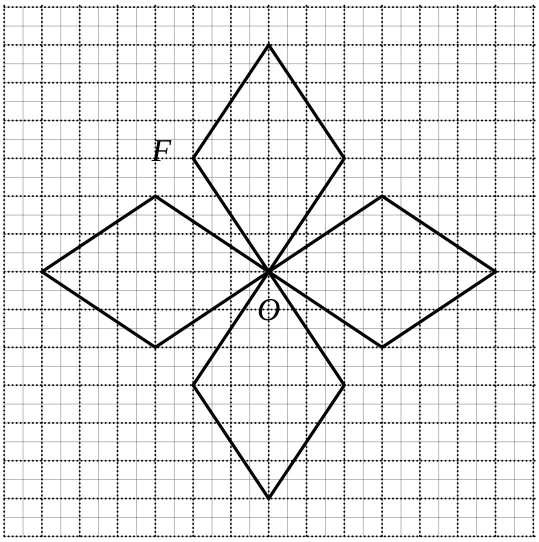
Construire l'image de la droite d par une homothétie de centre O et de rapport +5.

∇∇∇ EXERCICE 817



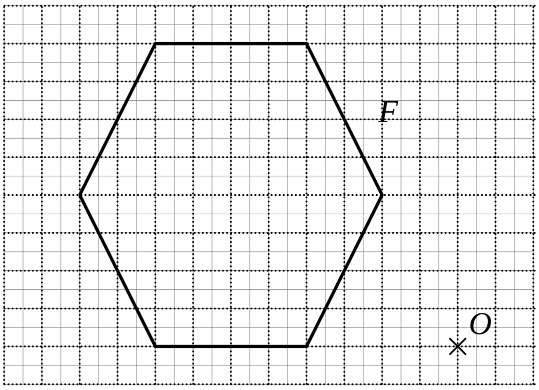
Construire l'image du segment [AB] par une homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{3}$.

∇∇∇ EXERCICE 818



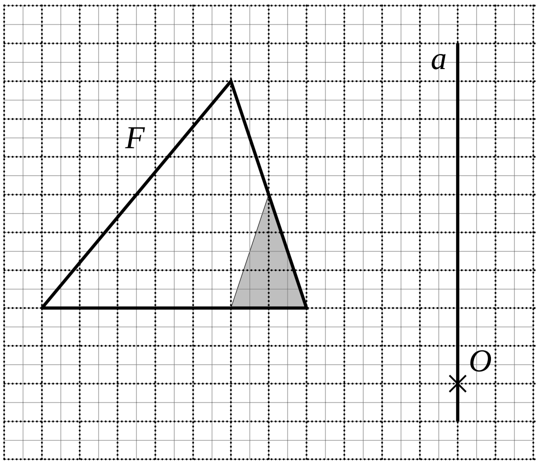
Construire l'image F' de la figure F par une homothétie de centre O et de rapport +2.

∇∇∇ EXERCICE 819



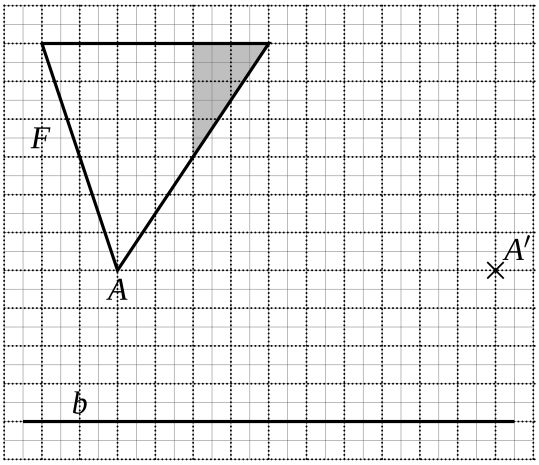
F' est l'image de la figure F par une homothétie de centre O et de rapport -2. Construire la figure F.

∇∇∇ EXERCICE 820



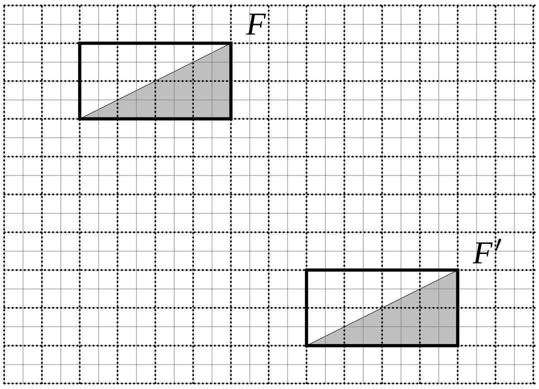
1) Construire l'image F' de la figure F par une symétrie axiale d'axe a.
2) Construire l'image F'' de la figure F' par une symétrie centrale de centre O.
3) Existe-t-il une application qui permette d'obtenir directement F'' à partir de F ?

∇∇∇ EXERCICE 821



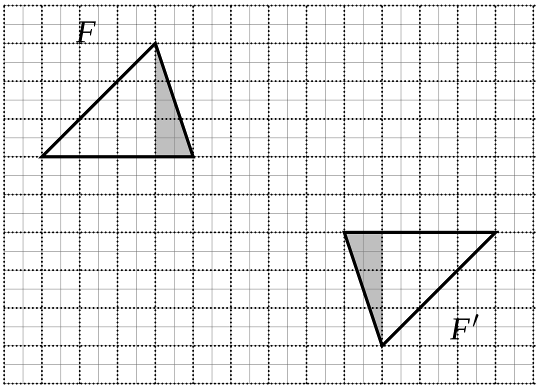
1) Construire l'image F' de la figure F par une translation de vecteur
2) Construire l'image F'' de la figure F' par une symétrie axiale d'axe b.
3) Existe-t-il une application qui permette d'obtenir directement F'' à partir de F ?

∇∇∇ EXERCICE 822



Existe-t-il une application qui permette d'obtenir directement F' à partir de F ?
Sinon, définir les applications nécessaires successives permettant de déplacer F sur F'.

∇∇∇ EXERCICE 823

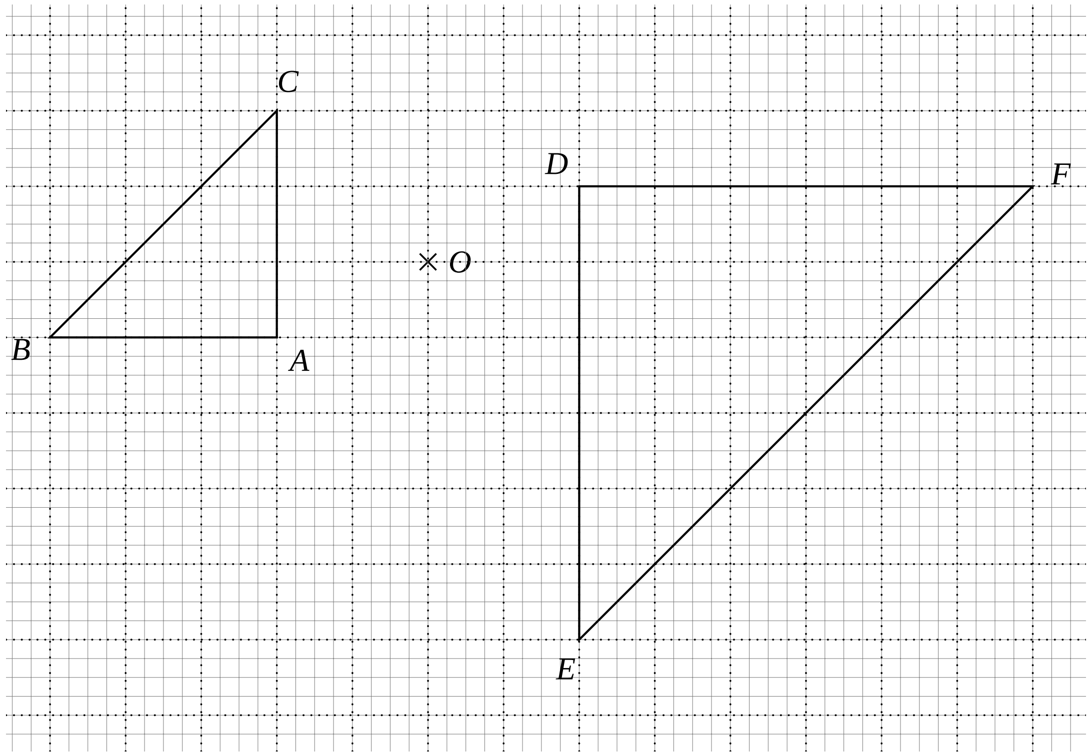


Existe-t-il une application qui permette d'obtenir directement F' à partir de F ?
Sinon, définir les applications nécessaires successives permettant de déplacer F sur F'.

∇∇∇ EXERCICE 824

1) Construire l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par une rotation de centre O et d'angle 180^o.

2) Définir complètement l'application qui permet d'obtenir le triangle DEF comme image du triangle $A'B'C'$.

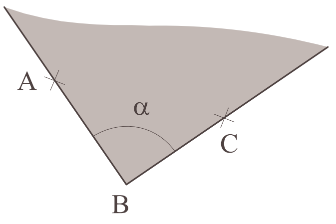


Chapitre 11

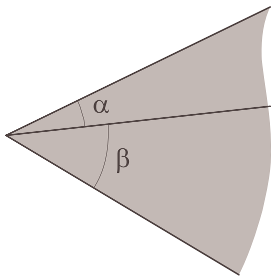
Le théorème de Thalès

Théorie

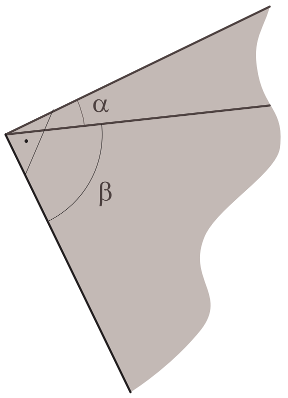
11.1 LES ANGLES (Rappel)



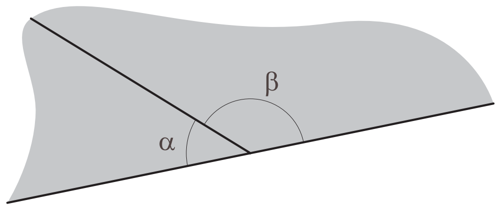
Un **angle** est une figure formée par deux demi-droites issues d'un même point.
Ce point s'appelle le **sommet** de l'angle.
Les deux demi-droites sont les **côtés** de l'angle.
Notation : $\widehat{ABC}$ ou une lettre grecque: α.



