Chapitre 2

Calcul littéral

Théorie

2.1 RAPPEL DE 8^{e} : DÉVELOPPER UN PRODUIT

Le calcul littéral consiste à calculer avec des variables (c'est-à-dire avec des lettres) comme on le ferait avec des nombres. On peut donc utiliser toutes les propriétés résumées au Chapitre 1 (paragraphe 1.5).

Rappelons en particulier la **règle de distributivité**:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

Lorsqu'on passe de l'écriture $\underbrace{a \cdot (b+c)}_{\text{produit de deux facteurs}}$

à l'écriture $\underbrace{a \cdot b + a \cdot c}_{\text{somme de deux termes}}$

on dit qu'on **développe** le produit $a \cdot (b+c)$ en utilisant la distributivité.

On peut écrire la règle de distributivité d'une autre manière:

$$a \cdot (b-c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

La règle de distributivité est une **identité**: l'égalité $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ est vraie, quelles que soient les valeurs qu'on donne aux variables a, b et c.

2.2 LES SIMPLIFICATIONS D'ÉCRITURE

Les deux règles suivantes permettent de supprimer certaines parenthèses:

1) Si une parenthèse est précédée du signe +

on garde les mêmes signes.

Par exemple,

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d$$

et

$$x + (-y + z) = x - y + z.$$

2) Si une parenthèse est précédée du signe -

on change les signes des termes dans la parenthèse.

Par exemple,

$$a - (b - c + d) = a - b + c - d$$

et

$$x - (-y + z) = x + y - z.$$

2.3 MONÔMES ET POLYNÔMES

2.3.1 LES MONÔMES

Les expressions suivantes sont des **monômes**:

$12 \qquad x \qquad 3z^3 \qquad -\frac{1}{2}xy \qquad \frac{2}{3}x^2yz^3 \qquad 0{,}3a^2b$

Un monôme est un nombre, ou une variable, ou le produit d'un nombre et de certaines variables.

Dans un monôme,

le nombre s'appelle le **cœfficient**

le produit des variables s'appelle la **partie littérale**.

$$\boxed{\frac{2}{3}} \cdot \boxed{x^2yz^3}$$

$\boxed{\text{cœfficient}}$ $\boxed{\text{partie littérale}}$

Dans la partie littérale d'un monôme, l'exposant de chacune des variables est un entier positif.

(Une expression comme $\frac{3}{x}$ n'est pas un monôme.)

Remarques

1) Le monôme xy a pour coefficient 1.
   En effet, on peut écrire $xy = 1 \cdot xy$.
2) Le monôme $-x^2$ a pour coefficient -1.
   En effet, on peut écrire $-x^2 = (-1) \cdot x^2$.
3) Lorsqu'on a une expression littérale, on essaie de l'écrire le plus simplement possible. On dit alors qu'on **réduit** cette expression.

En particulier, on écrira généralement un monôme sous une forme aussi simple que possible. Par exemple,

$x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$	s'écrit plus simplement	x^3y^2
$(x^2)^3$	" " "	x^6
$x+x$	" " "	$2x$
$2x-3x$	" " "	$-x$
$2a \cdot b \cdot (-5)b^2$	" " "	$-10ab^3$

On dit que les monômes

$$x^3y^2; \qquad x^6; \qquad 2x; \qquad -x; \qquad -10ab^3$$

sont **réduits**.

2.3.2 OPÉRATIONS AVEC DES MONÔMES

Monômes semblables

On dit que deux monômes sont **semblables** s'ils ont la même partie littérale. Par exemple,

$$3a^2b \qquad \text{et } -\frac{1}{2}a^2b$$

sont des monômes semblables.

L'addition de monômes

On peut additionner des monômes semblables. Pour cela, on additionne leurs cœfficients; on garde la même partie littérale.

Par exemple, $5a^2b$ et $3a^2b$ sont des monômes semblables et on a:

$$5a^2b+3a^2b=8a^2b \qquad (\text{car} \quad 5+3=8).$$

Voici deux autres exemples:

$$6xy^3+(-3xy^3)+xy^3=4xy^3 \qquad (\text{car} \quad 6+(-3)+1=4)$$

$$-\frac{1}{2}cd^2+\frac{1}{4}cd^2=-\frac{1}{4}cd^2 \qquad \left(\text{car} \quad -\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}\right)$$

Attention si les monômes ne sont pas semblables !

Exemple $(+2x^2)+(+3x^3)=2x^2+3x^3$

Cette somme ne peut pas être réduite !

C'est un POLYNÔME.

La soustraction de monômes

On peut soustraire un monôme d'un autre s'ils sont semblables. Pour cela, on calcule la différence de leurs cœfficients; on garde la même partie littérale.

Par exemple, $3x^2y$ et $6x^2y$ sont des monômes semblables, et on a:

$$3x^2y - 6x^2y = -3x^2y \qquad (\text{car} \quad 3-6=-3).$$

Remarque Une suite d'additions et de soustractions s'effectue en combinant les règles ci-dessus. Par exemple,

$$2x^2 - \frac{1}{2}x^2 + (-x^2) = \frac{1}{2}x^2 \qquad \left(\text{car} \quad 2 - \frac{1}{2} + (-1) = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}\right).$$

Exercices 87 à 91

La multiplication de monômes

Pour multiplier des monômes, on multiplie leurs cœfficients, et on multiplie leurs parties littérales. On écrit le résultat sous forme réduite. Par exemple,

$$\begin{aligned}\left(-\frac{1}{2}a^2b\right) \cdot \left(\frac{1}{3}ab^3\right) &= \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot a^2b \cdot ab^3 \\ &= -\frac{1}{6} \cdot a^2 \cdot a \cdot b \cdot b^3 \\ &= -\frac{1}{6}a^3b^4\end{aligned}$$

Voici deux autres exemples:

$$3a^4 \cdot 5a = 15a^5 \qquad (-2a^2b) \cdot (-5ac) = 10a^3bc$$

Exercices 72 à 76

Puissance d'un monôme

On calcule une puissance d'un monôme en le multipliant plusieurs fois par lui-même. Par exemple,

$$\begin{aligned}(2xy)^4 &= (2xy) \cdot (2xy) \cdot (2xy) \cdot (2xy) \\ &= 2^4x^4y^4 \\ &= 16x^4y^4\end{aligned}$$

Donnons encore deux exemples:

$$(2x^3)^3 = (2x^3)\cdot(2x^3)\cdot(2x^3) = 8x^9$$
$$\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}a^2b\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}a^2b\right) = \frac{1}{4}a^4b^2$$

Exercices 77 à 82

Quotient de monômes

On s'efforcera d'écrire un quotient de monômes aussi simplement que possible. Par exemple,

$$\frac{2x^2y}{4xy} = \frac{2\cdot x\cdot x\cdot y}{2\cdot 2\cdot x\cdot y} = \frac{x}{2}.$$

Dans cet exemple, le résultat est un monôme. Mais un quotient de monômes n'est pas forcément un monôme. Par exemple, $\frac{3x}{2y}$ n'est pas un monôme.

Remarques Si, dans un quotient de monômes, on remplace les variables par des nombres, il ne faut pas que le dénominateur devienne égal à zéro.

Exercices 83 à 86

2.3.3 LES POLYNÔMES

Un polynôme est une somme de monômes.

Ces monômes s'appellent les **termes** du polynôme. Par exemple,

x^2+4x+5 est un polynôme qui a 3 termes.

$4a^2+3ab^2$ est un polynôme qui a 2 termes.

$9x^3y$ est un polynôme qui a 1 terme.

(un polynôme qui a un seul terme est un monôme).

Remarques On écrira généralement un polynôme sous forme réduite, c'est-à-dire sans termes semblables. Par exemple,

$$3x^2-4x+5x^2-2x+1$$

est un polynôme. Mais on peut réduire cette expression:

$$3x^2-4x+5x^2-2x+1 = 8x^2-6x+1.$$

2.3.4 OPÉRATIONS AVEC DES POLYNÔMES

On peut additionner deux polynômes, soustraire l'un de l'autre, ou les multiplier. Le résultat est encore un polynôme.

L'addition de polynômes

Pour additionner deux polynômes, on simplifie d'abord l'écriture en supprimant les parenthèses. Puis on réduit l'expression ainsi obtenue.

Exemples

1)

$$\begin{aligned}
(2a^2+3a-1)+(a^2+2a) &= \\
2a^2+3a-1+a^2+2a &= && \text{(simplification d'écriture)}\\
2a^2+a^2+3a+2a-1 &= && \text{(regroupement des termes semblables)}\\
3a^2+5a-1 & && \text{(réduction)}
\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}
(3x^3+2x+2)+(-3x^2-4x-1) &= \\
3x^3+2x+2-3x^2-4x-1 &= && \text{(simplification d'écriture)}\\
3x^3-3x^2+2x-4x+2-1 &= && \text{(regroupement des termes semblables)}\\
3x^3-3x^2-2x+1 & && \text{(réduction)}
\end{aligned}$$

La soustraction de polynômes

On supprime d'abord les parenthèses, en changeant les signes dans la parenthèse précédée du signe « moins ». Puis on réduit l'expression ainsi obtenue. Par exemple,

$$\begin{aligned}
(2x^2y+3xy^2)-(5x^2y-2xy^2-3) &= \\
2x^2y+3xy^2-5x^2y+2xy^2+3 &= && \text{(simplification d'écriture)}\\
2x^2y-5x^2y+3xy^2+2xy^2+3 &= && \text{(regroupement des termes semblables)}\\
-3x^2y+5xy^2+3 & && \text{(réduction)}
\end{aligned}$$

Exercices 92 à 104

La multiplication de polynômes

Pour multiplier deux polynômes, on applique la règle de distributivité.

a) *Produit d'un monôme et d'un polynôme*. On applique la règle de distributivité, en multipliant chaque terme du polynôme par le monôme. Voici deux exemples:

$$3a^2\cdot(2a^3+4a^2-2a-5)=6a^5+12a^4-6a^3-15a^2$$

$$(-3x^2y+xy^2)\cdot 5x^3y=-15x^5y^2+5x^4y^3$$

Exercices 105 à 123

b) *Produit de deux polynômes*. Considérons le produit $(a+b)\cdot(c+d)$. Appliquons plusieurs fois la distributivité:

$$(a+b)\cdot\boxed{} = a\cdot\boxed{} + b\cdot\boxed{}$$

$$\begin{aligned}(a+b)\cdot\boxed{(c+d)} &= a\cdot\boxed{(c+d)} + b\cdot\boxed{(c+d)}\\ &= a\cdot(c+d)+b\cdot(c+d)\\ &= (a\cdot c+a\cdot d)+(b\cdot c+b\cdot d)\\ &= ac+ad+bc+bd\end{aligned}$$

On a donc :

$$(a+b)\cdot(c+d) = ac+ad+bc+bd.$$

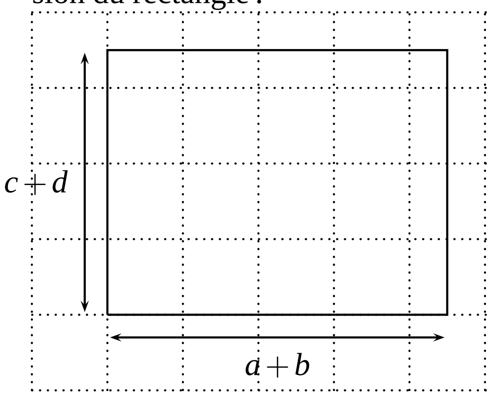
On peut se représenter ce calcul géométriquement, si a, b, c et d sont des nombres positifs.

Soit le produit $(a+b)\cdot(c+d)$.

Géométriquement, ce produit représente l'aire d'un rectangle.