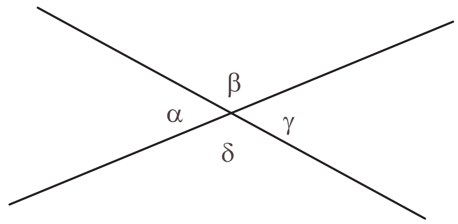
Deux angles sont **adjacents** s'ils ont le même sommet et s'ils sont situés de part et d'autre d'un côté commun.



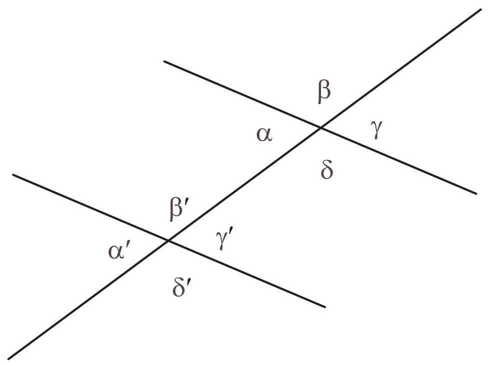
Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est un angle droit.



Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est 180^o.



Deux droites sécantes déterminent 4 angles.
On dit que α et γ sont des angles **opposés par le sommet**;
de même, β et δ sont opposés par le sommet.



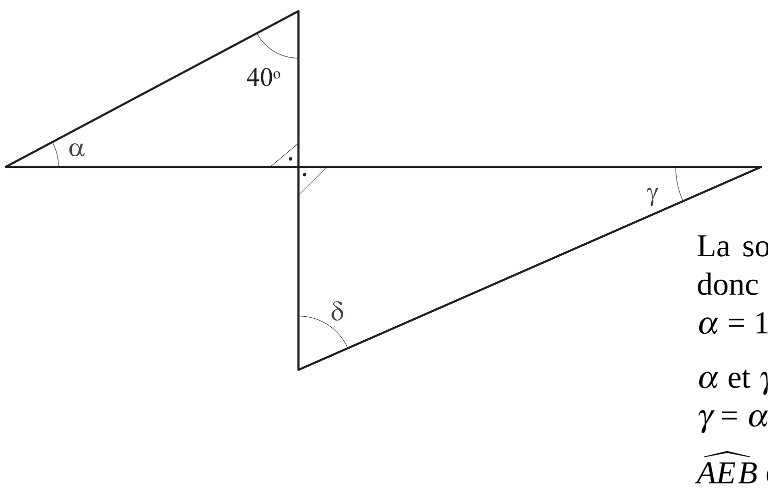
Deux droites parallèles coupées par une troisième droite déterminent 8 angles. On appelle:
β et δ' des angles **alternes-externes**; de même que γ et α';
δ et β' des angles **alternes-internes**; de même que α et γ';
α et α' des angles **correspondants**; de même que β et β', γ et γ', δ et δ'.

On dit que deux angles sont **égaux** s'ils ont la même mesure.

Deux	angles	opposés par le sommet	sont égaux
"	"	alternes-externes	
"	"	alternes-internes	
"	"	correspondants	

Exemple

Dans cette figure, AE et CD sont parallèles. Déterminer α, γ et δ.



La somme des angles d'un triangle est 180^o, donc
$\alpha = 180^o - 90^o - 40^o = 50^o$

α et γ sont alternes-internes, donc égaux:
$\gamma = \alpha = 50^o$

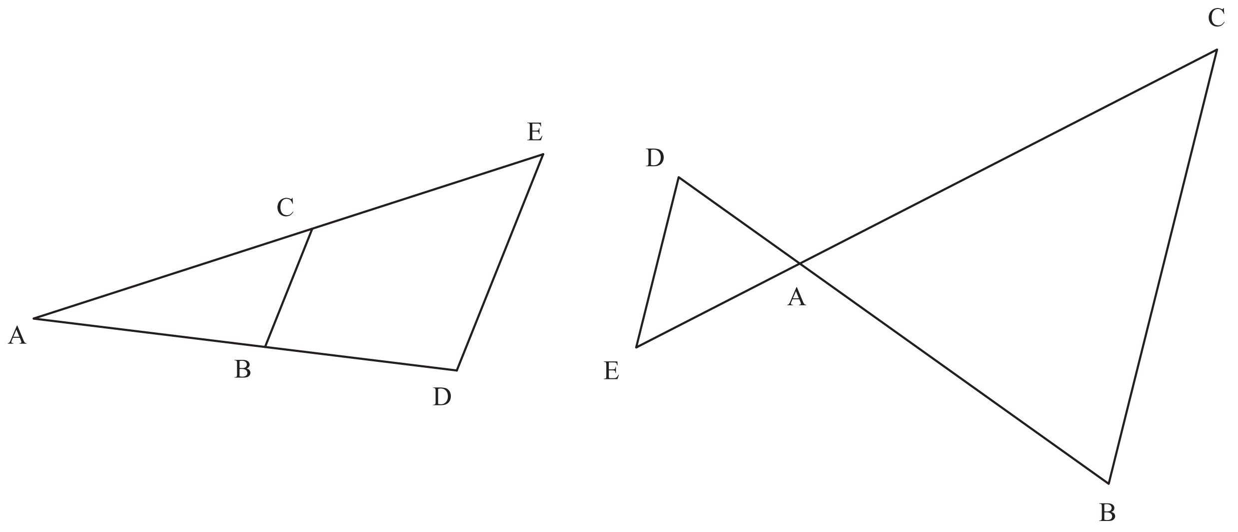
$\widehat{AEB}$ et δ sont alternes-internes, donc égaux:
$\delta = 40^o$

Exercices 825 à 829

11.2 LE THÉORÈME DE THALÈS

11.2.1 LE THÉORÈME DE THALÈS DANS LE TRIANGLE

On considère les deux figures suivantes:



Chacune est formée de deux triangles, ABC et ADE.

Dans chacune, DE est **parallèle** à BC.

Théorème Dans chacune des deux figures ci-dessus, on a:

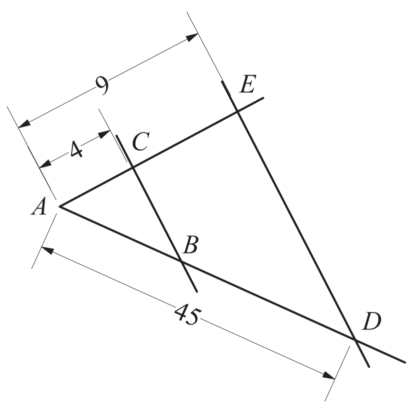
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}}.$$

Nous ne démontrerons pas ce théorème; sa démonstration est difficile.

ATTENTION !! pour que le théorème soit vrai, les sommets doivent être nommés comme sur ces figures.

Exemple 1 Calculer la longueur du segment $[AB]$, sachant que BC et DE sont parallèles et que

- $\overline{AC} = 4$ cm
- $\overline{AE} = 9$ cm
- $\overline{AD} = 45$ cm.



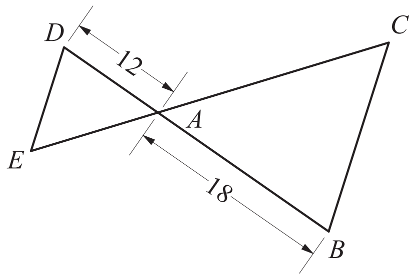
En utilisant la proportion $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$, on a:

$$\frac{\overline{AB}}{45} = \frac{4}{9}, \quad \text{d'où :} \quad \overline{AB} = \frac{4 \cdot 45}{9} = 20.$$

Réponse: le segment $[AB]$ mesure 20 cm.

Exemple 2 Calculer la longueur du segment $[DE]$, sachant que BC et DE sont parallèles et que

- $\overline{AD} = 12$ cm
- $\overline{AB} = 18$ cm
- $\overline{BC} = 24$ cm.



En utilisant la proportion $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}}$, on a:

$$\frac{18}{12} = \frac{24}{\overline{DE}}, \quad \text{d'où}: \quad \overline{DE} = \frac{24 \cdot 12}{18} = 16.$$

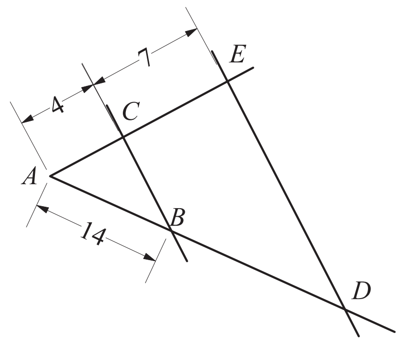
Réponse: le segment $[DE]$ mesure 16 cm.

11.2.2 UNE CONSÉQUENCE DU THÉORÈME DE THALÈS

Considérons la figure ci-contre, où BC et DE sont parallèles :

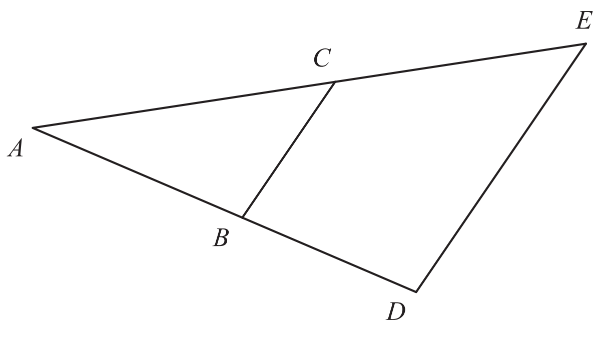
On peut démontrer, en utilisant le théorème de Thalès, que

$$\boxed{\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{BD}}}$$



Exemple 3 Calculer la longueur du segment [BD], sachant que BC et DE sont parallèles et que

- $\overline{AC} = 4$ cm
- $\overline{CE} = 7$ cm
- $\overline{AB} = 14$ cm



En utilisant la proportion $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{BD}}$, il vient:

$$\frac{4}{14} = \frac{7}{\overline{BD}}, \quad \text{d'où}: \quad \overline{BD} = \frac{14 \cdot 7}{4} = 24{,}5.$$

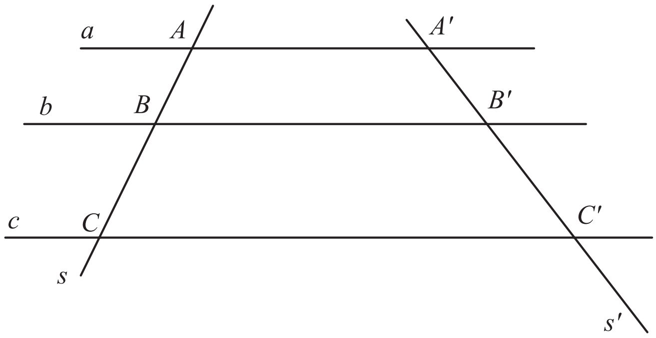
Réponse: le segment [BD] mesure 24,5 cm.

Exercices 837 à 860

11.2.3 LE THÉORÈME DE THALÈS: UNE AUTRE FORMULATION

On considère trois droites parallèles, a, b et c.

On coupe ces parallèles par deux droites, s et s', comme sur cette figure :



Soient

A, B et C les points d'intersection avec la droite s,

A', B' et C' les points d'intersection avec la droite s'. On peut déduire du théorème de Thalès que

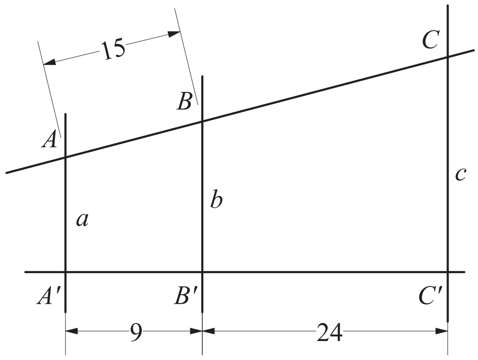
$$\boxed{\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}}$$

Voici l'énoncé de cette propriété:

Théorème	Des droites parallèles déterminent des segments proportionnels sur deux droites sécantes.

Exemple 4 Calculer la longueur du segment $[BC]$, sachant que les droites a, b et c sont parallèles et que

- $\overline{AB} = 15$ cm
- $\overline{A'B'} = 9$ cm
- $\overline{B'C'} = 24$ cm.



En utilisant la proportion $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$, on a:

$$\frac{15}{\overline{BC}} = \frac{9}{24}, \quad \text{d'où :} \quad \overline{BC} = \frac{15 \cdot 24}{9} = 40.$$

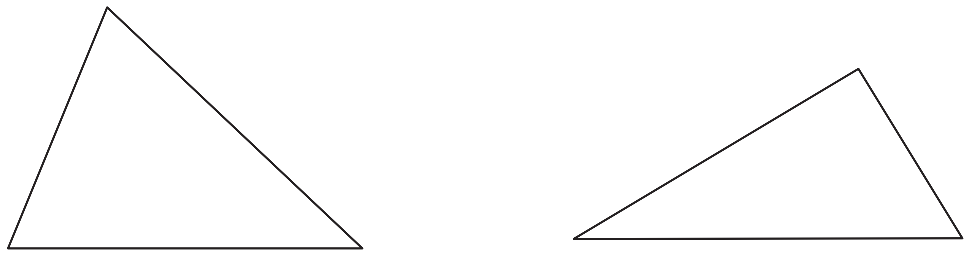
Réponse: le segment [BC] mesure 40 cm.

Exercices 861 à 868

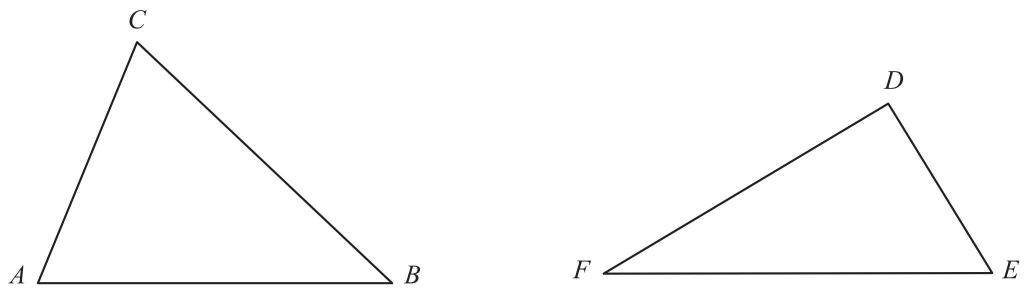
11.3 TRIANGLES SEMBLABLES

11.3.1 SOMMETS CORRESPONDANTS

Voici deux triangles:



Appelons ces triangles ABC et DEF et nommons les sommets comme sur cette figure :



Si on nomme les sommets de cette manière, on dira que

A et D sont des sommets correspondants

(parce que A est le « premier » sommet de ABC et D est le « premier » sommet de DEF).

De même,

B et E sont des sommets correspondants,

C et F sont des sommets correspondants.

Attention !! L'ordre dans lequel on écrit les sommets en nommant les triangles est important. Par exemple, si on nomme ces mêmes triangles ABC et EFD, alors les paires de sommets correspondants sont

A et E ; B et F ; C et D.

11.3.2 ANGLES CORRESPONDANTS

Après avoir fait correspondre de cette manière les sommets des deux triangles, on va faire correspondre leurs angles.

On dira que dans les triangles ABC et DEF,

$\widehat{BAC}$ et $\widehat{EDF}$ sont des angles correspondants, parce qu'ils sont situés aux sommets correspondants A et D.

De même,

$\widehat{ABC}$ et $\widehat{DEF}$ sont des angles correspondants,

$\widehat{ACB}$ et $\widehat{DFE}$ sont des angles correspondants.

On dit que deux angles sont correspondants s'ils sont situés en deux sommets correspondants.

11.3.3 CÔTÉS CORRESPONDANTS

Dans les triangles ABC et DEF, on dira que

AB et DE sont des côtés correspondants,

parce qu'ils font face aux sommets correspondants C et F.

De même,

BC et EF sont des côtés correspondants,

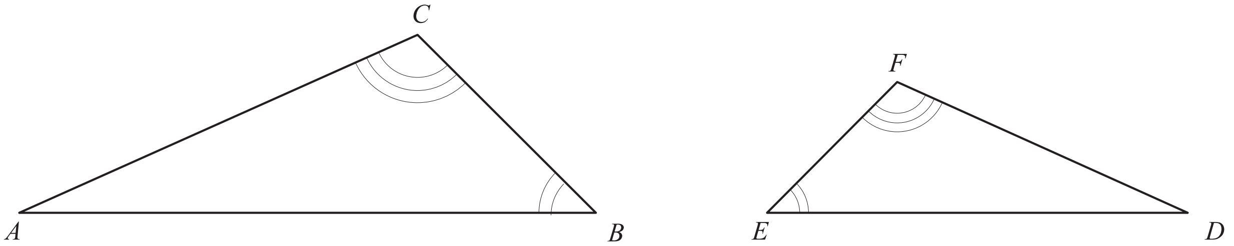
AC et DF sont des côtés correspondants.

On dit que deux côtés sont correspondants s'ils font face à deux sommets correspondants.

Exercices 830 à 832

11.3.4 TRIANGLES SEMBLABLES

Voici 2 triangles dont les angles sont égaux deux à deux:



On dira que ces deux triangles sont **semblables**.

On dit que deux triangles ABC et DEF sont semblables
si leurs angles correspondants sont égaux.

Autrement dit: les triangles ABC et DEF sont semblables si (comme sur la figure):

$$\widehat{BAC} = \widehat{EDF}\ ; \quad \widehat{ABC} = \widehat{DEF}\ ; \quad \widehat{ACB} = \widehat{DFE}.$$

Notation: On écrit $\triangle ABC \approx \triangle DEF$ pour indiquer que les triangles ABC et DEF sont semblables.

Attention !! La notation $\triangle ABC \approx \triangle DEF$ signifie que l'angle en A est égal à l'angle en D et ainsi de suite.

Voici une propriété très importante des triangles semblables:

Si deux triangles sont semblables, alors leurs côtés correspondants sont proportionnels.

Cette propriété est une conséquence du théorème de Thalès; nous ne pouvons pas la démontrer ici.

Autrement dit, si ABC et DEF sont des triangles semblables (comme sur la figure ci-dessus), alors les longueurs

$$\overline{AB}, \quad \overline{BC}, \quad \overline{AC}$$

et

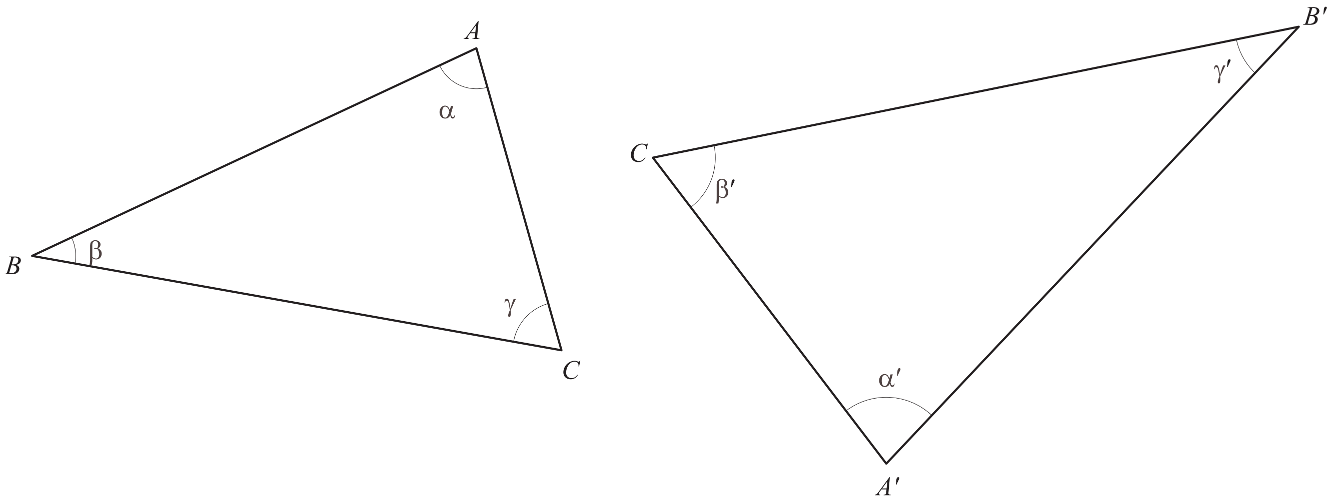
$$\overline{DE}, \quad \overline{EF}, \quad \overline{DF}$$

forment deux suites proportionnelles;

si ABC et DEF sont des triangles semblables, alors

$$\boxed{\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}}$$

Exercice



Les triangles ABC et $A'B'C'$ ont leurs angles correspondants égaux:

$$\alpha = \alpha', \quad \beta = \beta', \quad \gamma = \gamma'$$

donc ces triangles sont semblables.