On peut calculer cette aire de deux manières :

Chaque facteur représente une dimension du rectangle :

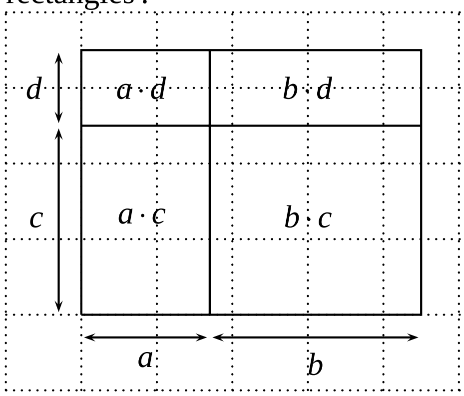


Pour calculer l'aire du rectangle, on effectue le produit de ses dimensions:

longueur · largeur

$(a+b)\cdot(c+d)$

On peut partager ce rectangle en quatre rectangles :



Pour calculer l'aire du rectangle, on calcule l'aire de chacun des quatre rectangles et on effectue la somme:

$a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d$

En comparant les deux résultats, on voit que:

$$\boxed{(a+b)\cdot(c+d) = a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d}$$

Exemples

1) $$\begin{aligned}(2x+y)\cdot(x+3y) &= 2x\cdot(x+3y)+y\cdot(x+3y)\\ &= (2x^2+6xy)+(xy+3y^2)\\ &= 2x^2+6xy+xy+3y^2\\ &= 2x^2+7xy+3y^2\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}(2a-3b)\cdot(4a+b) &= 2a\cdot(4a+b)-3b\cdot(4a+b)\\ &= (8a^2+2ab)-(12ab+3b^2)\\ &= 8a^2+2ab-12ab-3b^2\\ &= 8a^2-10ab-3b^2\end{aligned}$$

Exercices 124 à 147

Exemples récapitulatifs

1) $$\begin{aligned}2x\cdot x+x+x\cdot x &= 2x^2+x+x^2\\ &= 3x^2+x\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}3a-a\cdot(b-4) &= 3a-(ab-4a)\\ &= 3a-ab+4a\\ &= 7a-ab\end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned}a-[-2b-(3a-b)] &= a-[-2b-3a+b]\\ &= a+2b+3a-b\\ &= 4a+b\end{aligned}$$

4) $$\begin{aligned}(3x+x)^3 &= (4x)^3\\ &= 64x^3\end{aligned}$$

5) $$\begin{aligned}(3x+y)^2 &= (3x+y)\cdot(3x+y)\\ &= 9x^2+3xy+3xy+y^2\\ &= 9x^2+6xy+y^2\end{aligned}$$

6) $$\begin{aligned}2x\cdot(x-2)\cdot(x-2) &= (2x^2-4x)\cdot(x-2)\\ &= 2x^3-4x^2-4x^2+8x\\ &= 2x^3-8x^2+8x\end{aligned}$$

7) $$\begin{aligned}\frac{a+b}{3}-(4a-b) &= \frac{a+b}{3}-\frac{3\cdot(4a-b)}{3}\\ &= \frac{a+b-(12a-3b)}{3}\\ &= \frac{a+b-12a+3b}{3}\\ &= \frac{-11a+4b}{3}\end{aligned}$$

8) $$\begin{aligned}(2a-b)\cdot(a+b)-(4a+b)\cdot(-a-b) &= (2a^2+2ab-ab-b^2)-(-4a^2-4ab-ab-b^2)\\ &= (2a^2+ab-b^2)-(-4a^2-5ab-b^2)\\ &= 2a^2+ab-b^2+4a^2+5ab+b^2\\ &= 6a^2+6ab\end{aligned}$$

Exercices 247 à 254

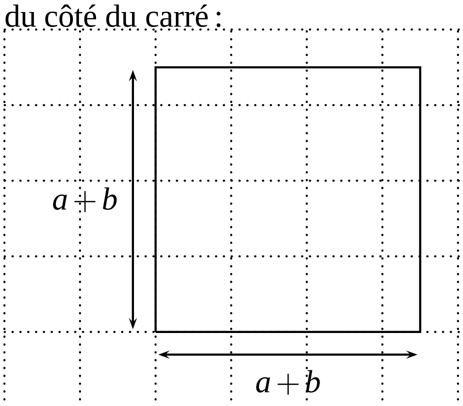
2.4 LES IDENTITÉS REMARQUABLES

Considérons le produit

$$(a+b)\cdot(a+b).$$

Géométriquement, ce produit représente l'aire d'un carré (si $a>0$ et $b>0$).
On peut calculer l'aire du carré de deux manières :

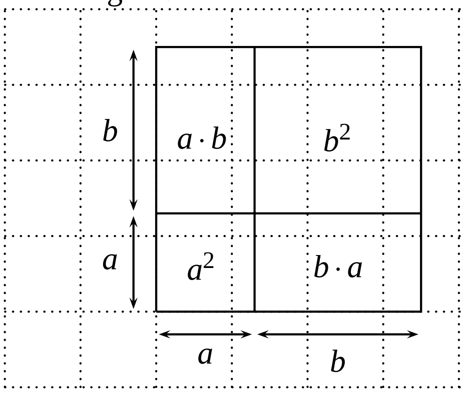
Chaque facteur représente la longueur du côté du carré :



Pour calculer l'aire du carré, on élève au carré la longueur de son côté:

$$(a+b)^2$$

On peut partager ce carré en 2 carrés et 2 rectangles :



Pour calculer l'aire du carré, on calcule l'aire des 2 carrés, l'aire des 2 rectangles, et on effectue la somme :

$$a^2+a\cdot b+b\cdot a+b^2$$

En comparant les deux résultats, on voit que:

$$\boxed{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$$

Remarques Le terme 2ab s'appelle le **double produit**. Géométriquement, il représente la somme des aires des deux rectangles dans la figure de droite.

Dans ce raisonnement géométrique, les lettres a et b représentent des longueurs, donc des nombres positifs. Mais l'identité

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

est vraie pour n'importe quels nombres a et b (positifs, négatifs, ou nuls). On peut le voir par un calcul qui emploie la distributivité :

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)\cdot(a+b)\\ &= a\cdot(a+b)+b\cdot(a+b)\\ &= a\cdot a+a\cdot b+b\cdot a+b^2\\ &= a^2+ab+ab+b^2\\ &= a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$

Voici encore trois identités importantes :

1) $$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)\cdot(a-b)\\ &= a\cdot(a-b)-b\cdot(a-b)\\ &= a\cdot a-a\cdot b-b\cdot a+b^2\\ &= a^2-ab-ab+b^2\\ &= a^2-2ab+b^2\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}(a+b)\cdot(a-b) &= a\cdot(a-b)+b\cdot(a-b)\\ &= a\cdot a-a\cdot b+b\cdot a+b^2\\ &= a^2-b^2\\ &= a^2-b^2\end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned}(x+a)\cdot(x+b) &= x\cdot(x+b)+a\cdot(x+b)\\ &= x\cdot x+x\cdot b+a\cdot x+a\cdot b\\ &= a^2+bx+ax+ab\\ &= a^2+(a+b)x+ab\end{aligned}$$

Résumé

$$\boxed{\begin{array}{rcll}(a+b)^2 &=& a^2+2ab+b^2 & (1)\\ (a-b)^2 &=& a^2-2ab+b^2 & (2)\\ (a+b)\cdot(a-b) &=& a^2-b^2 & (3)\\ (x+a)\cdot(x+b) &=& x^2+(a+b)x+ab & (4)\end{array}}$$

Ces égalités sont des identités: elles sont vraies quelles que soient les valeurs qu'on donne aux variables a, b et x.

On les appelle des **identités remarquables**, ou aussi des **produits remarquables**.

Exercices 148 à 190

Exemples récapitulatifs

1) $$\begin{aligned}(2x^3+4y)^2 &= (2x^3)^2+2\cdot(2x^3)\cdot(4y)+(4y)^2\\ &= 4x^6+16x^3y+16y^2\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}(-2a-b)^2 &= (-(2a+b))^2\\ &= (2a+b)^2\\ &= (2a)^2+2\cdot 2a\cdot b+b^2\\ &= 4a^2+4ab+b^2\end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned}\left(2x^2-\frac{1}{2}xy\right)^2 &= (2x^2)^2-2\cdot(2x^2)\cdot\left(\frac{1}{2}xy\right)+\left(\frac{1}{2}xy\right)^2\\ &= 4x^4-2x^3y+\frac{1}{4}x^2y^2\end{aligned}$$

4) $$\begin{aligned}(7t+3u)\cdot(7t-3u) &= (7t)^2-(3u)^2\\ &= 49t^2-9u^2\end{aligned}$$

5) $(-0{,}1a+2b)\cdot(2b+0{,}1a) = (2b-0{,}1a)\cdot(2b+0{,}1a)$
$= (2b)^2-(0{,}1a)^2$
$= 4b^2-0{,}01a^2$

6) $(x+7)\cdot(x+5) = x^2+(7+5)x+7\cdot 5$
$= x^2+12x+35$

7) $(x+0{,}4)\cdot(x-1) = x^2+(0{,}4-1)x+0{,}4\cdot(-1)$
$= x^2-0{,}6x-0{,}4$

8) $(2x^3-10)\cdot(2x^3-5) = (2x^3)^2+(-10-5)\cdot 2x^3+(-10)\cdot(-5)$
$= 4x^6-30x^3+50$

2.5 LA FACTORISATION

Factoriser un polynôme, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de polynômes. La factorisation transforme une somme en un produit.

On a vu en 8e des exemples comme celui-ci:

$$6x^2+15x = 3x(2x+5).$$

On dit : on a factorisé le polynôme $6x^2+15x$ en **mettant en évidence** le monôme 3x.

Cette factorisation remplace la somme $6x^2+15x$ par le produit $3x(2x+5)$.

Pour factoriser un polynôme, on commence, si c'est possible, par mettre en évidence un monôme.

Exemples

- $\underbrace{3x^3y-6xy^2-12x^2y^2}_{\text{somme de trois termes}} = \underbrace{3xy\cdot(x^2-2y-4xy)}_{\text{produit de deux facteurs}}$
- $\underbrace{2a^2bc^3-4a^3b^3c+2abc}_{\text{somme de trois termes}} = \underbrace{2abc\cdot(ac^2-2a^2b^2+1)}_{\text{produit de deux facteurs}}$

Parfois, après cette mise en évidence, on peut factoriser encore en utilisant les identités remarquables. Voici trois exemples:

1) *Calculs* — *Indications*

Calculs	*Indications*
$2a^2-2b^2 =$	somme de deux termes
$2\cdot(a^2-b^2) =$	produit de deux facteurs
	le facteur (a^2-b^2) est à son tour décomposable
$2\cdot(a+b)\cdot(a-b)$	produit de trois facteurs

2) *Calculs* — *Indications*

Calculs	*Indications*
$x^2+2xy+y^2=$	somme de trois termes on ne peut mettre en évidence aucun monôme; mais on peut utiliser une identité remarquable
$(x+y)^2$	produit de deux facteurs

3) *Calculs* — *Indications*

Calculs	*Indications*
$x^2-5x+6=$	somme de trois termes
$(x-2)\cdot(x-3)$	produit de deux facteurs

Marche à suivre pour factoriser un polynôme :

1. Mettre en évidence le plus possible de facteurs communs.
2. Voir si on peut factoriser davantage à l'aide des identités remarquables.

Exercices 191 à 218

2.6 LES FRACTIONS RATIONNELLES

Considérons les quotients suivants:

$$\frac{x-y}{x+y} \qquad \frac{a^2-1}{a} \qquad \frac{x^2+2x+1}{x-2}.$$

Les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes ou des polynômes. Un quotient de polynômes s'appelle une **fraction rationnelle**.

Remarques Si on remplace les variables par des nombres, il ne faut pas que le dénominateur devienne égal à zéro.

2.6.1 SIMPLIFICATION DE FRACTIONS RATIONNELLES

Marche à suivre pour factoriser une fraction rationnelle :

1. FACTORISER le numérateur et le dénominateur.
2. SIMPLIFIER les facteurs communs.

Exemples

1) $\dfrac{9x^3y}{21x^2y^2}=\dfrac{3\cdot3\cdot x\cdot x\cdot x\cdot y}{3\cdot7\cdot x\cdot x\cdot y\cdot y}=\dfrac{3x}{7y}$

2) $\dfrac{2a+a^2}{a}=\dfrac{a\cdot(2+a)}{a}=2+a$

3) $\dfrac{a^2-b^2}{a+b}=\dfrac{(a+b)\cdot(a-b)}{(a+b)}=a-b$

4) $\dfrac{2x^3-2xy^2}{4x^3-4x^2y}=\dfrac{2x\cdot(x^2-y^2)}{4x^2\cdot(x-y)}=\dfrac{2x\cdot(x+y)\cdot(x-y)}{2\cdot 2\cdot x\cdot x\cdot(x-y)}=\dfrac{x+y}{2x}$

Remarques

$$\boxed{b-a=-(a-b)}$$

En effet : $b-a=-a+b$

$b-a=-(a-b)$

Exemple

$$\frac{x-4}{16-x^2}=\frac{x-4}{(4-x)\cdot(4+x)}=\frac{-(4-x)}{(4-x)\cdot(4+x)}=\frac{-1}{4+x}=-\frac{1}{4+x}$$

Exercices 219 à 233

2.6.2 MULTIPLICATION DE FRACTIONS RATIONNELLES

Marche à suivre pour multiplier deux fractions rationnelles :

1. FACTORISER les numérateurs et les dénominateurs.
2. MULTIPLIER les numérateurs.
3. MULTIPLIER les dénominateurs.
4. SIMPLIFIER les facteurs communs.

Exemple

$$\frac{x^2-y^2}{ax-ay}\cdot\frac{a^2}{x^2+2xy+y^2}=\frac{(x+y)\cdot(x-y)\cdot a\cdot a}{a\cdot(x-y)\cdot(x+y)^2}=\frac{a}{x+y}$$

Exercices 234 à 240

2.6.3 DIVISION DE FRACTIONS RATIONNELLES

Marche à suivre pour diviser une fraction rationnelle par une autre :

1. MULTIPLIER la fraction dividende par l'inverse de la fraction diviseur.
2. FACTORISER les numérateurs et les dénominateurs.
3. MULTIPLIER les dénominateurs.
4. SIMPLIFIER les facteurs communs.

Exemples

1) $\dfrac{3a^2}{2x^4} : \dfrac{5a^3}{6x^7} = \dfrac{3a^2}{2x^4} \cdot \dfrac{6x^7}{5a^3} = \dfrac{9x^3}{5a}$

2) $$\begin{aligned}\frac{2a-2b}{4a} : \frac{a^2-2ab+b^2}{2a^3} &= \frac{2a-2b}{4a} \cdot \frac{2a^3}{a^2-2ab+b^2} \\ &= \frac{2\cdot(a-b)\cdot 2\cdot a^3}{4\cdot a\cdot(a-b)\cdot(a-b)} = \frac{a^2}{a-b}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Exercices 241 à 246}}$

2.7 LES FRACTIONS RATIONNELLES (Section S - NA)

2.7.1 FRACTIONS RATIONNELLES ÉGALES

Deux fractions rationnelles sont égales, si l'une s'obtient de l'autre en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même polynôme.