1) Prendre les mesures nécessaires sur les figures pour compléter ce tableau :

Unité: le cm

côtés du triangle ABC	$\overline{AB} =$	$\overline{AC} =$	$\overline{BC} =$
côtés corresp. du triangle $A'B'C'$	$\overline{A'B'} =$	$\overline{A'C'} =$	$\overline{B'C'} =$
rapport des côtés correspondants	$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} =$	$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} =$	$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} =$

2) Vérifier que les côtés correspondants sont proportionnels.

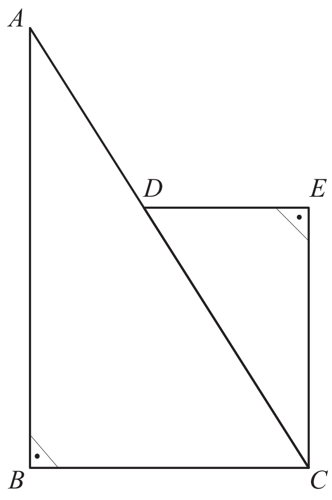
Quel est le coefficient de proportionnalité ?

Exercices 833 à 836

11.4 RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME À L'AIDE DE TRIANGLES SEMBLABLES

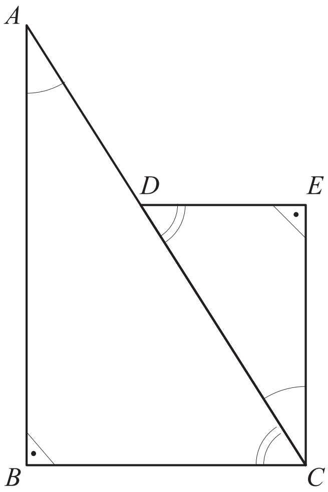
Problème Dans cette figure, AB et CE sont parallèles.

Calculer $\overline{CD}$ et $\overline{DE}$, sachant que



- $\overline{AB} = 20$ cm
- $\overline{BC} = 15$ cm
- $\overline{AC} = 25$ cm
- $\overline{CE} = 12$ cm.

1. Montrons que les triangles ABC et CED sont semblables



Indiquons sur la figure les angles égaux.

$\widehat{ABC} = \widehat{CED}$ car ce sont deux angles droits.
$\widehat{BAC} = \widehat{DCE}$ car ils sont alternes-internes, donc égaux.

Donc $\widehat{BCA} = \widehat{EDC}$ (la somme des angles d'un triangle est 180^o).
Par conséquent, $\triangle ABC \approx \triangle CED$.

$\boxed{\text{2. Ecrivons l'égalité entre les rapports des côtés correspondants}}$

$$\begin{array}{ll} \triangle ABC & : \\ \triangle CED & : \end{array} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}}$$

$\boxed{\text{3. Utilisons ces égalités pour calculer les longueurs demandée}}$

$$\frac{20}{12} = \frac{15}{\overline{ED}} = \frac{25}{\overline{CD}}$$

Calcul de $\overline{ED}$: $\dfrac{20}{12} = \dfrac{15}{\overline{ED}} \quad \Rightarrow \quad \overline{ED} = \dfrac{12 \cdot 15}{20} = 9$

Calcul de $\overline{CD}$: $\dfrac{20}{12} = \dfrac{25}{\overline{CD}} \quad \Rightarrow \quad \overline{CD} = \dfrac{12 \cdot 25}{20} = 15$

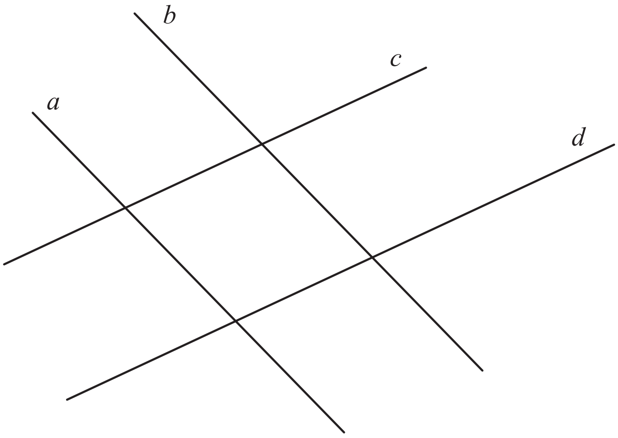
Réponse $[ED]$ mesure 9 cm et $[CD]$ mesure 15 cm.

$\boxed{\text{Exercices 869 à 887}}$

Exercices écrits

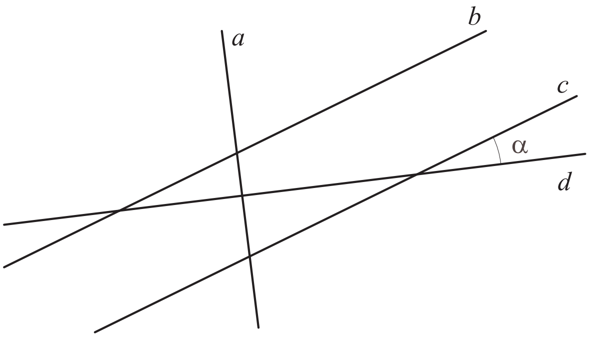
Lorsqu'un exercice fait intervenir des longueurs, on supposera qu'elles sont toutes exprimées dans la même unité.

∇∇∇ EXERCICE 825



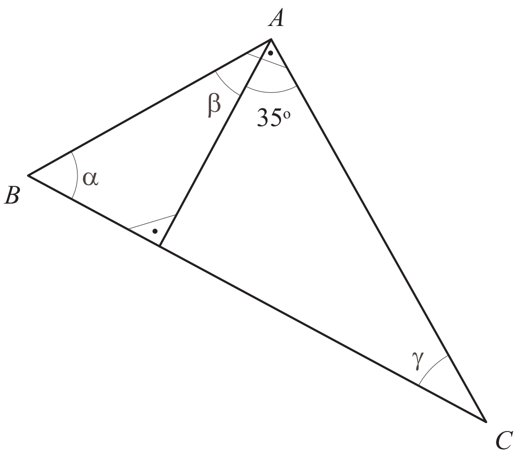
a, b, c et d sont des droites telles que $a \parallel b$ et $c \parallel d$. Nommer tous les angles formés par ces 4 droites. Indiquer ceux qui sont égaux, en justifiant la réponse.

∇∇∇ EXERCICE 826



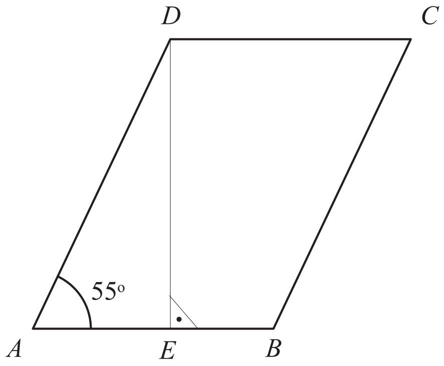
a, b, c et d sont des droites telles que $a \perp d$ et $b \parallel c$. Indiquer les angles qui sont égaux à l'angle α; justifier votre réponse.

∇∇∇ EXERCICE 827



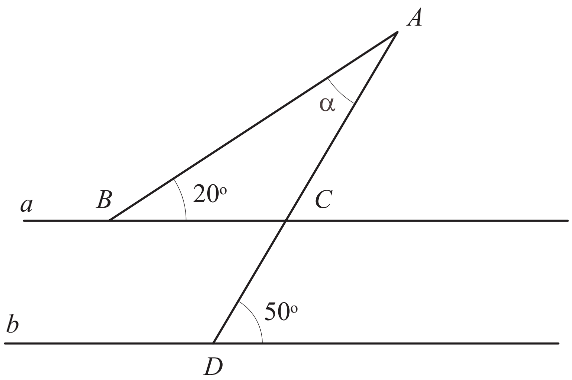
Le triangle ABC est rectangle en A. Calculer la mesure des angles α, β et γ; justifier votre réponse.

∇∇∇ EXERCICE 828



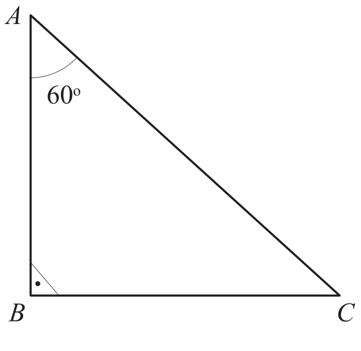
ABCD est un parallélogramme.
Calculer la mesure des angles $\widehat{ADE}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{ABC}$ *et* $\widehat{CDE}$ justifier votre réponse.

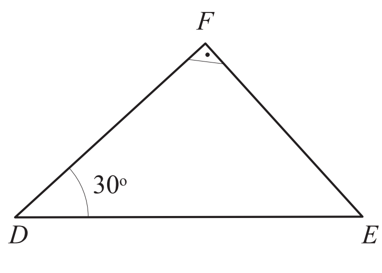
∇∇∇ EXERCICE 829



Les droites *a* et *b* sont parallèles.
Quelle est la mesure de l'angle α ?
Justifier votre réponse.

∇∇∇ EXERCICE 830



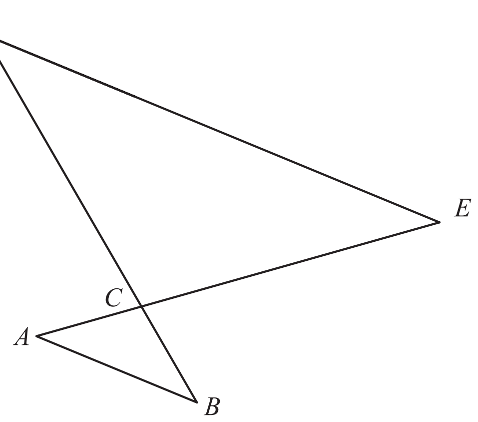


1) Montrer que les angles correspondants des triangles *ABC* et *FDE* sont égaux.

2) Quel est le côté du triangle *FDE* correspondant à

1. $[AB]$?
2. $[BC]$?
3. $[AC]$?

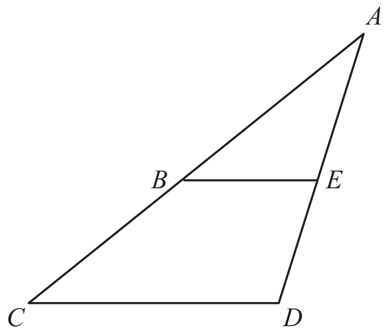
∇∇∇ EXERCICE 831



$AB \parallel DE$

1. Montrer que les triangles ABC et EDC ont leurs angles correspondants égaux.
2. Indiquer les paires de côtés correspondants.

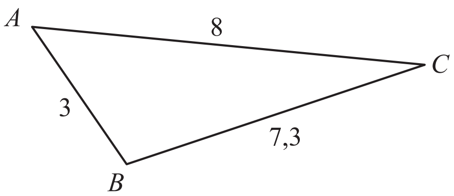
∇∇∇ EXERCICE 832



$BE \parallel CD$

1. Montrer que les triangles ACD et ABE ont leurs angles correspondants égaux.
2. Indiquer les paires de côtés correspondants.

∇∇∇ EXERCICE 833



Sachant que le triangle $A'B'C'$ est semblable au triangle ABC et que $\overline{A'B'} =$ 4,5 cm, calculer le périmètre du triangle $A'B'C'$.

∇∇∇ EXERCICE 834

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables.

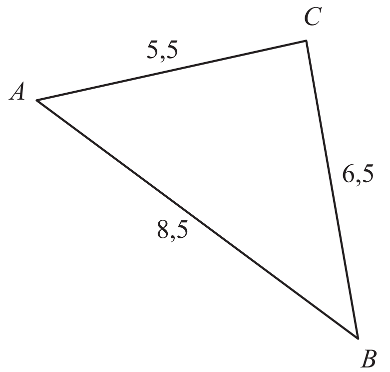
1) Sachant que
$\overline{AB} = 3$ cm , $\overline{BC} = 5$ cm , $\overline{AC} = 7$ cm , $\overline{A'B'} = 9$ cm,
calculer $\overline{B'C'}$ et $\overline{A'C'}$.

2) Sachant que
$\overline{AB} = 3{,}5$ cm , $\overline{BC} = 4{,}3$ cm , $\overline{A'B'} = 7$ cm , $\overline{A'C'} = 11$ cm,
calculer $\overline{B'C'}$ et $\overline{AC}$.

∇∇∇ EXERCICE 835

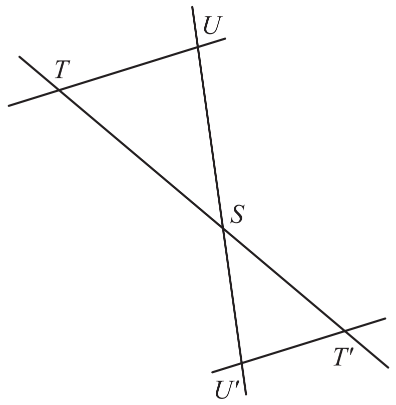
Dans un triangle rectangle, les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm. Un autre triangle rectangle, semblable au précédent, a une hypoténuse qui mesure 35 cm. Calculer l'aire du second triangle.

∇∇∇ EXERCICE 836



Sachant qu'un triangle semblable au triangle ABC a un périmètre de 16,4 cm, calculer la longueur de chacun de ses côtés.

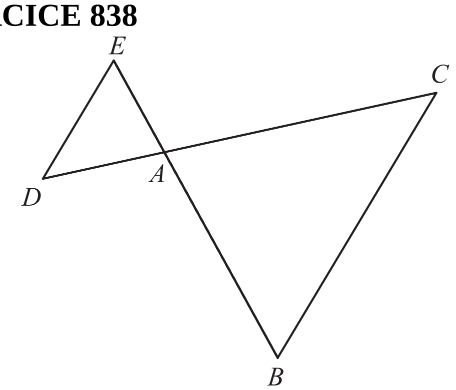
∇∇∇ EXERCICE 837



$UT \parallel U'T'$
$\overline{ST} = 56$
$\overline{ST'} = 28$
$\overline{SU'} = 27$

Calculer $\overline{SU}$.

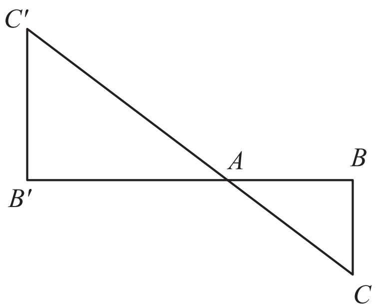
∇∇∇ EXERCICE 838



$ED \parallel BC$
$\overline{AD} = 30$
$\overline{AC} = 50$
$\overline{DE} = 48$

Calculer $\overline{BC}$.

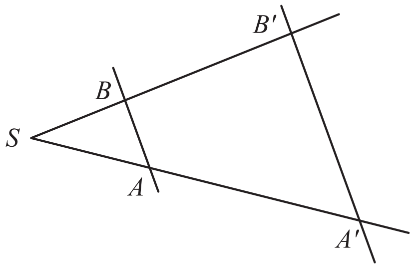
∇∇∇ EXERCICE 839



$BC \parallel B'C'$
$\overline{AC'} = 21$
$\overline{AB'} = 17$
$\overline{B'C'} = 4$
$\overline{BC} = 2$

Calculer $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$.

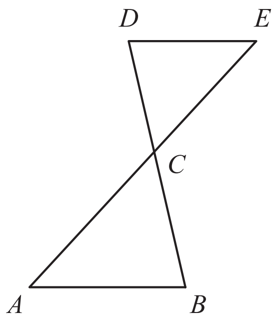
∇∇∇ EXERCICE 840



$AB \parallel A'B'$
$\overline{SA} = 40$
$\overline{SA'} = 70$
$\overline{SB} = 32$

Calculer $\overline{SB'}$.

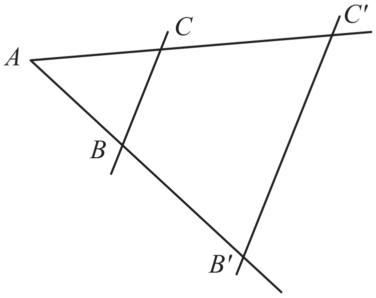
∇∇∇ EXERCICE 841



$AB \parallel DE$
$\overline{CB} = 56$
$\overline{CD} = 32$
$\overline{CE} = 24$
$\overline{AB} = 63$

Calculer $\overline{AC}$ et $\overline{DE}$.

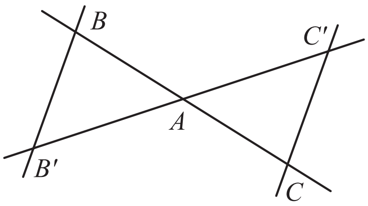
∇∇∇ EXERCICE 842



$BC \parallel B'C'$
$\overline{AB} = 4$
$\overline{AB'} = 9$
$\overline{BC} = 2$

Calculer $\overline{B'C'}$.

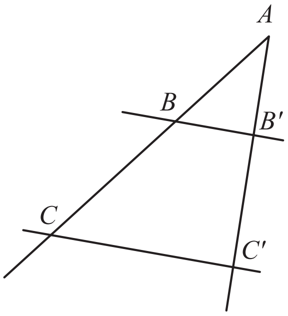
∇∇∇ EXERCICE 843



$BB' \parallel CC'$
$\overline{AB} = 25$
$\overline{AC} = 35$
$\overline{CC'} = 63$

Calculer $\overline{BB'}$.

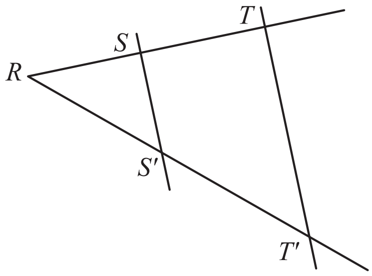
∇∇∇ EXERCICE 844



$BB' \parallel CC'$
$\overline{AB'} = 20$
$\overline{AC'} = 44$
$\overline{AB} = 40$
$\overline{BB'} = 30$

Calculer $\overline{AC}$ et $\overline{CC'}$.

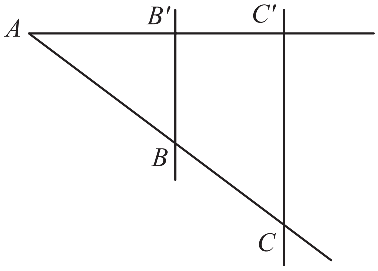
∇∇∇ EXERCICE 845



$SS' \parallel TT'$
$\overline{RS} = 30$
$\overline{ST} = 20$
$\overline{RT'} = 80$
$\overline{TT'} = 56$

Calculer $\overline{RS'}$ et $\overline{SS'}$.

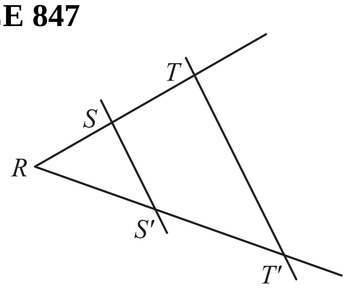
∇∇∇ EXERCICE 846



$BB' \parallel CC'$
$\overline{AB} = 64$
$\overline{BC} = 24$
$\overline{BB'} = 42$

Calculer $\overline{CC'}$.

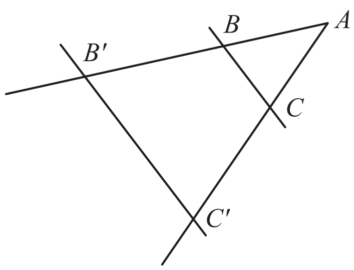
∇∇∇ EXERCICE 847



$SS' \parallel TT'$
$\overline{RS} = 35$
$\overline{ST} = 21$
$\overline{RS'} = 55$

Calculer $\overline{S'T'}$.

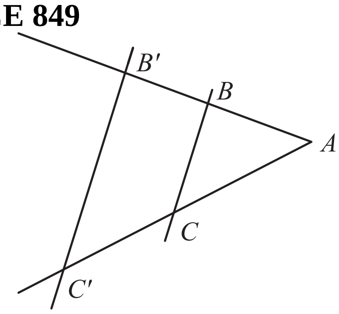
∇∇∇ EXERCICE 848



$BC \parallel B'C'$
$\overline{BC} = 4$
$\overline{B'C'} = 6$
$\overline{AC} = 5$

Calculer $\overline{CC'}$.

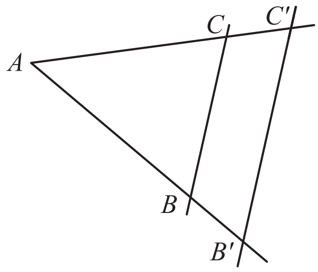
∇∇∇ EXERCICE 849



$BC \parallel B'C'$
$\overline{AB} = 4$
$\overline{BB'} = 5$
$\overline{CC'} = 6$

Calculer $\overline{AC}$.