Par exemple, les fractions rationnelles

$$\frac{a+b}{2a} \qquad \text{et} \qquad \frac{a^2+ab}{2a^2}$$

sont égales, car

$$\frac{a+b}{2a} = \frac{a\cdot(a+b)}{a\cdot 2a^2} = \frac{a^2+ab}{2a^2}.$$

2.7.2 DÉNOMINATEURS COMMUNS

Les fractions rationnelles

$$\frac{2}{3x} \qquad \text{et} \qquad \frac{4}{x^2}$$

n'ont pas le même dénominateur.

Mais on peut les remplacer chacune par une fraction rationnelle qui lui soit égale, de telle sorte que les nouvelles fractions aient le même dénominateur.

Par exemple, on a

$$\frac{2}{3x} = \frac{2\cdot x}{3x\cdot x} = \frac{2x}{3x^2} \qquad \text{et} \qquad \frac{4}{x^2} = \frac{3\cdot 4}{3\cdot x^2} = \frac{12}{3x^2}.$$

On dit : $3x^2$ est un dénominateur commun des fractions rationnelles $\dfrac{2}{3x} et \dfrac{4}{x^2}$.

On dit aussi: on a mis les deux fractions rationnelles $\dfrac{2}{3x}$ et $\dfrac{4}{x^2}$ à un dénominateur commun (qui est $3x^2$).

Pour trouver un dénominateur commun de deux fractions rationnelles, on factorise leurs dénominateurs. Par exemple, considérons les fractions

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{3x+3}.$$

Factorisons les dénominateurs:

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} = \frac{x+3}{2x(x+1)} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{3x+3} = \frac{1}{3(x+1)}.$$

Si on multiplie le dénominateur 2x(x + 1) par 3, on trouve 6x(x + 1).

Si on multiplie le dénominateur 3(x + 1) par 2x, on trouve 6x(x + 1).

On dit: 6x(x + 1) est un dénominateur commun des deux fractions rationnelles.

On peut donc mettre ces deux fractions rationnelles au même dénominateur :

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} = \frac{x+3}{2x(x+1)} = \frac{3\cdot(x+3)}{3\cdot 2x(x+1)} = \frac{3(x+3)}{6x(x+1)}$$

et

$$\frac{1}{3x+3} = \frac{1}{3(x+1)} = \frac{2x\cdot 1}{2x\cdot 3(x+1)} = \frac{2x}{6x(x+1)}.$$

2.7.3 ADDITION ET SOUSTRACTION DE FRACTIONS RATIONNELLES

Fractions de même dénominateur

Pour additionner deux fractions de même dénominateur, on additionne leurs numérateurs. On garde le même dénominateur. Par exemple,

$$\frac{2x+3}{x^2+1} + \frac{x-4}{x^2+1} = \frac{3x-1}{x^2+1}.$$

Fractions de dénominateurs différents

Si les fractions qu'on veut additionner ont des dénominateurs différents, on commence par les mettre au même dénominateur. Ensuite, on additionne comme ci-dessus. Par exemple, reprenons

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{3x+3}.$$

On a:

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} + \frac{1}{3x+3} = \frac{3(x+3)}{6x(x+1)} + \frac{2x}{6x(x+1)} = \frac{5x+9}{6x(x+1)}.$$

Marche à suivre pour additionner ou soustraire des fractions rationnelles :

1. SIMPLIFIER les fractions.
2. Rechercher un DÉNOMINATEUR COMMUN.
3. Mettre les fractions au MÊME DÉNOMINATEUR.
4. EFFECTUER les calculs et SIMPLIFIER le résultat.

Exemple 1 Effectuer les opérations suivantes :

$$\frac{6a^2b}{3ab^3}+\frac{5a}{2a^2b^2}-\frac{4ab}{6a^4b^5}$$

Simplifions les fractions

$$\frac{2a}{b^2}+\frac{5}{2ab^2}-\frac{2}{3a^3b^4}$$

Recherchons un dénominateur commun

$$\left.\begin{aligned} b^2 &= b\cdot b\\ 2ab^2 &= 2\cdot a\cdot b\cdot b\\ 3a^3b^4 &= 3\cdot a\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\end{aligned}\right\}\quad \begin{array}{c} 2\cdot 3\cdot a\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b = 6a^3b^4\\ \text{est un dénominateur commun}\end{array}$$

Mettons les fractions au même dénominateur et effectuons

$$\frac{6a^3b^2}{6a^3b^2}\cdot\frac{2a}{b^2}+\frac{3a^2b^2}{3a^2b^2}\cdot\frac{5}{2ab^2}-\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3a^3b^4}=\frac{12a^4b^2+15a^2b^2-4}{6a^3b^4}$$

Exemple 2 Effectuer les opérations suivantes:

$$\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2}+\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2}-\frac{2a-b}{a^2-b^2}$$

Simplifions les fractions

$$\frac{a-b}{(a-b)\cdot(a-b)}+\frac{a+b}{(a+b)\cdot(a+b)}-\frac{2a-b}{(a+b)\cdot(a-b)}$$

$$=\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a+b}-\frac{2a-b}{(a+b)\cdot(a-b)}$$

Recherchons un dénominateur commun

$$\left.\begin{array}{l} a-b\\ (a+b)\\ (a+b)\cdot(a-b)\end{array}\right\}\quad \begin{array}{c}(a-b)\cdot(a+b)\\ \text{est un dénominateur commun}\end{array}$$

Mettons les fractions au même dénominateur

$$\frac{(a+b)}{(a+b)}\cdot\frac{1}{(a-b)}+\frac{(a-b)}{(a-b)}\cdot\frac{1}{(a+b)}-\frac{2a-b}{(a+b)\cdot(a-b)}$$
$$=\frac{(a+b)+(a-b)-(2a-b)}{(a+b)\cdot(a-b)}$$

Effectuons les calculs

$$\frac{a+b+a-b-2a+b}{(a+b)\cdot(a-b)}=\frac{b}{(a+b)\cdot(a-b)}=\frac{b}{a^2-b^2}$$

Exemple 3 Effectuer les opérations suivantes:

$$\frac{x}{x+2y}+\frac{2y}{x-2y}-\frac{4xy}{x^2-4y^2}$$

Ces fractions sont déjà simplifiées.

Recherchons un dénominateur commun

$$\left.\begin{array}{l} x+2y \\ x-2y \\ x^2-4y^2=(x-2y)\cdot(x+2y) \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c}(x-2y)\cdot(x+2y) \\ \text{est un dénominateur commun}\end{array}$$

Mettons les fractions au même dénominateur

$$\frac{(x-2y)}{(x-2y)}\cdot\frac{x}{(x+2y)}+\frac{(x+2y)}{(x+2y)}\cdot\frac{2y}{(x-2y)}-\frac{4xy}{(x-2y)\cdot(x+2y)}$$
$$=\frac{(x^2-2xy)+(2xy+4y^2)-4xy}{(x+2y)\cdot(x-2y)}$$

Effectuons les calculs

$$\frac{x^2-2xy+2xy+4y^2-4xy}{(x+2y)\cdot(x-2y)}=\frac{x^2+4y^2-4xy}{(x+2y)\cdot(x-2y)}$$

Simplifions

$$\frac{(x-2y)\cdot(x-2y)}{(x+2y)\cdot(x-2y)}=\frac{x-2y}{x+2y}$$

Exercices 258 à 268

Exercices écrits

∇∇∇ **EXERCICE 68**

Exprimer à l'aide d'un monôme:

1) l'aire d'un rectangle de dimensions x et y;
2) l'aire d'un carré de côté a;
3) l'aire d'un triangle de base b et de hauteur h;
4) le volume d'un cube d'arête a;
5) le volume d'un parallélépipède rectangle de dimensions x, y et z;
6) l'aire totale des faces d'un cube d'arête z.

∇∇∇ **EXERCICE 69**

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b$
2) $(a^2)^3$
3) $\dfrac{2y}{xy}$
4) $4w + 5w - w$
5) $(2a^2)^2 \cdot a^3 \cdot a^5$
6) $x \cdot x + 2x^2$

∇∇∇ **EXERCICE 70**

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $x \cdot 2 + 3 \cdot x$
2) $x + x \cdot x + x$
3) $2a - (-a + b)$
4) $5x - x \cdot (x + 2)$
5) $2a^3 - (-2a + 3a^2) \cdot a$
6) $\dfrac{2x^2y}{4xy^2}$

∇∇∇ **EXERCICE 71**

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $(2x^2y)^2 - 3xy : (x^3y)$
2) $5a - (-2a + 1) + 3a$
3) $\dfrac{a^3b^2c}{a^2b} - 2abc$
4) $(2x + x - 5x)^2$
5) $-a^2 - a \cdot a + 2a^2b - b$
6) $0{,}3x \cdot (2x + x) + (x + 5x) \cdot 0{,}1x$

∇∇∇ **EXERCICE 72**

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $a^2 \cdot 2ab$
2) $3a \cdot (-2ab)$
3) $4a^2 \cdot 5a \cdot 2b$
4) $2a \cdot (-3a^2) \cdot (-2ab)$
5) $5a^2 \cdot 3a^3 \cdot (-2a^2)$
6) $7xy \cdot 3x^2$

∇∇∇ EXERCICE 73

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $x^3 \cdot 4x^2y$
2) $4a^2 \cdot (-3ab^2)$
3) $2x^2 \cdot 3y \cdot 5x$
4) $(-2a^2) \cdot 3ab \cdot (-b)$
5) $4x^4 \cdot 3x^3 \cdot 2x^2 \cdot (-x)$
6) $3a^2b \cdot 2a^3b$

∇∇∇ EXERCICE 74

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $a^4 \cdot 5ab^2$
2) $2x^3 \cdot (-4x^2y)$
3) $3a \cdot 2b^2 \cdot 4ab$
4) $(+x^2) \cdot (-2xy) \cdot (+3y)$
5) $(-3a^3b) \cdot 2a^2b \cdot (-ab)$
6) $2xy \cdot 3x^2y \cdot (-xy)$

∇∇∇ EXERCICE 75

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(-2x^2) \cdot (7x)$
2) $\left(-\frac{2}{3}x^2y^3\right) \cdot \left(-\frac{7}{12}y^3\right) \cdot \left(-\frac{6}{21x^5}\right)$
3) $\frac{5}{4}x \cdot \left(-\frac{2}{15}x\right)$
4) $\frac{8}{9}xyz \cdot \left(-\frac{3}{2}xy\right)$
5) $\left(-\frac{1}{2}a^3b\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}ab^3c\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}a^7\right)$
6) $(-3abc) \cdot \left(+\frac{1}{27}a^4b\right) \cdot 9a^4b^{12}$

∇∇∇ EXERCICE 76

Dans chaque cas, quel est le monôme M manquant?

1) $M \cdot x = 2x^2$
2) $3x^2 \cdot M = 15x^5$
3) $5a^2 \cdot M = a^6$
4) $2xy \cdot 4x^2y \cdot M = -16x^4y^2$
5) $10a^3b \cdot M = a^4b^4$
6) $7xy^2z^3 \cdot M = 56x^3y^3z^3$

∇∇∇ EXERCICE 77

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(3a^2b)^2$
2) $(-7x^3y)^2$
3) $(-2a^2bc)^3$
4) $(-5ab^3)^0$
5) $(3w^2z)^4$
6) $(-2x^4)^6$;

∇∇∇ EXERCICE 78

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(5xy^2)^2$
2) $(-6a^4b)^2$
3) $(-3x^3yz)^3$
4) $(4a^3b)^4$
5) $(-x^2y^4)^0$
6) $(-x^8)^8$;

∇∇∇ EXERCICE 79

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(2a^2b^3)^2$ 3) $(-2a^4b^2c)^4$ 5) $(+3a^3b)^3$

2) $(-4xy^2)^3$ 4) $(-125xy^2z^3)^0$ 6) $(-2xy^2)^5$

∇∇∇ EXERCICE 80

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(0{,}3xy)^2$ 3) $\left((-2x^2y)^3\right)^2$ 5) $(-3x^2y^3)^3$

2) $(-2a^2b)^4$ 4) $\left(\frac{1}{2}ab^2\right)^3$ 6) $-\frac{1}{2}\cdot(a^4b^2)^2$

∇∇∇ EXERCICE 81

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat :

1) $(0{,}2x)^3$ 3) $0{,}4\cdot(a^3b)^2$ 5) $\left((-a^7b)^2\right)^3$

2) $\left(-\frac{1}{2}a^2\right)^2$ 4) $(-0{,}1x^3y)^4$ 6) $(2ab^5)^3$

∇∇∇ EXERCICE 82

Dans chaque cas, quel est le monôme M manquant ? Donner toutes les possibilités.