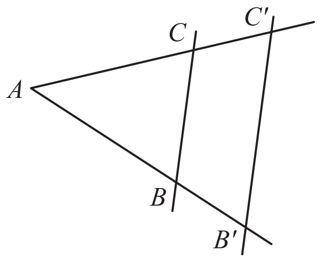
∇∇∇ EXERCICE 850



$BC \parallel B'C'$
$\overline{CC'} = 5$
$\overline{B'C'} = 25$
$\overline{AB} = 18$
$\overline{BB'} = 2$

Calculer $\overline{AC}$ et $\overline{BC}$.

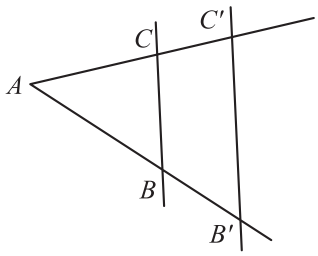
∇∇∇ EXERCICE 851



$BC \parallel B'C'$
$\overline{AC} = 12$
$\overline{BB'} = 2$
$\overline{BC} = 10$
$\overline{B'C'} = 14$

Calculer $\overline{CC'}$ et $\overline{AB}$.

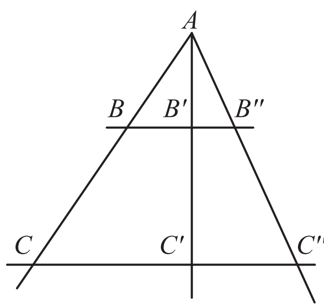
∇∇∇ EXERCICE 852



$BC \parallel B'C'$
$\overline{AC} = 7$
$\overline{AB} = 5$
$\overline{BB'} = 3$
$\overline{B'C'} = 4$

1) Calculer les deux rapports $r_1 = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AB'}}$ et $r_2 = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BB'}}$.
2) Le rapport $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$ est-il égal à r_1 ou à r_2 ?
3) Calculer $\overline{BC}$.
4) Calculer $\overline{CC'}$ en utilisant le rapport r_1 .
5) Calculer $\overline{CC'}$ en utilisant le rapport r_2.

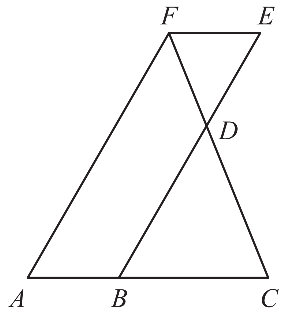
∇∇∇ EXERCICE 853



$BB'' \parallel CC''$
$\overline{AB} = 28$
$\overline{BC} = 36$
$\overline{AB'} = 21$
$\overline{BB'} = 14$
$\overline{C'C"} = 80$

Calculer $\overline{CC'}$, $\overline{AC'}$, $\overline{B'B"}$.

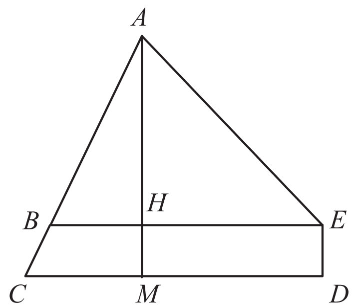
∇∇∇ EXERCICE 854



$AF \parallel BE et AC \parallel FE$
$\overline{BC} = 54$
$\overline{CD} = 45$
$\overline{EF} = 18$
$\overline{AF} = 100$

Calculer $\overline{FD}$ et $\overline{BD}$.

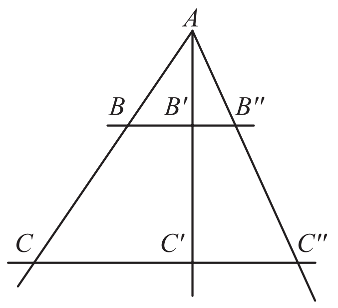
∇∇∇ EXERCICE 855



$BE \parallel CD et AM \perp BE$
$\overline{AB} = 10$
$\overline{BC} = 5$
$\overline{BH} = 6$

Calculer $\overline{ED}$.

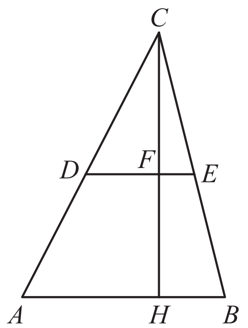
∇∇∇ EXERCICE 856



$BB' \parallel CC' et AB' \perp BB'$
$\overline{AB} = 30$
$\overline{AB'} = 24$
$\overline{BC} = 20$
$\overline{AB"} = 25$

Calculer $\overline{BB'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{B'B"}$, $\overline{AC''}$, $\overline{C'C''}$.

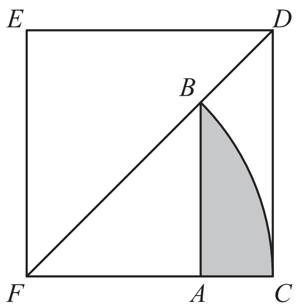
∇∇∇ EXERCICE 857



$DE \parallel AB$ et $CH \perp AB$
$\overline{AH} = 3$
$\overline{CH} = 4$
$\overline{DC} = 2$

Calculer $\overline{FH}$ et $\overline{DF}$.

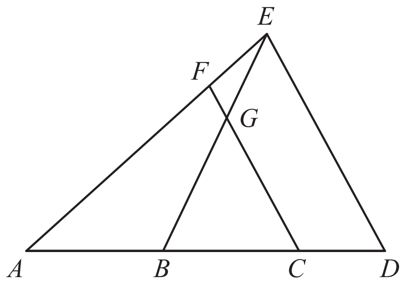
∇∇∇ EXERCICE 858



$\overset{\frown}{BC}$ arc de cercle centré en F.
$AB \parallel CD$
L'aire du carré $CDEF$ mesure 16 cm ^{2}.

Calculer l'aire de la surface ombrée.

∇∇∇ EXERCICE 859



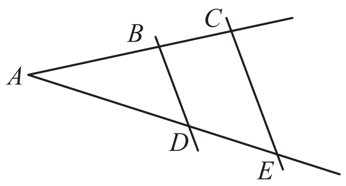
$FC \parallel ED$
$\overline{CD} = 14$
$\overline{ED} = 54$
$\overline{GC} = 36$
$\overline{FE} = 17$
$\overline{AF} = 85$

Calculer $\overline{BC}$, $\overline{FG}$ et $\overline{AB}$.

∇∇∇ EXERCICE 860

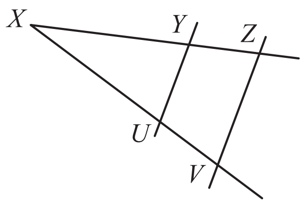
Indiquer la proportion permettant de calculer, si c'est possible, la longueur demandée.

1)



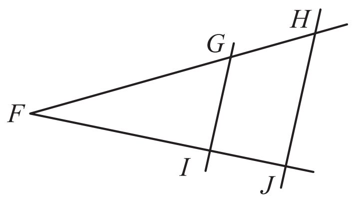
$BD \parallel CE$
On donne $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$.
On demande $\overline{DE}$.

2)



$UY \parallel VZ$
On donne $\overline{XY}$, $\overline{XZ}$, $\overline{VZ}$.
On demande $\overline{UY}$.

3)

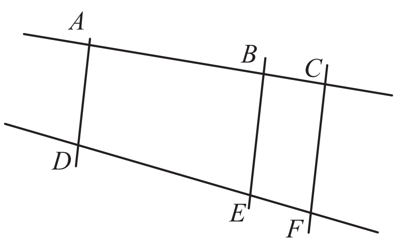


$GI \parallel HJ$
On donne $\overline{FG}$, $\overline{FH}$, $\overline{FI}$.
On demande $\overline{IJ}$.

∇∇∇ EXERCICE 861

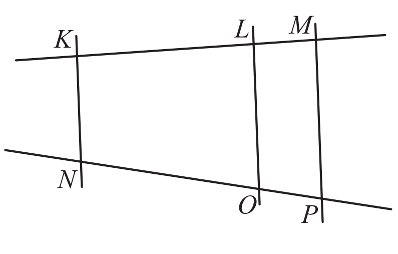
Indiquer la proportion permettant de calculer, si c'est possible, la longueur demandée.

1)



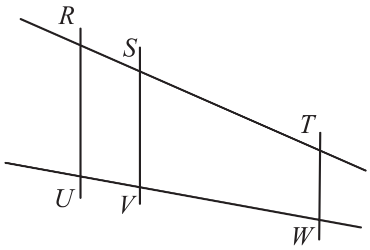
$AD \parallel BE \parallel CF$
On donne $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$.
On demande $\overline{EF}$.

2)



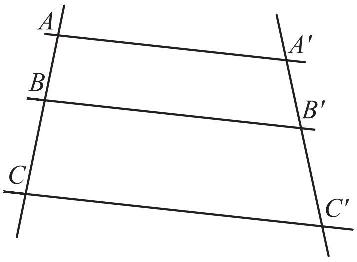
$KN \parallel LO \parallel MP$
On donne $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, $\overline{NK}$.
On demande $\overline{LO}$.

3)



$RU \parallel SV \parallel TW$
On donne $\overline{RS}$, $\overline{RU}$, $\overline{SV}$, $\overline{TW}$.
On demande $\overline{ST}$.

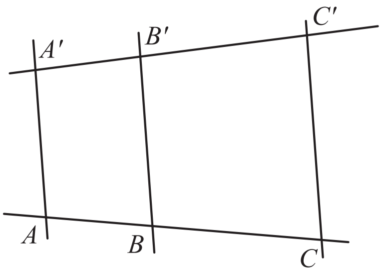
∇∇∇ EXERCICE 862



$AA' \parallel BB' \parallel CC'$
$\overline{AB} = 75$
$\overline{BC} = 55$
$\overline{A'B'} = 45$

Calculer $\overline{B'C'}$.

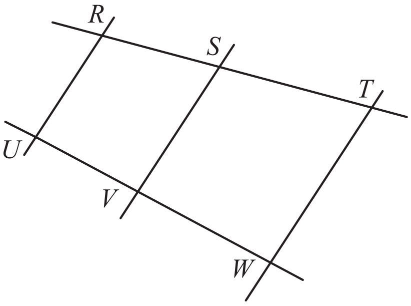
∇∇∇ EXERCICE 863



$AA' \parallel BB' \parallel CC'$
$\overline{A'B'} = 3$
$\overline{A'C'} = 12$
$\overline{AB} = 6$

Calculer $\overline{AC}$.