1) $M^3 = 8x^6$ 4) $M^{11} = a^{22}b^{11}$

2) $M^2 = 0{,}01a^2b^4$ 5) $(M^3)^2 = \frac{1}{64}t^{12}u^{18}$

3) $M^3 = -\frac{27}{8}x^9y^6z^{15}$ 6) $M^2 = 36x^{36}$

∇∇∇ EXERCICE 83

Écrire le plus simplement possible chacun de ces quotients de monômes :

1) $\frac{7a^2}{a}$ 3) $\frac{14x^3}{7x}$ 5) $\frac{3a^4b}{21ab^4}$

2) $\frac{33ab^2}{11ab}$ 4) $\frac{8x^5}{16x}$ 6) $\frac{2x^{12}}{12x^2}$

Dans les exercices 84 à 86, écrire le plus simplement possible chacun des quotients de monômes :

∇∇∇ EXERCICE 84

1) $\frac{-25x^4}{5x^8}$ 3) $\frac{77a^7b}{-11a^5b^2}$ 5) $\frac{3a^3b}{-3ba^3}$

2) $\frac{-12a^5}{-4a^3}$ 4) $\frac{-3x^2}{9x^3}$ 6) $\frac{55x^{10}}{5{,}5x}$

∇∇∇ EXERCICE 85

1) $\dfrac{4a^3b^7}{0{,}04a^3b^7}$ 3) $\dfrac{-3a^3b^2c}{-21a^4b^3c^2}$ 5) $\dfrac{0{,}25x^2y^3}{10x^2y^2}$

2) $\dfrac{909a^4b^5c^6}{-9a^3b^4c^5}$ 4) $\dfrac{18a^5b^3}{-24a^2b^7}$ 6) $\dfrac{-30x^8y^3z^4}{-0{,}5x^2y^6z}$

∇∇∇ EXERCICE 86

1) $\dfrac{4x^4y^3z}{40xy^4z^2}$ 3) $\dfrac{2x^2y^3z}{0{,}2x^2y^3z^2}$ 5) $\dfrac{0{,}3x^2y^3}{3x^2y^3}$

2) $\dfrac{81a^6b^2}{-9a^3b^4}$ 4) $\dfrac{-24a^5bc^2}{36a^6b^2c^4}$ 6) $\dfrac{-5^2x^8y^6z^2}{-5x^4y^2z}$

∇∇∇ EXERCICE 87

Donner, pour chacun des monômes suivants, trois monômes qui lui sont semblables :

1) $3a^2b^2$ 2) $-\dfrac{x^7y^2}{4}$ 2) $-\dfrac{x^7y^2}{4}$

∇∇∇ EXERCICE 88

Réduire chacune de ces expressons:

1) $3a^2+5a^2+2a^2+7a^2$ 4) $(-\frac{1}{3}x^2y)+(-\frac{1}{6}x^2y)$

2) $(-2x)+(+7x)+(-3x)$ 5) $(-5a^2b)+(+3a^2b)+(-\frac{1}{2}a^2b)$

3) $+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{4}ab+ab$ 6) $(-12abc)+(-\frac{1}{12}abc)$

∇∇∇ EXERCICE 89

Réduire les expressions suivantes:

1) $7x^2-3x^2+4x^2-x^2$ 4) $-0{,}1w^3-(-2w^3)+(-5{,}1w^3)$

2) $(-4ab^2)-(-2ab^2)+(-5ab^2)$ 5) $(-\frac{1}{3}ab)+(-\frac{1}{7}ab)-(+\frac{1}{21}ab)$

3) $-(-\frac{1}{2}x^3y)+(+\frac{1}{3}x^3y)-(-2x^3y)$ 6) $a\cdot a\cdot b-2a^2b-(-5a\cdot ab)$

∇∇∇ EXERCICE 90

Réduire les expressions suivantes:

1) $(-5x)+(-2y)+(-4x)-(-7y)$

2) $(-\frac{3}{5}a)-(+\frac{1}{4}b)-(-a)+(+\frac{1}{2}b)$

3) $(-5x^2y)+(+2x^2y)-(+3xy^2)-7xy\cdot y$

4) $\frac{1}{2}a^2+(+\frac{1}{3}ab)-(-\frac{1}{9}ab)+2a^2$

5) $(-3w^3)-(-2w^2)+\left(+\frac{1}{4}w^3\right)-\left(+\frac{2}{3}w^2\right)$

6) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}a^2-1-a^2$

∇∇∇ EXERCICE 91

Réduire les expressions suivantes:

1) $a+ab-\frac{1}{2}a-(-2ab)$

2) $\frac{a}{2}+\left(-\frac{b}{3}\right)-(-a)+2b$

3) $\frac{5x^2}{3}-\frac{3x}{5}-(-2x^2)-\left(+\frac{x}{10}\right)$

4) $2x^2 + x^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - (-x) + (+\frac{1}{2}x)$

5) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)a^2-\left(-\frac{1}{6}a^2\right)+\frac{1}{2}a^2$

6) $m+m\cdot 2m$

∇∇∇ EXERCICE 92

Exprimer à l'aide d'un polynôme :

1) le périmètre d'un rectangle de dimensions a et b;
2) l'aire totale des faces d'un parallélépipède rectangle de dimensions x, y et z;
3) le périmètre d'un trapèze rectangle de bases a et b, de hauteur h et de côté oblique de longueur l;
4) la somme des aires de deux disques, l'un de rayon a, l'autre de rayon b;
5) la somme des aires de trois carrés de côtés respectifs x, y et z;
6) l'aire de la couronne comprise entre deux cercles concentriques de rayon x, respectivement y (avec $y > x$).

∇∇∇ EXERCICE 93

Exprimer à l'aide d'un monôme ou d'un polynôme :

1) le volume total d'un corps formé de deux cubes, l'un d'arête x et l'autre d'arête y ;
2) le périmètre d'un triangle équilatéral de côté x ;
3) l'aire d'un carré de diagonale d ;
4) l'aire d'un losange dont la petite diagonale mesure d et la grande le triple de la petite.

Dans les exercices 94 à 97, développer puis réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 94

1) $(-2x+4y)+(3x+5y)$
2) $(3a-b+c)+(2a-5b-4c)$
3) $(3y^2-5y+2)+(5y^2+y-4)$
4) $(-4a^2-3a+2)+(-2a^2+7a-5)$

5) $(5xy^2 - x^2y + 2xy) + (5xy - xy^2 + 2x^2y)$

6) $(a^2b + 3ab) + (-5a^2b + 2ab) + (-4a^2b - ab)$

∇∇∇ EXERCICE 95

1) $(2a + 5b) - (7a + 2b)$

2) $(3x - 4y + z) + (2x - y + 2z)$

3) $(4a^2 - 7a + 2) - (-2a^2 + 3a - 2)$

4) $-(4x^2 - 2x + 4) + (-4x^2 - 7x + 1)$

5) $(4ab^2 - 5a^2b) - (3ab^2 + 2a^2b)$

6) $-(2a^3 - 3b^2) - (7a^3 + b^2) + (3a^3 - b^2)$

∇∇∇ EXERCICE 96

1) $(5a - 2b) - (3a + 7b)$

2) $(2x - 3y + z) + (5x + y - 3z)$

3) $(5a^2 + 2a - 1) - (-3a^2 + 7a - 2)$

4) $-(2x^2 - x + y) + (4x^2 - x - 2y)$

5) $(4a^2b - 2ab^2 + 3ab) - (4ab^2 - 2ab^2 + 3ab)$

6) $-(x^2 - 4y^2) + (2x^2 - 3y^2) - (2y^2 + 4x^2)$

∇∇∇ EXERCICE 97

1) $(3x^2 - 7x + 2) + (-4x^2 + 5x - 3)$

2) $-(7a^3 - 2a^2b + b^3) + (-4a^3 + a^2b - 7b^3)$

3) $3x^2y + 7xy^2 - (-3x^2y + 2xy^2) - 7x^2y + 10xy^2$

4) $(4a^3 + 2a^2 - 3a + 2) - (-7a^3 + a^2 - 4a + 3) + (3a^3 - a^2 - a - 1)$

5) $(7w + 3z - 2y) - (4w - 2z + 3y) + (2w + z - 5y)$

6) $(0{,}2a^3 - 0{,}1a^2 + 3a - 4) - (-0{,}8a^3 + 0{,}9a^2 - 1{,}2a + 4)$

∇∇∇ EXERCICE 98
Quel polynôme faut-il additionner au polynôme $x^3 - 4x + 1$ pour obtenir $x + 3$?

∇∇∇ EXERCICE 99
Quel polynôme faut-il soustraire du polynôme $x^3 - 3x^2 + 1$ pour obtenir $x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{3}$?

∇∇∇ EXERCICE 100
Quel polynôme faut-il soustraire du polynôme $2x^3 - 6x^2 + 2$ pour obtenir $-x^3 - 11x^2 + 12$?

∇∇∇ EXERCICE 101
Quel polynôme faut-il additionner au polynôme $\frac{1}{2}x^2 + 1$ pour obtenir $\frac{5}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$?

∇∇∇ EXERCICE 102

Quel polynôme faut-il soustraire du polynôme $x+9$ pour obtenir $-3x+1$?

Dans les exercices 103 à 105, développer puis réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 103

1) $-(-2x)-(-(-x+3x))$

2) $4a-(2b-(-a+b)-b)$

3) $-5x-(-3y-(-x-(2x-y)-y)+4x)-y$

4) $-2w-(3w-2t)-(-w-(3w+t)+w)-2t$

5) $2a+5-(3a+(5-(-2+2a))+7a)$

6) $-\left(-3x^3+2-\left(7x^3+4-(10-x^3)+3x^3\right)+15\right)$

∇∇∇ EXERCICE 104

1) $3a-((-2a+5a)-(-2a))-a$

2) $-(-(-2a+3b)-4a)-(-3b)$

3) $(-5x-y)-(3x-((x-y)-(2x+y))-x)$

4) $7a^2-\left(-2a^2-(-4a^2-b)-5b\right)-2b$

5) $-(-(-(-7a)-1)-1)-1$

6) $7a^2b-\left(-3a^2b-\left(2ab^2+a^2b-(-ab^2)\right)+2a^2b\right)$

∇∇∇ EXERCICE 105

1) $3a^2\cdot(2ab+b^2)$

2) $2a^3\cdot(5a-3b)$

3) $4x^2\cdot(5xy-x^2)$

4) $(7ab-3a^2)\cdot 3ab$

5) $(4a^2b-7ab^2)\cdot a^3$

6) $(3a-2b)\cdot 7ab$

∇∇∇ EXERCICE 106

Développer chacune de ces expressions:

1) $2xy\cdot(x^2y+x)$

2) $5y^2\cdot(y^3-2x^2y+1)$

3) $3xy^2\cdot(-xy+2x^2y-x)$

4) $(2ab-4ab^2)\cdot 3a^2b$

5) $(3a^3-2a^2b-1)\cdot 4ab$

6) $a\cdot(2a^2b-3ab^2-b^3)\cdot 2b$

∇∇∇ EXERCICE 107

Développer chacune de ces expressions:

1) $2x^3 \cdot (3xy + x)$
2) $(2a^2b - 3b) \cdot ab$
3) $3x^2y \cdot (xy^2 - 2xy - 1)$
4) $(-4a^2b) \cdot (-4a + 2a^2b - 3b^3)$
5) $(x^2y - 2xy^2 + 3y^3) \cdot (-2x^2)$
6) $2ab \cdot (a^2 - 2ab + b^2) \cdot a$

Dans les exercices 108 à 110, développer puis réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 108

1) $2 \cdot (3x + 5) - 3 \cdot (2x - 4)$
2) $4 \cdot (2a^2 + b) + 3 \cdot (4a^2 - b)$
3) $7 \cdot (x^4 + 2y^4) - 2 \cdot (2x^4 + y^4)$
4) $10 \cdot (3ab - 2bc) - 5 \cdot (2ab + 3bc)$
5) $-4 \cdot (5a - 2b) + 4 \cdot (2a - 5b)$
6) $2 \cdot (5a - 2b + c) + 3 \cdot (a - b + 3c)$

∇∇∇ EXERCICE 109

1) $3 \cdot (x^2 - 5) - 2 \cdot (x^2 + 7)$
2) $5 \cdot (2x - y) + 3 \cdot (2x + 3y)$
3) $4 \cdot (a^3 + 2b^3) - (2a^3 - b^3)$
4) $5 \cdot (3xy - 2y) - 4 \cdot (2xy - 3y)$
5) $-4 \cdot (2a^2b - 3ac) + 2 \cdot (3a^2b - 2ac)$
6) $3 \cdot (x^2 - 4y^2 - 4) - (2x^2 + 3y^2 - 1) \cdot 4$

∇∇∇ EXERCICE 110

1) $3a^2 \cdot (2a - b) - 2a^2 \cdot (4a - 3b)$
2) $7xy \cdot (2x - 3xy) + 3x^2 \cdot (y^2 - y)$
3) $2z^2 \cdot (3z - 2x) - 4z^2 \cdot (z - 2x)$
4) $5a^2b \cdot (a^2b + 4b^2) - 7b^2 \cdot (2a^4 - a^2b)$
5) $x^3 \cdot (2y^2 - 3xy) - 2xy^2 \cdot (5x^2 - 4x^3)$
6) $2z \cdot w \cdot (z^2 - zw + 1) + 3zw \cdot (z^2 - 2zw - 1)$

Dans les exercices 111 à 113, développer puis réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 111

1) $2ab^2 \cdot (3ab-1)+(-2b+5ab^2)\cdot 3ab$

2) $2y\cdot(-3y+4x^2y)-(2x^2-3)\cdot y^2$

3) $(-3w^2)\cdot(2w-wz-1)-(3-2wz+w)\cdot 2w^2$

4) $\frac{3}{2}a^2\cdot(\frac{2}{3}b^2+4a)+\frac{4}{3}b^2\cdot(3a^2-\frac{3}{8}b)$

5) $\frac{1}{5}xy^2\cdot(5x^2+xy^2)-\frac{2}{5}x^2\cdot(10xy^2-2y^2)$

6) $\frac{2}{3}ab\cdot\left(\frac{3}{4}b-\frac{1}{2}a^2\right)-\left(\frac{8}{9}a^3+\frac{4}{3}ab\right)\cdot\frac{3}{4}b$

∇∇∇ EXERCICE 112

1) $(2a+b)\cdot 3-5\cdot(3a+b)$

2) $(-x-y)\cdot x-x\cdot(2x-y)$

3) $(-2a^2+2b)\cdot 2a-a\cdot(a^2+b)$

4) $(2w+3t)\cdot w-(4w+2t)\cdot 2w$

5) $2w+3t\cdot w-4w+3t\cdot 2w$

6) $-(a-b+c)\cdot 4-12\cdot(2a+b-c)$

∇∇∇ EXERCICE 113

1) $(2a-b+a)\cdot 2a^2+a^2\cdot(a+b-b)$

2) $\frac{1}{2}ab-\frac{1}{2}b\cdot 2b-3b\cdot(2a-b)$

3) $(7x^2+3x-10)\cdot 3x+7x^2\cdot(2x+3)$

4) $4\cdot(2a-b)\cdot a^2-a\cdot(2a^2+ab)\cdot 2$

5) $(7w-3y)\cdot 2w^2+4w^2\cdot(2w+5y)$

6) $abc+(2a+b+c)$

∇∇∇ EXERCICE 114

Par quel monôme faut-il multiplier le polynôme $5x^2-2x-1$ pour obtenir $15x^3-6x^2-3x$?