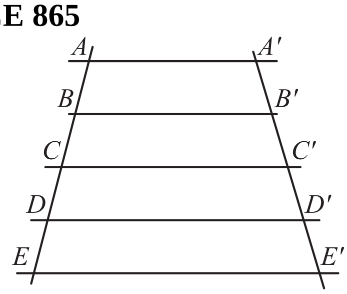
∇∇∇ EXERCICE 864



$RR' \parallel SS' \parallel TT'$
$\overline{R'S'} = 45$
$\overline{R'T'} = 96$
$\overline{RS} = 49$

Calculer $\overline{RT}$.

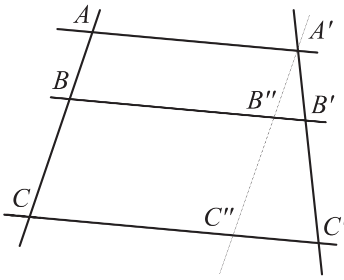
∇∇∇ EXERCICE 865



$AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD' \parallel EE'$
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 2$
$\overline{A'B'} = 3{,}2$

Calculer $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$, $\overline{D'E'}$.

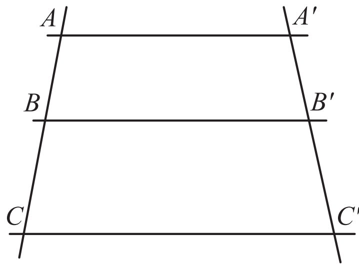
∇∇∇ EXERCICE 866



$AA' \parallel BB' \parallel CC' et A'C" \parallel AC$
$\overline{AB} = 24$
$\overline{BC} = 32$
$\overline{A'B'} = 36$
$\overline{AA'} = 39$
$\overline{BB'} = 60$

Calculer $\overline{B'C'}$ et $\overline{CC'}$.

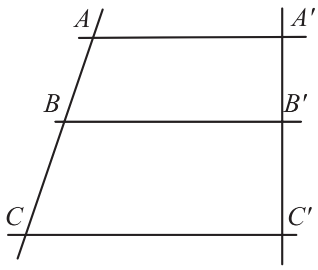
∇∇∇ EXERCICE 867



$AA' \parallel BB' \parallel CC'$
$\overline{AB} = 4$
$\overline{BC} = 5$
$\overline{AA'} = 12$
$\overline{BB'} = 16$
$\overline{A'B'} = 5$

Calculer $\overline{B'C'}$ et $\overline{CC'}$.

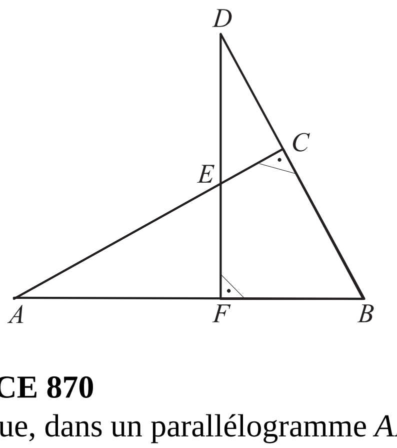
∇∇∇ EXERCICE 868



$AA' \parallel BB' \parallel CC'$
$A'C' \perp BB'$
$\overline{AB} = 15$
$\overline{AA'} = 10$
$\overline{BC} = 30$
$\overline{A'B'} = 12$

Calculer le périmètre du trapèze $BB'C'C$.

∇∇∇ EXERCICE 869



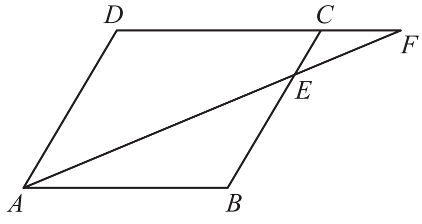
ABC est un triangle rectangle en C. DBF est un triangle rectangle en F.

Montrer que les triangles AEF et DBF sont semblables.

∇∇∇ EXERCICE 870

Montrer que, dans un parallélogramme $ABCD$, les triangles ABC et CDA sont semblables.

∇∇∇ EXERCICE 871

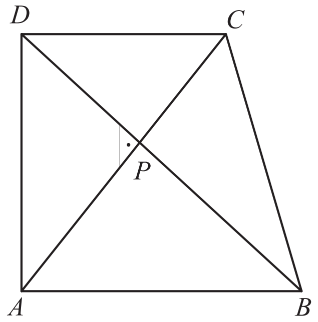


$ABCD$ est un parallélogramme. Montrer que les triangles ABE et FDA sont semblables.

∇∇∇ EXERCICE 872

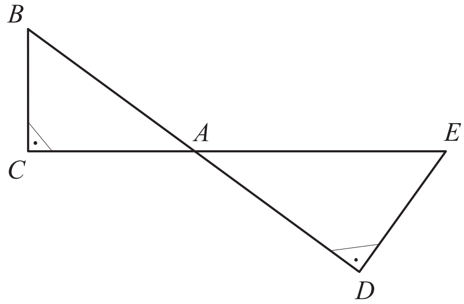
Construire un triangle isocèle ABC ($\overline{AB} = \overline{AC}$). Les bissectrices des angles de sommets B et C coupent en X, respectivement Y, les côtés $[AC]$, respectivement $[AB]$, du triangle. Montrer que les triangles ABX et ACY sont semblables.

∇∇∇ EXERCICE 873



$ABCD$ est un trapèze rectangle en A et en D. Ses diagonales se coupent à angle droit en P. Montrer que les triangles APB, DPA et CPD sont semblables.

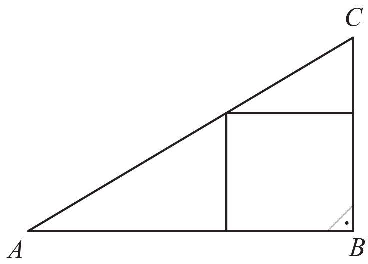
∇∇∇ EXERCICE 874



$\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{DE} = 15$

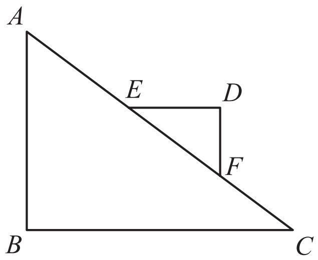
Calculer $\overline{AC}$, $\overline{AE}$, $\overline{AD}$.

∇∇∇ EXERCICE 875



ABC est un triangle rectangle en B. Les côtés de l'angle droit mesurent 36 cm et 48 cm.
Calculer la longueur du côté du carré inscrit.

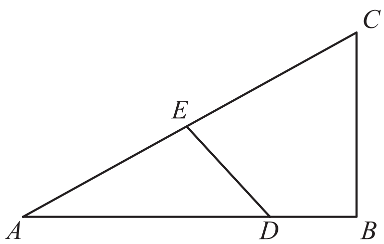
∇∇∇ EXERCICE 876



$AB \perp BC$
$ED \parallel BC$ ET $DF \parallel AB$
$\overline{AC} = 39$, $\overline{AB} = 15$, $\dfrac{\overline{EF}}{\overline{AC}} = \dfrac{1}{3}$

Calculer le périmètre du triangle EDF.

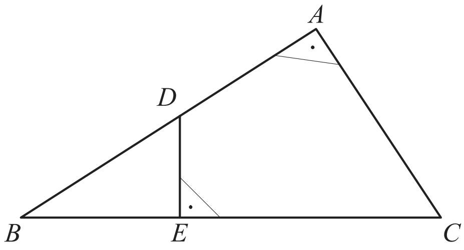
∇∇∇ EXERCICE 877



$BC \perp ABetED \perp AC$
$\overline{AB} = 8$,$\overline{BC} = 6$,$\overline{EC} = 8$

Calculer $\overline{AD}$ et $\overline{ED}$.

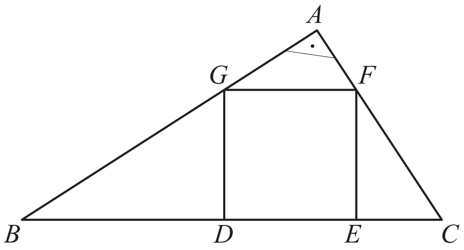
$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 878



$\overline{BD} = 25$, $\overline{ED} = 15$, $\overline{EC} = 35$

Calculer l'aire et le périmètre du quadrilatère *ADEC*.

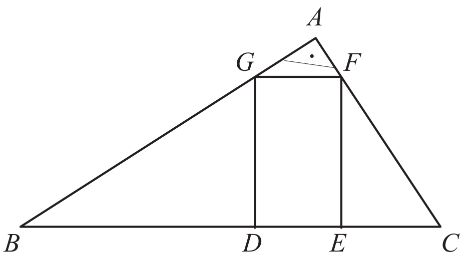
$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 879



ABC est un triangle rectangle en *A*. *DEFG* est un carré inscrit dans ce triangle.

1) Montrer que les triangles *BDG* et *FEC* sont semblables.
2) En déduire que $\overline{DG}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{EC}$.

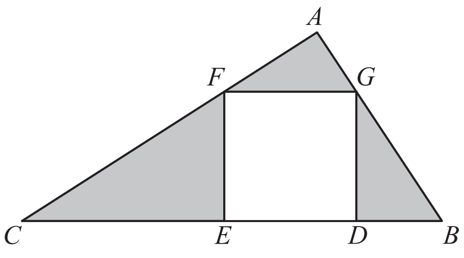
$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 880



ABC est un triangle rectangle en *A*.
DEFG est un rectangle inscrit dans ce triangle.
$\overline{BD} = 48$, $\overline{DG} = 36$, $\overline{GF} = 20$

Calculer $\overline{BG}$, $\overline{AG}$, $\overline{AF}$, $\overline{CF}$, $\overline{EC}$.

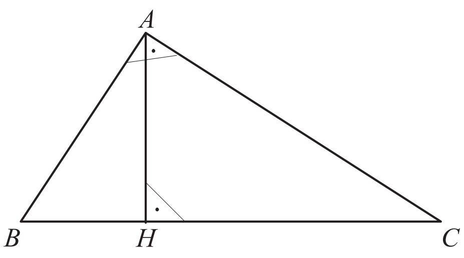
$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 881



ABC est un triangle rectangle en *A*.
DEFG est un carré inscrit dans ce triangle.
$\overline{GF} = 6$, $\overline{BD} = 8$

Calculer l'aire de la surface ombrée.

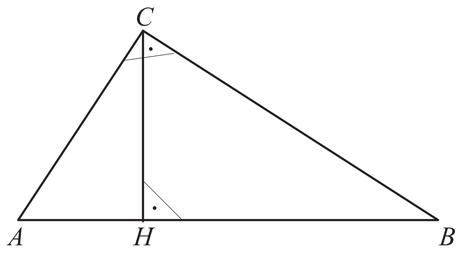
$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 882



ABC est un triangle rectangle en A.
$[AH]$ est la hauteur issue de *A*.
Montrer que

1. $\triangle ABC\ approx \triangle HBA$
2. $\triangle ABC\ approx \triangle HAC$
3. $\triangle HBA\ approx \triangle HAC$

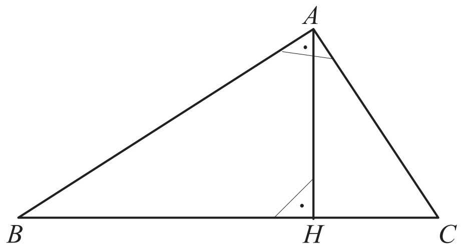
∇∇∇ EXERCICE 883



$\overline{BH} = 18$
$\overline{BC} = 30$

Calculer $\overline{CH}$, $\overline{AH}$, $\overline{AC}$.

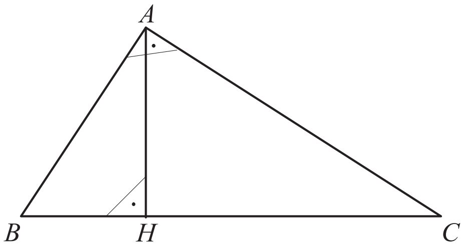
∇∇∇ EXERCICE 884



$\overline{AB} = 12$
$\overline{BC} = 15$

Calculer $\overline{AC}$, $\overline{AH}$, $\overline{BH}$, $\overline{CH}$.

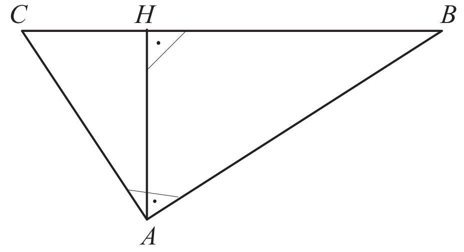
∇∇∇ EXERCICE 885



$\overline{AB} = 65$
$\overline{AH} = 60$

Calculer $\overline{BH}$, $\overline{CH}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$.

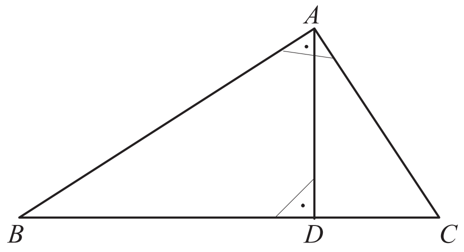
∇∇∇ EXERCICE 886



$\overline{HB} = 27$
$\overline{AH} = 36$

Calculer $\overline{AB}$, $\overline{CH}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$.

∇∇∇ EXERCICE 887



$\overline{AB} = 20$
$\overline{AC} = 15$

Calculer $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$.

Exercices de développement

Lorsqu'un exercice fait intervenir des longueurs, on supposera qu'elles sont toutes exprimées dans la même unité.

∇∇∇ EXERCICE 888

Soit ABC un triangle rectangle en C. Soit $[CH]$ la hauteur issue du sommet C. Calculer les longueurs des côtés de l'angle droit du triangle ABC, sachant que $\overline{AH} = 225$ mm et $\overline{BH} = 64$ mm.

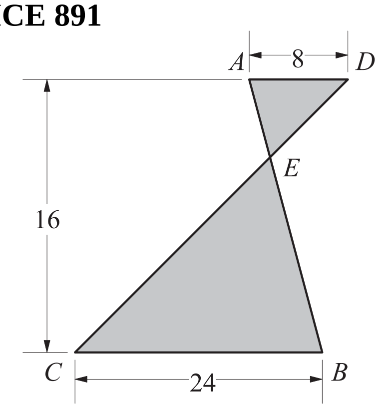
∇∇∇ EXERCICE 889

Soit un triangle ABC, rectangle en A. Sachant que $\overline{AB} = 17{,}5$ cm et $\overline{AC} = 60$ cm, calculer la longueur de la hauteur issue du sommet A.

∇∇∇ EXERCICE 890

Dans un triangle rectangle en A, la hauteur issue du sommet A coupe le côté $[BC]$ en H. Sachant que $\overline{AB} = 65$ cm et $\overline{AH} = 60$ cm, calculer le périmètre du triangle ABC.

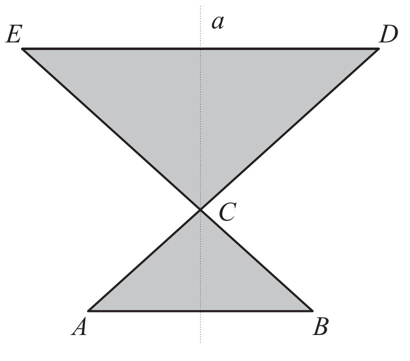
∇∇∇ EXERCICE 891



$AD \parallel BC$

Calculer l'aire de la surface ombrée.

∇∇∇ EXERCICE 892



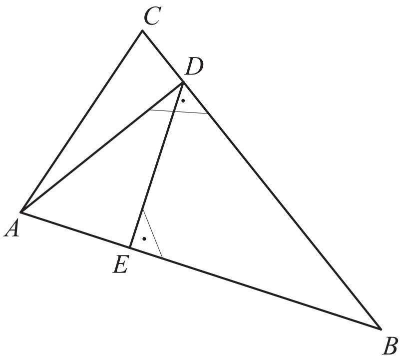
$AB \parallel DE$

$\overline{AB} = 4{,}8$, $\overline{ED} = 33{,}6$, $\overline{AC} = 20$

Calculer l'aire de cette figure.

(a est l'axe de symétrie de cette figure.)

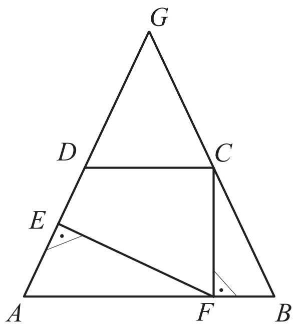
∇∇∇ EXERCICE 893



$AD \perp BC et DE \perp AB$
$\overline{BC} = 35$, $\overline{BD} = 24$, $\overline{DE} = 9{,}24$

Calculer l'aire du triangle ABC.
!! ABC n'est pas un triangle rectangle.

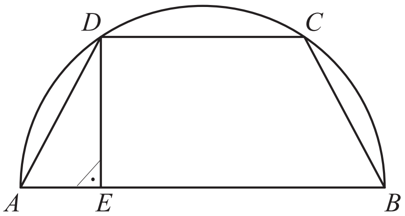
∇∇∇ EXERCICE 894



Le triangle ABG est isocèle en G ($\overline{AG} = \overline{BG}$).
$DC \parallel AB$
$\overline{AB} = 111$, $\overline{DC} = 45$, $\overline{CF} = 56$

1) Montrer que les triangles AEF et BFC sont semblables.
2) Calculer le périmètre du quadrilatère $CDEF$.

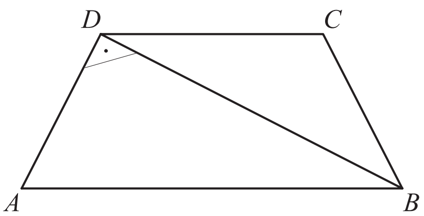
∇∇∇ EXERCICE 895



Le trapèze $ABCD$ est inscrit dans un demi-cercle.
$\overline{AE} = 4$, $\overline{DE} = 8$

Calculer le périmètre de ce trapèze.

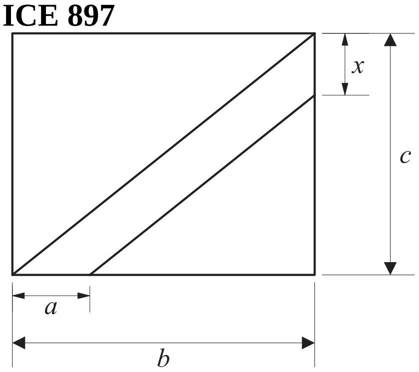
∇∇∇ EXERCICE 896



$ABCD$ est un trapèze isocèle.
De plus, $AD \perp BD$.

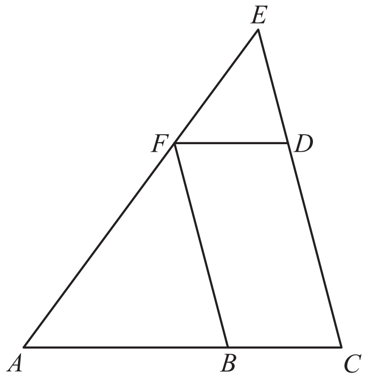
Calculer l'aire et le périmètre de $ABCD$, sachant que $\overline{AD} = 72$ et $\overline{BD} = 96$.

∇∇∇ EXERCICE 897



Calculer la longueur x, sachant que:
$a = 12$
$b = 40$
$c = 10$

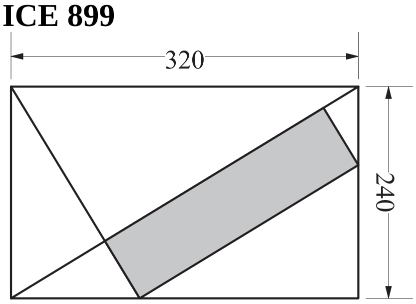
∇∇∇ EXERCICE 898



BCDF est un parallélogramme. Son périmètre est égal à celui du triangle *ABF*.
De plus,
$\overline{AE} = 102$
$\overline{AC} = 85$
$\overline{EC} = 68$.

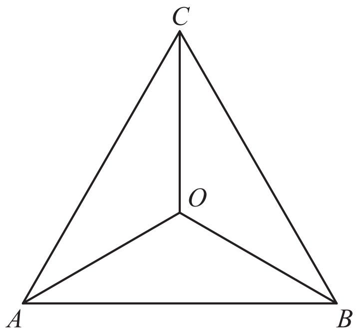
Calculer les longueurs des côtés du triangle *ABF*.

∇∇∇ EXERCICE 899



Calculer l'aire du rectangle ombré.

∇∇∇ EXERCICE 900



Le triangle *ABC* est équilatéral. Ses bissectrices se coupent en un point *O*.

Calculer $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ et $\overline{OC}$, sachant que $\overline{AB} = 12$.