Dans les exercices 115 à 119, réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 115

1) $\frac{x}{5}+\frac{x}{6}$

2) $\frac{2x}{3}+x$

3) $\frac{7x}{4}-x$

4) $\frac{x}{4}+\frac{x}{3}-\frac{x}{12}$

5) $\frac{5x}{2}-\frac{7x}{4}-\frac{4x}{3}$

6) $\frac{2x}{3}-\left(\frac{3x}{2}+\frac{x}{9}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 116

1) $\dfrac{4x}{3}-\dfrac{5x}{6}$

3) $\dfrac{2x}{7}-\dfrac{x}{3}$

5) $\dfrac{2x}{9}-\left(\dfrac{5x}{6}+\dfrac{x}{4}\right)$

2) $\dfrac{3x}{5}+x$

4) $\dfrac{3x}{4}-\dfrac{2x}{3}+\dfrac{x}{6}$

6) $\left(\dfrac{3x}{5}-\dfrac{2x}{3}\right)+\dfrac{x}{15}$

∇∇∇ EXERCICE 117

1) $\dfrac{x+4}{4}+\dfrac{x-3}{3}$

4) $\dfrac{x}{5}-\dfrac{2x+1}{2}+\dfrac{5-4x}{10}$

2) $\dfrac{x}{4}-\dfrac{x-2}{5}$

5) $\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{2x-3}{6}+\dfrac{2x+1}{2}$

3) $\dfrac{2x+1}{2}-\dfrac{2-3x}{3}$

6) $\dfrac{2x+2}{6}-\dfrac{12x-4}{24}+\dfrac{6x+9}{27}$

∇∇∇ EXERCICE 118

1) $\dfrac{2x-3}{3}+\dfrac{5-2x}{5}$

4) $\dfrac{x}{3}-\dfrac{3x-1}{2}+\dfrac{11x-3}{6}$

2) $\dfrac{-2x}{4}-2x$

5) $\dfrac{3x-8}{2}+\dfrac{3x+10}{10}-\dfrac{5-x}{5}$

3) $\dfrac{4x-2}{4}-\dfrac{1-2x}{2}$

6) $\dfrac{4x+8}{8}-\dfrac{6x+9}{18}+\dfrac{15-5x}{20}$

∇∇∇ EXERCICE 119

1) $\dfrac{3x+5}{7}+2x$

4) $\dfrac{4x^2-2y^2}{2}+\dfrac{x^2+3y^2}{3}$

2) $\dfrac{4a-2b}{3}+\dfrac{5a+b}{6}$

5) $\dfrac{ab-2a}{3}-\dfrac{5a+3ab}{5}$

3) $\dfrac{1}{3}\cdot(2a-b)-\dfrac{1}{2}\cdot(4a+b)$

6) $\dfrac{4x^2-3}{3}+\dfrac{7x^2+4}{7}$

Dans les exercices 120 à 122, réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 120

1) $\dfrac{4w-z}{5}-7w$

4) $\dfrac{4abc-7ab}{3}-\dfrac{12ab}{4}$

2) $4a^2-\dfrac{3a^2+b^2}{3}$

5) $\dfrac{4w^2-z^2}{14}-\dfrac{w^2-3z^2}{7}$

3) $\dfrac{x^3-y^3}{2}-2x^3$

6) $\dfrac{2x^2y}{3}-\dfrac{4x^2y+xy^2}{9}$

∇∇∇ EXERCICE 121

1) $\dfrac{4w^4-z}{4}-\dfrac{3z+w^4}{8}$

2) $\dfrac{5a^2-2b}{3}-\dfrac{3a^2+b}{4}$

3) $\dfrac{4a^3-5c}{5}+\dfrac{2a^3-3c}{10}$

4) $4a-b+\dfrac{3a-2b}{7}$

5) $\dfrac{2a+3b}{3}-\dfrac{4a-b}{6}$

6) $\dfrac{x^4-y^4}{5}-\dfrac{2x^4+12y^4}{15}$

∇∇∇ EXERCICE 122

1) $\dfrac{2x-5y}{4}-\dfrac{3x-2y}{3}+\dfrac{5x-y}{6}$

2) $\dfrac{7a-2b}{14}-\dfrac{3b-4a}{7}+\dfrac{12b-5a}{2}$

3) $\dfrac{3x-y+2z}{5}-\dfrac{2y+x-7z}{10}+\dfrac{3y-2z+x}{20}$

4) $\dfrac{3w-2v}{8}-\dfrac{w+3v}{6}+\dfrac{3w-5v}{24}$

5) $\dfrac{2x^2-7y^2}{4}+\dfrac{y^2-x^2}{3}-\dfrac{7x^2+3y^2}{6}$

6) $\dfrac{1}{3}\cdot(3a-2b)+\dfrac{4}{5}\cdot(10a+b)-\dfrac{1}{5}\cdot(-2a+3b)$

Dans les exercices 123 à 128, développer chacune des expressions puis réduire le résultat :

∇∇∇ EXERCICE 123

1) $\dfrac{1}{2}\cdot(a^2-2ab+b^2)-\dfrac{7}{4}\cdot(3a^2-5ab+12b^2)$

2) $\dfrac{1}{2}\cdot(x-4)+\dfrac{3}{4}\cdot(x-8)+\dfrac{1}{3}\cdot(2x-6)$

3) $\dfrac{4x-2y}{5}-(-2x+3y)$

4) $\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{a-b}{3}\right)-\dfrac{3a-b}{4}+\dfrac{2}{3}\cdot\left(\dfrac{2a+3b}{8}\right)$

5) $-\dfrac{3a-2}{3}+\dfrac{1}{4}\cdot(2a-1)-\dfrac{5}{2}\cdot\left(\dfrac{2-a}{3}\right)$

6) $\dfrac{3x-1}{3}-\dfrac{1}{3}\cdot\left(\dfrac{2x-5}{2}\right)+\dfrac{1}{6}\cdot(x-3)$

∇∇∇ EXERCICE 124

1) $(2a+1)\cdot(3a+2)$

2) $(x+2y)\cdot(2x+y)$

3) $(a-2)\cdot(3a+4)$

4) $(x+4)\cdot(x+3)$

5) $(2a+1)\cdot(3+4a)$

6) $(5s+4)\cdot(5+3s)$

∇∇∇ EXERCICE 125

1) $(2a-3b)\cdot(5a+b)$
2) $(a-4b)\cdot(-2a+b)$
3) $(2x-4)\cdot(-y+3x)$
4) $(3a-b)\cdot(5a+4b)$
5) $(4a-5)\cdot(2a+12)$
6) $(7c-2d)\cdot(3d+c)$

∇∇∇ EXERCICE 126

1) $(3a-b)\cdot(2a+3b)$
2) $(5x-y)\cdot(-x+2y)$
3) $(4a-b)\cdot(-2b+3a)$
4) $(7x-3y)\cdot(2x+5y)$
5) $(3a-7)\cdot(5a+9)$
6) $(9x-y)\cdot(2y+5x)$

∇∇∇ EXERCICE 127

1) $(3x^2-5)\cdot(2x^2+1)$
2) $(5ab-2b)\cdot(ab-4b)$
3) $(2x^2-3x)\cdot(-4x+5x^2)$
4) $(a^2b+3a)\cdot(2a^2b-a)$
5) $(3y^2-5x)\cdot(3x+5y^2)$
6) $(-2x^2-5y)\cdot(-x-4y^2)$

∇∇∇ EXERCICE 128

1) $(12b-3)\cdot(0{,}1b+0{,}2)$
2) $(5a+2b-c)\cdot 3a-7a\cdot(12a+3b)$
3) $(2a^3-7b)\cdot(-7a+3b^2)$
4) $(5abc-2ab)\cdot(12ab-15abc)$
5) $(5ab^2+3a^2b)\cdot(-0{,}4a^2b+3ab^2)$
6) $(-0{,}2a^3b-7ab^3)\cdot(-a^3b+2ab^3)$

∇∇∇ EXERCICE 129

Soient les polynômes

- $A=x^2+2$
- $B=x^2-2$
- $C=\dfrac{1}{2}x+1$

Former les polynômes:

1) $2A-5B+4C$
2) $2A-(2B+A)$
3) $(A-B)\cdot(A-B)+3AB-(-B\cdot(-B-A))$

∇∇∇ EXERCICE 130

Soient les polynômes

- $A=x^2+4$
- $B=x^2-4$
- $C=2x^2-8x+8$

Former les polynômes

1) $A\cdot B$

2) $B-A$

3) $3\cdot A+\frac{1}{2}\cdot C$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 131

Soient les polynômes

- $X=-\frac{2}{3}+\frac{1}{3}a^2$
- $Y=\frac{5}{3}a^2-4$
- $Z=\frac{3}{4}a^2+1$

Former les polynômes

1) $X-(-Y)$

2) $3X-(-(2X-Y)-(-4X-Y))+2Y$

3) $(X-Y)\cdot Z$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 132

Soient les polynômes

- $A=x^3-5$
- $B=x^3+5$

Former les polynômes

1) $(A\cdot B)\cdot(A\cdot B)$

2) $2A-(-2B+(2A+B))$

3) $2AB+(A-B)\cdot(A-B)$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 133

Soient les polynômes

1) $X=\frac{1}{2}a^2+2a-3$ 2) $Y=3a^2-\frac{1}{4}a+1$ 2) $Z=-a^2-\frac{1}{2}$

Former les polynômes

1) $Z\cdot Z$

2) $-Z+2XY$

3) $(X+Y)\cdot(X+Y)-Z-(X-Y)\cdot(X+Y)$

Dans les exercices 134 à 137, développer chacune des expressions puis réduire le résultat :

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 134

1) $(3a-7b)\cdot(3a+2b-1)$

2) $(-4x+2y-z)\cdot(3x-2y)$

3) $(-10a^2+2b^2)^2-4a^4+3b^4+7b\cdot(-3b^3)$

4) $(3a^4-7a^3+2a-1)\cdot(4a^4-2a^3+a-3)$

5) $(-4x^3-7x^2+2x)\cdot(-3x+3)-7x^2\cdot(3x^2-2x-4)$

6) $(12abc-7ab)\cdot(-4abc+12ab)-(-4a^2b^2c^2+12a^2b^2)$

∇∇∇ EXERCICE 135

1) $(x^2+x+1)\cdot(x-1)$

2) $(x+3)\cdot(x^2-4x+4)$

3) $(a^2+2)\cdot(a^2+a-1)$

4) $(2x-2)\cdot(x^2+x-1)$

5) $(2a+b+1)\cdot(a-2b)$

6) $(2x-y+4)\cdot(3x+2y)$

∇∇∇ EXERCICE 136

1) $(x+1)^2$

2) $(3x-3+2y)^2$

3) $(2a+b-4)^2$

4) $(2x-3y+1)^2$

5) $(x-y-1)^2$

6) $(a+b+c)^2$

∇∇∇ EXERCICE 137

1) $x\cdot(x-2)\cdot(x+3)$

2) $(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)$

3) $(2x+1)\cdot(2x-1)\cdot(x+3)$

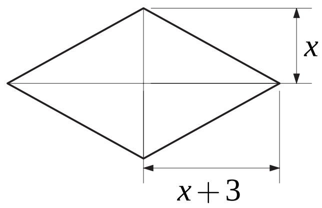
4) $(x+3)\cdot(x-2)^2$

5) $(x+1)^3$

6) $(2a+3)^3$

∇∇∇ EXERCICE 138

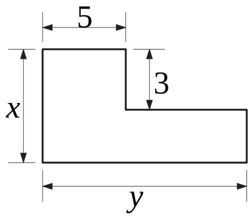
Exprimer l'aire de ce losange par une formule.



Dans les exercices 139 à 147, on supposera que toutes les longueurs sont exprimées dans la même unité.

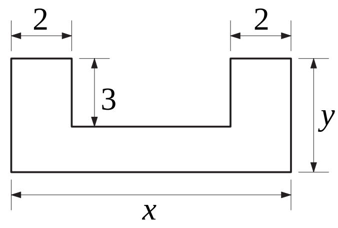
∇∇∇ EXERCICE 139

Exprimer l'aire et le périmètre de cette figure par des formules.



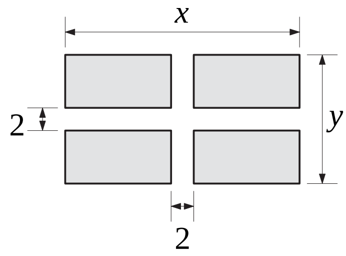
∇∇∇ **EXERCICE 140**

Exprimer l’aire et le périmètre de cette figure par des formules.



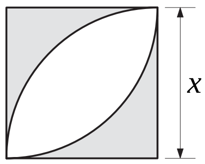
∇∇∇ **EXERCICE 141**

Exprimer par des formules l’aire et le périmètre de la figure ombrée.



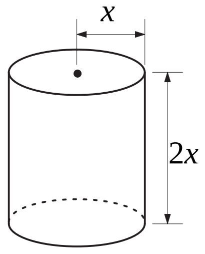
∇∇∇ **EXERCICE 142**

Exprimer par des formules l’aire et le périmètre de la figure ombrée.



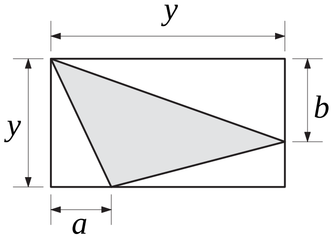
∇∇∇ **EXERCICE 143**

Exprimer par une formule l’aire et le périmètre de l’étiquette recouvrant latéralement cette boîte de conserve.



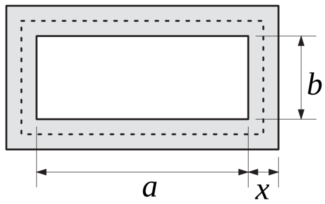
∇∇∇ **EXERCICE 144**

Exprimer par une formule l’aire de la surface ombrée.



∇∇∇ **EXERCICE 145**

Un terrain rectangulaire est bordé par un chemin de largeur x et d’aire A.

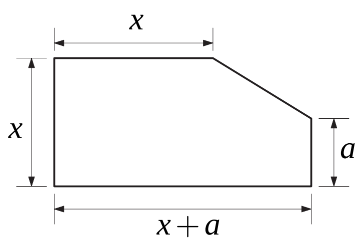


On appelle L la longueur de la ligne pointillée qui suit le milieu du chemin. Montrer que

$$A = L \cdot x.$$

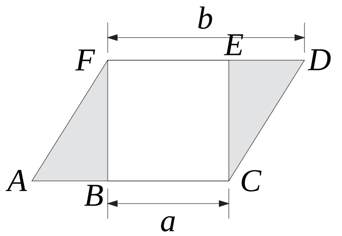
∇∇∇ EXERCICE 146

Exprimer l'aire de cette figure par une formule.



∇∇∇ EXERCICE 147

Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.



$ACDF$ est un parallélogramme
$BCEF$ est un carré

∇∇∇ EXERCICE 148

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $101 \cdot 99$	3) 69^2	5) $201 \cdot 199$
2) $49 \cdot 51$	4) 71^2	6) $72 \cdot 68$

∇∇∇ EXERCICE 149

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $39 \cdot 41$	3) 19^2	5) 201^2
2) 21^2	4) $61 \cdot 59$	6) $18 \cdot 22$

∇∇∇ EXERCICE 150

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $41 \cdot 39$	3) $53 \cdot 47$	5) $105 \cdot 95$
2) 41^2	4) 47^2	6) 105^2

Dans les exercices 151 à 153, développer chaque expression à l'aide d'une identité remarquable :

∇∇∇ EXERCICE 151

1) $(x+4)^2$ 3) $(3+b)^2$ 5) $(2x+y)^2$

2) $(7a+b)^2$ 4) $(b+3x)^2$ 6) $(x+5y)^2$

∇∇∇ EXERCICE 152

1) $(2x+4y)^2$ 3) $(5x+5y^2)^2$ 5) $(0{,}3x+3y)^2$

2) $(2a+10b)^2$ 4) $(3ab+2b^2)^2$ 6) $(5x^2+3xy)^2$

∇∇∇ EXERCICE 153

1) $(\frac{1}{2}a+3b)^2$ 4) $(3a+7)\cdot(3a+7)$

2) $\left(\frac{1}{5}x^2+10y^2\right)^2$ 5) $\left(\frac{1}{3}x^3+y^3\right)\cdot(y^3+\frac{1}{3}x^3)$

3) $(0{,}2xy+10x^2)^2$ 6) $(7a+\frac{3}{7}b)^2$

Dans les exercices 154 à 159, développer chaque expression en utilisant une identité remarquable :

∇∇∇ EXERCICE 154

1) $(w-4)^2$ 3) $(12-c)^2$ 5) $(4b-d)^2$

2) $(6x-y)^2$ 4) $(t-4u)^2$ 6) $(e-5d)^2$

∇∇∇ EXERCICE 155

1) $(4u-5v)^2$ 3) $(6a-6b^2)^2$ 5) $(0{,}1u-4t)^2$

2) $(3x-15y)^2$ 4) $(2ab-4b^2)^2$ 6) $(7d^2-3d)^2$

∇∇∇ EXERCICE 156

1) $(\frac{1}{3}u-3v)^2$ 4) $(12a-5)\cdot(12a-5)$

2) $\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}y^2\right)^2$ 5) $\left(\frac{1}{4}a^2-b\right)\cdot\left(-b+\frac{1}{4}a^2\right)$

3) $(0{,}3ab-10b^2)^2$ 6) $\left(\frac{1}{16}x^3-8xy^4\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 157

1) $(2x-y)\cdot(2x+y)$ 4) $(3v-4t)\cdot(3v+4t)$

2) $(x-4)\cdot(x+4)$ 5) $(10x^2+y)\cdot(10x^2-y)$

3) $(2u+3)\cdot(2u-3)$ 6) $(5z+25)\cdot(5z-25)$

∇∇∇ EXERCICE 158

1) $(\frac{1}{2}a+b)\cdot(b-\frac{1}{2}a)$
2) $(0{,}1x^2+y)\cdot(-0{,}1x^2+y)$
3) $(3x^2+xy^2)\cdot(3x^2-xy^2)$
4) $(w^2+t)\cdot(t-w^2)$
5) $(8a^3+b)\cdot(8a^3-b)$
6) $(x^4+y^6)\cdot(-y^6+x^4)$

∇∇∇ EXERCICE 159

1) $(x+3)^2$
2) $(x-2)\cdot(x+2)$
3) $(3x+y)^2$
4) $(a-3)\cdot(a+3)$
5) $(y+5)^2$
6) $(3-y)^2$

Dans les exercices 160 à 166, développer chaque expression en utilisant une des identités remarquables :

∇∇∇ EXERCICE 160

1) $(a+3)^2$
2) $(2y-x)^2$
3) $(2x+5)^2$
4) $(x-7)\cdot(x+7)$
5) $(2a+1)^2$
6) $(2x+2y)^2$

∇∇∇ EXERCICE 161

1) $(x-3)^2$
2) $(a-2b)\cdot(a+2b)$
3) $(7x+1)^2$
4) $(2x-y)\cdot(2x+y)$
5) $(2y-3)^2$
6) $(y+5x)^2$

∇∇∇ EXERCICE 162

1) $(2a-b)^2$
2) $(a+2b)^2$
3) $(3x-y)^2$
4) $(7a-2b)\cdot(7a+2b)$
5) $(3x-4y)\cdot(3x+4y)$
6) $(7w-v)^2$

∇∇∇ EXERCICE 163

1) $(7x-2y)^2$
2) $(3a+2b)^2$
3) $(2b-7c)^2$
4) $(4a-2b)^2$
5) $(7x-12y)^2$
6) $(3x-7y)\cdot(3x+7y)$

∇∇∇ EXERCICE 164

1) $(3a-2b)^2$
2) $(6a+b)^2$
3) $(4a-7)^2$
4) $(2-2b)^2$
5) $(3x-z)\cdot(3x+z)$
6) $(10a-7b)^2$

∇∇∇ EXERCICE 165

1) $(2a^2+b)^2$
2) $(x^2+2y)^2$
3) $(x^2+y^2)^2$
4) $(3x^2-y^2)\cdot(3x^2+y^2)$
5) $(2a-b^2)^2$
6) $(3a^2-2b^2)^2$

∇∇∇ EXERCICE 166

1) $(6a^3-4b^2)^2$
2) $(a^5+1)^2$
3) $(x^3+y^3)\cdot(x^3-y^3)$
4) $(2y^2+x)^2$
5) $(6x^3+1)\cdot(6x^3-1)$
6) $(x^2-3y^3)^2$

Dans les exercices 167 à 172, développer chaque expression en utilisant une des identités remarquables :

∇∇∇ EXERCICE 167

1) $(x^2+y^2)\cdot(x^2-y^2)$
2) $(8a^2-3b^2)^2$
3) $(10x^2+1)^2$
4) $(a^5+b^5)^2$
5) $(3x^4+1)\cdot(3x^4-1)$
6) $(x^4-y^4)^2$

∇∇∇ EXERCICE 168

1) $(0{,}1a-b)^2$
2) $(\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b)^2$
3) $(\frac{1}{2}b+\frac{2}{3}a)\cdot(\frac{1}{2}b-\frac{2}{3}a)$
4) $\left(\frac{4}{5}xy-\frac{5}{4}\right)^2$
5) $(\frac{11}{10}a-\frac{4}{11}b)^2$
6) $(7-0{,}7b)^2$

∇∇∇ EXERCICE 169

1) $(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y)^2$
2) $(3x+\frac{1}{3})^2$
3) $(\frac{2}{7}x-\frac{3}{4}y)\cdot(\frac{2}{7}x+\frac{3}{4}y)$
4) $\left(\frac{x}{4}-\frac{y}{3}\right)\cdot\left(\frac{x}{4}+\frac{y}{3}\right)$
5) $(\frac{3x}{5}-1)^2$
6) $(\frac{1}{4}a+\frac{4}{5}b)^2$

∇∇∇ EXERCICE 170

1) $(0{,}4a-3b)^2$
2) $(6x+0{,}1)^2$
3) $\left(\frac{2}{5}x+\frac{1}{4}\right)^2$
4) $(\frac{2x}{3}-1)\cdot(\frac{2x}{3}+1)$
5) $(0{,}3x+0{,}4y)^2$
6) $(0{,}2x-0{,}6y)\cdot(0{,}2x+0{,}6y)$

∇∇∇ EXERCICE 171

1) $(x+4)\cdot(x-3)$
2) $(x-5)\cdot(x+7)$
3) $(x+3)\cdot(x-4)$
4) $(x-12)\cdot(x-1)$
5) $(x-4)\cdot(x-40)$
6) $(x+3)\cdot(x-3)$

∇∇∇ EXERCICE 172

1) $(x+1)\cdot(x-2)$
2) $(x+7)\cdot(x-6)$
3) $(x-9)\cdot(x-3)$
4) $(x+5)\cdot(x+2)$
5) $(x+8)\cdot(x+2)$
6) $(x-4)\cdot(x+1)$

Dans les exercices 173 à 176, développer chaque expression en utilisant une des identités remarquables :

∇∇∇ EXERCICE 173

1) $(x-25)\cdot(x+3)$
2) $(x+50)\cdot(x-10)$
3) $(x-100)\cdot(x+1)$
4) $(x+100)\cdot(x+3)$
5) $(x+12)\cdot(x-11)$
6) $(x+15)\cdot(x-40)$

∇∇∇ EXERCICE 174

1) $(3a^2x-2ax^2)^2$
2) $(2x^3-5xy^4)^2$
3) $(5a^2b+7ab^2)^2$
4) $(2a^3-b^3)^2$
5) $\left(\frac{1}{2}a^2x-7a^3\right)\cdot\left(7a^3+\frac{1}{2}a^2x\right)$
6) $(3a^4-ab^4)\cdot(-ab^4+3a^4)$

∇∇∇ EXERCICE 175

1) $(3x^4y-yx^4)^2$
2) $(7a^2b-2a^2b^3)^2$
3) $(3a^3-2a^2)^2$
4) $(4abc-7ab)^2$
5) $(2ax-7bx)\cdot(2ax-7bx)$
6) $(3a^2+b^2)\cdot(b^2+3a^2)$

∇∇∇ EXERCICE 176

1) $(4a^3b - a^2b^3)^2$

2) $(2x^4y - \frac{1}{2}xy^4)^2$

3) $(7a^3 - \frac{1}{7}ab^3)^2$

4) $(12a^4 - 11ab) \cdot (11ab + 12a^4)$

5) $(3x^4y - 2xy^4)^2$

6) $(a^2b - ab^2)^2$

∇∇∇ EXERCICE 177

Effectuer les produits suivants:

1) $(x+a) \cdot (x-a) \cdot (x^2 - a^2)$

2) $(2a-1) \cdot (2a+1) \cdot (4a^2+1)$

3) $(x-1) \cdot (x^2+1) \cdot (x+1)$

4) $(x+2) \cdot (x-2) \cdot (x^4+16) \cdot (x^2+4)$

5) $(x^2-1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4-8)$

6) $(4a^4+3) \cdot (2a^2+1) \cdot (2a^2-1)$

∇∇∇ EXERCICE 178

Effectuer les produits suivants:

1) $(2x+y) \cdot (2x-y) \cdot (4x^2+y^2)$

2) $\left(\frac{1}{2}a+b\right) \cdot \left(\frac{1}{2}a-b\right) \cdot \left(\frac{1}{4}a^2-b^2\right)$

3) $(0{,}1w+t) \cdot (0{,}1w-t) \cdot (0{,}01w^2+t^2)$

4) $(a+1) \cdot (a-1) \cdot (a^2+1) \cdot (a^4-1)$

5) $(x+6) \cdot (x-6) \cdot (x^2-10)$

6) $(2x-3) \cdot (4x^2+10) \cdot (2x+3)$

∇∇∇ EXERCICE 179

Effectuer les produits suivants

1) $(3a+2) \cdot (3a-2) \cdot (9a^2-4)$

2) $\left(\frac{1}{3}x^2+y) \cdot (\frac{1}{9}x^4+y^2\right) \cdot (\frac{1}{3}x^2-y)$

3) $(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4+5)$

4) $(3a+\frac{1}{2}b) \cdot \left(\frac{1}{2}b-3a) \cdot (-9a^2+\frac{1}{4}b^2\right)$

5) $(3x-6) \cdot (3x+6) \cdot (9x^2+6)$

6) $(3a-1) \cdot (3a-1) \cdot (3a+1) \cdot (3a+1)$

∇∇∇ EXERCICE 180

Soient les polynômes

- $A = 2x + \frac{1}{2}$
- $B = 2x - \frac{1}{2}$

Former les polynômes suivants

1) $(A+B)^2 - 2AB - B^2$

2) $(A+B)^2 - (A+B)\cdot(A-B) - B^2$

3) $4\cdot(A-B)$

∇∇∇ EXERCICE 181

Soient les polynômes

- $X = 2b + a^2$
- $Y = a^2 - 2b$

Former les polynômes suivants

1) $(X+Y)^2 - (X-Y)^2$

2) $X^2 - Y^2$

3) $2XY - (X-Y)^2 + (X+Y)\cdot(X-Y)$

∇∇∇ EXERCICE 182

Soient les polynômes

1) $X = a^2 - 3ab$ 2) $Y = a^2 + 3ab$ 2) $Z = a^4 + 9a^2b^2$

Former les polynômes suivants:

1) $X^2 - 2\cdot X^2 + Y^2$

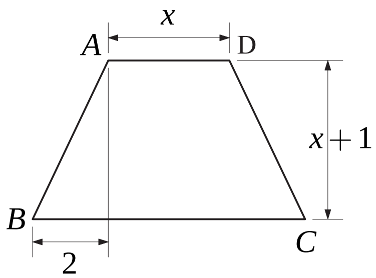
2) $XY - Z$

3) $\frac{1}{4}\left((X+Y)^2 - (X-Y)^2\right)$

Dans les exercices 183 à 185, on supposera que toutes les longueurs sont exprimées dans la même unité.

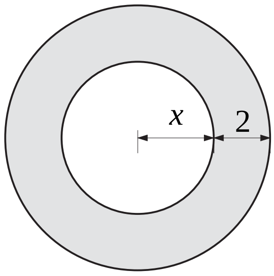
∇∇∇ EXERCICE 183

ABCD est un trapèze isocèle. Exprimer son aire par une formule.



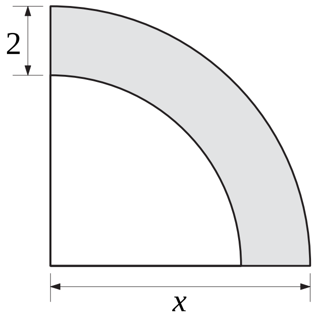
∇∇∇ EXERCICE 184

Exprimer par des formules l'aire et le périmètre de cette couronne.



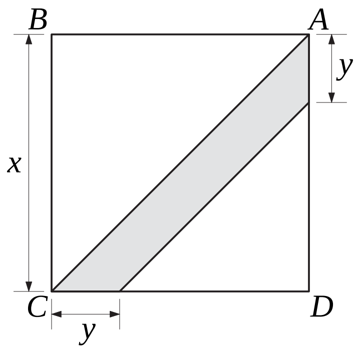
∇∇∇ EXERCICE 185

Exprimer par des formules l'aire et le périmètre de la figure ombrée.



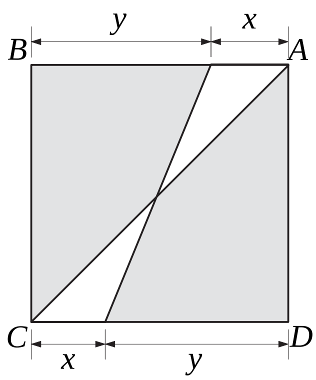
∇∇∇ EXERCICE 186

ABCD est un carré. Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.



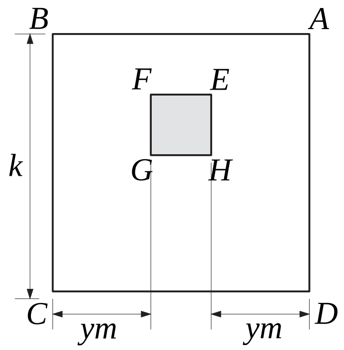
∇∇∇ EXERCICE 187

ABCD est un carré. Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.



∇∇∇ EXERCICE 188

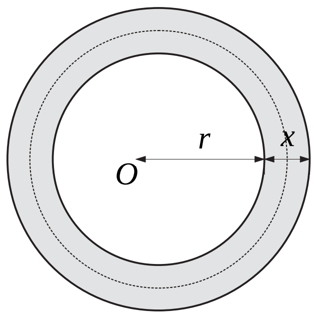
ABCD et *EFGH* sont des carrés. Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.



∇∇∇ EXERCICE 189

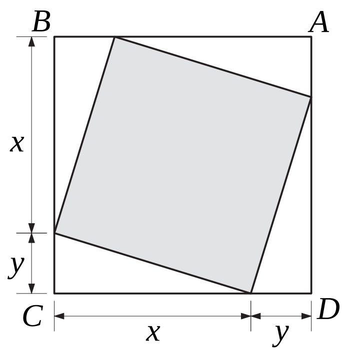
Un terrain circulaire est bordé par un chemin de largeur x et d'aire A. On appelle L la longueur du cercle pointillé qui suit le milieu du chemin. Montrer que

$$A = L \cdot x$$



∇∇∇ EXERCICE 190

ABCD est un carré. Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.



Dans les exercices 191 à 195, utiliser la mise en évidence pour factoriser aussi complètement que possible :

∇∇∇ EXERCICE 191

1) $2x^2 - 4xy$ 3) $4a^2 - 16ab$ 5) $3a^3 - 9ab$

2) $a^3 - 2a^2$ 4) $5x^3y - 15xy^3$ 6) $14ab - 7ab^2$

∇∇∇ EXERCICE 192

1) $3v^4 - 6vw$ 3) $7x^2y^3 - 14xy^4$ 5) $2a^4 - 8a^3$

2) $4a^3b - 8ab^3$ 4) $15a^4 - 5a$ 6) $44x^2 - 22xy^4$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 193**

1) $8x^3yz^2 - 16x^2y^2z$
2) $12a^4 - 24a^4b$
3) $3a^3 - 7a^4$
4) $2x^4 - 26xy^2$
5) $3x^3z^3 - 2x^3y^3$
6) $2a^3 - 14b^2$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 194**

1) $2a^3b - 4ab^2 + 8ab$
2) $3a^4b^3 - 12a^3b + 9ab^4$
3) $7x^4y - 14x^2y^4 + 21xy^5$
4) $2ab^3 - 16a^3b + 4a^3b^3$
5) $5t^2u - 10tu^3 + 15t^2u^2$
6) $13x^4y^5 - 26x^2y^3 + 169x^4y^4$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 195**

1) $4a^3 - 7a^2 + 3a$
2) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$
3) $7a^2b - 14ab^2 + 21a^3b^3$
4) $0{,}4y^4 - 0{,}2y^3 + 0{,}6xy^5$
5) $3a^7b + 2a^{12}b^4 - 7a^4b^5$
6) $22x^4y^5 - 121x^6y^{14} + 132x^5y^{20}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 196**

Utiliser la mise en évidence pour factoriser aussi complètement que possible:

1) $x^7y^8 - x^5y^7 + x^{11}y^4 - x^6y^{12}$
2) $0{,}25a^4b^3 + \frac{1}{4}a^5b^6 - b^7$
3) $x^4 - 10x^4y + 15x^3y^2$
4) $15a^3b - 6a^2b^2 + 3a^7b^2$
5) $\frac{1}{3}ab^3 - \frac{1}{9}a^3b$
6) $36a^5b - 48a^4b^2 + 12a^3b^3$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 197**

Utiliser la mise en évidence pour factoriser aussi complètement que possible:

1) $3abc - 7ab + 2a - 3ac$
2) $a^4b^3 + 6a^4b^4 + ab^5 - a^4$
3) $7x^3 - 14x^2y + 21x^4$
4) $3am + 6a^2m - 12am^2 + 9a^3m^4$
5) $4v^2z - 16v^3z^2 + 8vz^4 - 16vz$
6) $7a^3b^2c - 14a^2b^2c^2 + 28ab^3c$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 198**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2 + 2xy + y^2$
2) $4a^2 + b^2 + 4ab$
3) $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$
4) $4a^2 - 4ax + x^2$
5) $9a^4 - 6a^2b^3 + b^6$
6) $x^8 - 2x^4y^3 + y^6$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 199**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $4a^2 - 4ab + b^2$
2) $9a^2 + 12ab + b^2$
3) $a^4 + b^2 - 2a^2b$
4) $a^2 + 2ab^3 + b^6$
5) $9x^2 - 12xy + 4y^2$
6) $4x^2 + 25y^2 + 20xy$

∇∇∇ EXERCICE 200

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $9x^2-30xy^2+25y^4$
2) $49a^4-42a^2b+9b^2$
3) $4a^6-16a^3b^2+16b^4$
4) $9x^8-42x^4y+49y^2$
5) $4a^4-44a^2b+121b^2$
6) $16x^8+81y^4-72x^4y^2$

∇∇∇ EXERCICE 201

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) a^2-1
2) $169-b^2$
3) a^6-4
4) a^2b^2+1
5) x^4-25
6) $-144+b^8$

∇∇∇ EXERCICE 202

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $4x^2-9$
2) $\frac{1}{4}-w^2$
3) $w^2-\frac{1}{4}$
4) $25x^2-8^2$
5) $121+x^4$
6) $x^{16}-16$

∇∇∇ EXERCICE 203

Trouver deux nombres dont

1) le produit vaut 6 et la somme 5
2) le produit vaut 12 et la somme 7
3) le produit vaut 12 et la somme 8
4) le produit vaut 12 et la somme 13
5) le produit vaut 12 et la somme -7
6) le produit vaut -5 et la somme +4

∇∇∇ EXERCICE 204

Trouver deux nombres dont

1) le produit vaut +10 et la somme -7
2) le produit vaut -9 et la somme +8
3) le produit vaut -8 et la somme -2
4) le produit vaut +15 et la somme -8
5) le produit vaut +48 et la somme +14
6) le produit vaut +24 et la somme +11

∇∇∇ **EXERCICE 205**

Trouver deux nombres dont

1) le produit vaut +7 et la somme +8
2) le produit vaut -20 et la somme -8
3) le produit vaut -20 et la somme +1
4) le produit vaut +36 et la somme +12
5) le produit vaut -40 et la somme +3
6) le produit vaut +28 et la somme -11

∇∇∇ **EXERCICE 206**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2+7x+12$
2) x^2-4x-5
3) $x^2-9x+14$
4) $x^2-4x-21$
5) $x^2-20x-21$
6) $x^2-10x-24$

∇∇∇ **EXERCICE 207**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2+9x+20$
2) x^2+x-20
3) x^2-x-20
4) $x^2-9x+20$
5) $x^2+13x+30$
6) $x^2-11x+30$

∇∇∇ **EXERCICE 208**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2+10x-24$
2) $x^2-5x-24$
3) $x^2-23x-24$
4) $x^2+2x-24$
5) $x^2-4x-32$
6) $4a^2-4a-15$

∇∇∇ **EXERCICE 209**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $9a^4-16b^2$
2) x^2+x-20
3) $\frac{1}{4}a^2+2ab+4b^2$
4) $9a^2-4b^2$
5) $0{,}01x^2-0{,}6xy+9y^2$
6) $x^2+6x-16$

∇∇∇ **EXERCICE 210**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2+4x-21$
2) $\frac{1}{4}a^2+16b^2+4ab$
3) x^2+4
4) $9a^2+6ab+b^2$
5) $9x^8-49y^2$
6) $\frac{1}{49}a^6-\frac{2}{7}a^3b+b^2$

∇∇∇ EXERCICE 211

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $100w^2+10wt+\frac{1}{4}t^2$
2) $x^2+5x-50$
3) $-64+x^2$
4) x^2-25
5) $x^2-9x-22$
6) $9x^4+\frac{1}{16}y^2-\frac{3}{2}x^2y$

∇∇∇ EXERCICE 212

Factoriser aussi complètement que possible:

1) $4a^2+8ab+4b^2$
2) $16a^2-8ab+b^2$
3) $\frac{1}{4}a^2+ac+c^2$
4) $5x^2+10xy+5y^2$
5) $4a^2-16ab^3+16b^6$
6) $49a^2+42ab+9b^2$

∇∇∇ EXERCICE 213

Factoriser aussi complètement que possible:

1) x^3-x
2) $45a^4-5b^4$
3) $18x^2-50y^2$
4) $3a^5-3ab^4$
5) $x^{10}-x^2y^8$
6) $a^4b^6-a^6b^4$

Dans les exercices 214 à 218, factoriser chaque expression aussi complètement que possible :

∇∇∇ EXERCICE 214

1) $2x^2-4x-16$
2) x^2-16
3) $9a^2-49$
4) $x^2+3x-28$
5) $\frac{1}{4}a^6-49a^4$
6) $0{,}01a^2-0{,}06ab^4+0{,}09b^8$

∇∇∇ EXERCICE 215

1) $x^2-6x-40$
2) $3x^2-27$
3) $x^2-5x-84$
4) $x^2-15x+36$
5) x^2-625
6) x^8-1

∇∇∇ EXERCICE 216

1) $49a^5-28a^4b+4a^3b^2$
2) $9a^2+36a^8+36a^5$
3) $2x^3+10x^2-168x$
4) $81a^4x-16b^4x$
5) $162x^5-2x$
6) $4x^3y+4x^2y-80xy$

∇∇∇ EXERCICE 217

1) $4x^4+16y^4$
2) $-49x^3-9xy^2+42x^2y$
3) $-48x^3+48x^2-12x$
4) $16x^4-128x^2+256$
5) $2x^3-12x^2-54x$
6) $\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{9}xy^2+\frac{1}{3}x^2y$

∇∇∇ EXERCICE 218

1) $60x^2y+50x^3+18xy^2$
2) $28x^3y+63xy-84x^2y$
3) $5x^2y+20y^3$
4) $3x^2y^2-24xy^2+36y^2$
5) $-36x^2+162+2x^4$
6) $2x^5y^5-8xy$

∇∇∇ EXERCICE 219

Simplifier autant que possible les fractions rationnelles suivantes:

1) $\frac{3x}{15x^2}$
2) $\frac{5x^2}{25xy}$
3) $\frac{7a^3xy^2}{28ax^2y^2}$
4) $\frac{72x^7y^4z^3}{64x^5y^5z^4}$
5) $\frac{25a^3c^4y}{35a^7c^6y^4}$
6) $\frac{-4a^3b^{12}}{-2a^7b^5}$

∇∇∇ EXERCICE 220

Simplifier autant que possible les fractions rationnelles suivantes:

1) $\frac{ax}{abx}$
2) $\frac{55x^2y}{35xy^2}$
3) $\frac{24a^3bx}{48a^5b^3x^4}$
4) $-\frac{30a^7b^4}{0{,}3a^{10}b^5}$
5) $\frac{3ax}{-6a^2}$
6) $\frac{-7a^5x^{12}y^{20}}{-14a^4xy^{21}}$

∇∇∇ EXERCICE 221

Simplifier autant que possible les fractions rationnelles suivantes:

1) $\frac{4a^5}{16a^4x}$
2) $\frac{7abx}{49a^2b^2x^2}$
3) $-\frac{3a^2bx^6}{6a^3b^3x^3}$
4) $\frac{-9a^3bc}{-72a^3bc}$
5) $\frac{-15amx^3}{35bmx}$
6) $\frac{57m^2n^3}{-19n^2}$

Dans les exercices 222 à 224, factoriser le numérateur ou le dénominateur puis simplifier les facteurs communs :

∇∇∇ EXERCICE 222

1) $\frac{ax+ay}{a}$
2) $\frac{3x-9x^2}{6x}$
3) $\frac{-5}{10-5x}$
4) $\frac{3x^2}{42x^2-6xy}$
5) $\frac{x^4y^3+x^2y^4}{x^4y+x^3y^3}$
6) $\frac{2x^3+6xy^2}{6x^2y-3y^3}$

∇∇∇ EXERCICE 223

1) $\dfrac{b^2x+a^2x}{bx}$ 3) $\dfrac{-ax}{a^2x^2-ax}$ 5) $\dfrac{2x^3+2xy^2}{4x^2y+4xy^2}$

2) $\dfrac{x^2y-y^2x}{x^2y^2}$ 4) $\dfrac{4x^7y+2x^6y^2}{4x^3y^2}$ 6) $\dfrac{2x^3y^6-2x^2y^6}{3x^4y^3+3x^5y^3}$

∇∇∇ EXERCICE 224

1) $\dfrac{x^4-x^2y}{xy}$ 3) $\dfrac{-x^2}{ax^2+bx^4}$ 5) $\dfrac{6a^3b^2-3a^2b^3}{6a^3b^2-6a^2b^3}$

2) $\dfrac{3a^2x-6ay}{9axy}$ 4) $\dfrac{2x^4+3x^2y^2}{4xy^2+6y^3}$ 6) $\dfrac{\sqrt{3}x+\sqrt{3}y}{\sqrt{6}xy}$

Dans les exercices 225 à 228, factoriser le numérateur ou le dénominateur puis simplifier les facteurs communs :

∇∇∇ EXERCICE 225

1) $\dfrac{2x+y}{y+2x}$ 3) $\dfrac{xy+x}{y^2+y}$ 5) $\dfrac{4ax^2y+2bx^2y}{8ax+4bx}$

2) $\dfrac{a-2b}{2b-a}$ 4) $\dfrac{3\cdot(a-b)}{(a-b)^2}$ 6) $\dfrac{2x^2+2xy}{xy-y^2}$

∇∇∇ EXERCICE 226

1) $\dfrac{3\cdot(a+b)^2}{6\cdot(a-b)\cdot(a+b)}$ 3) $\dfrac{9x^3-18x^2y}{3x^5-6x^4y}$ 5) $\dfrac{2a^2+2b^2}{(a+b)^2}$

2) $\dfrac{6-2x}{x-3}$ 4) $\dfrac{-a^2b+a}{ab-a^2b^2}$ 6) $\dfrac{2x^4y^3-8x^2y^5}{3x^5y^2-12x^3y^4}$

∇∇∇ EXERCICE 227

1) $\dfrac{3a-3b}{4b-4a}$ 4) $\dfrac{3xy-6x^2y}{12xy-6y}$

2) $\dfrac{a^3\cdot(2x+y)^3}{(y+2x)^2\cdot(2y+x)\cdot a}$ 5) $\dfrac{8x^3y^3-4x^2y^4}{-8x^4y^3+16x^5y^2}$

3) $\dfrac{2ax+4bx}{6ay+3by}$ 6) $\dfrac{4ax^3+8ax^2-4ax}{6ax^2+12ax-6a}$

∇∇∇ EXERCICE 228

1) $\dfrac{x^2-y^2}{2x+2y}$ 3) $\dfrac{x^2y+xy^2}{x^2+2xy+y^2}$ 5) $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2+x-6}$

2) $\dfrac{a^2-b^2}{b-a}$ 4) $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ 6) $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2}$

Dans les exercices 229 à 232, factoriser le numérateur ou le dénominateur puis simplifier les facteurs communs :

∇∇∇ EXERCICE 229

1) $\dfrac{a^2b-ab}{a^2-1}$ 3) $\dfrac{y^2-4a^2}{y^2+4a^2+4ay}$ 5) $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-9}$

2) $\dfrac{x-1}{-x^2+2x-1}$ 4) $\dfrac{2axy^2+2ax^3}{x^4+2x^2y^2+y^4}$ 6) $\dfrac{a^2-8a+12}{a^2-12a+36}$

∇∇∇ EXERCICE 230

1) $\dfrac{4x^2-9y^2}{12x^2y+18xy^2}$ 3) $\dfrac{1-4a^2}{4a^2-4a+1}$ 5) $\dfrac{x^2y^2+9-6xy}{x^2y^2-4xy+3}$

2) $\dfrac{3y-27}{9-y}$ 4) $\dfrac{4x^2-4x+1}{2x-4x^2}$ 6) $\dfrac{x^2-7x+12}{-x^2+8x-16}$

∇∇∇ EXERCICE 231

1) $\dfrac{3x^2-27}{2x-6}$ 4) $\dfrac{2ax^3+8ax^2+6ax}{4x^4+24x^3+36x^2}$

2) $\dfrac{14a+21b}{4a^2+9b^2+12ab}$ 5) $\dfrac{abx^2-2abx+ab}{(x-1)\cdot a+(x-1)\cdot b}$

3) $\dfrac{4a^2x-16x^3}{8ax-16x^2}$ 6) $\dfrac{4a^2x^2-a^2y^2}{ay^2-4axy+4ax^2}$

∇∇∇ EXERCICE 232

1) $\dfrac{10x^2-10}{5x+5}$ 4) $\dfrac{2a^4-14a^3+20a^2}{a^4x-10a^3x+25a^2x}$

2) $\dfrac{3x^2-6xy+3y^2}{9x^2-9y^2}$ 5) $\dfrac{4x^2-36}{-2x^2+12x-18}$

3) $\dfrac{4a^2+12ab}{6a^3-54ab^2}$ 6) $\dfrac{(x-1)\cdot(x^4+6x^2+9)}{x^4+2x^2-3}$

∇∇∇ EXERCICE 233

Factoriser le numérateur ou le dénominateur puis simplifier les facteurs communs:

1) $\dfrac{a^3+3a^2}{9a-a^3}$ 4) $\dfrac{a^4+a^2-2}{(a+1)\cdot(4-a^4)}$

2) $\dfrac{2x^2-16x+32}{8-2x}$ 5) $\dfrac{4x^4y+4x^3y^2+x^2y^3}{4x^3y^2-xy^4}$

3) $\dfrac{8x^3y-18xy}{12xy^2-8x^2y^2}$ 6) $\dfrac{2x^4+6x^2+4}{x^4\cdot(x^2+1)-4\cdot(x^2+1)}$

Dans les exercices 234 à 236, effectuer les produits et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible :

∇∇∇ EXERCICE 234

1) $\dfrac{4a}{3} \cdot \dfrac{3b}{8}$

2) $\dfrac{x^2}{yz} \cdot \dfrac{y^2}{xz} \cdot \dfrac{z^2}{xy}$

3) $\dfrac{5a^2b}{7b^2xy^2} \cdot 14xy^2$

4) $\dfrac{21x^4y^2z}{4a^2bc} \cdot \dfrac{-a^3b}{7x^3y^2z^2}$

5) $(-4x^2) \cdot \left(-\dfrac{7x}{15y}\right) \cdot \left(-\dfrac{y}{22}\right)$

6) $\left(-\dfrac{3}{4}a^5b^7\right) \cdot \left(-\dfrac{2x^3y}{a^7b^5}\right) \cdot \left(-\dfrac{a^{12}}{x^4}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 235

1) $(-3x^2y) \cdot \left(\dfrac{2xy}{6x^3y^2}\right)$

2) $\dfrac{-15ab^2}{-7a^2b} \cdot \dfrac{28a^2c}{30ac^2}$

3) $\dfrac{-7xyz^2}{-5ab^2} \cdot \dfrac{10a^2b}{-21y^2z} \cdot (-6)$

4) $\dfrac{0{,}3x^4y^{12}}{10x^4y^7} \cdot \dfrac{30a^3b^4}{9a^4x^7}$

5) $\dfrac{1{,}2u^4v^5}{0{,}4u^{12}v^7} \cdot \dfrac{8u}{4{,}8v^5}$

6) $\dfrac{3(xy)^2z}{5ab^2} \cdot \dfrac{2ab}{xy^2} \cdot \dfrac{15z}{2}$

∇∇∇ EXERCICE 236

1) $\dfrac{49xy^2}{6ab^3} \cdot \dfrac{18a^3b}{14x^2y}$

3) $\left(-\dfrac{3x}{2y}\right) \cdot \left(\dfrac{-7x^2y}{-3z^2}\right) \cdot \left(\dfrac{14yz^3}{-x^4}\right)$

3) $\dfrac{18x^3y^4z}{8{,}1a^2b^4c^3} \cdot \dfrac{2{,}7a^2bc^3}{4{,}5xy^2z^2}$

4) $\dfrac{5x^2y}{3ab^2} \cdot \dfrac{5a^3y^2}{2bx} \cdot \dfrac{4a^2}{3x^3b}$

Dans les exercices 237 à 239, effectuer les produits et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible :

∇∇∇ EXERCICE 237

1) $\dfrac{x+y}{x-y} \cdot \dfrac{x-y}{2x+2y}$

2) $\dfrac{a-b}{5a} \cdot \dfrac{b}{b-a}$

3) $\dfrac{x^2-y^2}{z^2-u^2} \cdot \dfrac{z-u}{x+y}$

4) $\dfrac{b^2-2}{3bc} \cdot \dfrac{30c^3}{5b^4-10b^2}$

5) $\dfrac{a^2-b^2}{2x-2y} \cdot \dfrac{x^2-2xy+y^2}{a+b}$

6) $\dfrac{x^2+10x+25}{x-3} \cdot \dfrac{5-x}{x^2-25}$

∇∇∇ EXERCICE 238

1) $\dfrac{x^2-4y^2}{xy+2y^2} \cdot \dfrac{2y}{4xy-2x^2}$

2) $\dfrac{x^2+8x+7}{5x+35} \cdot \dfrac{x^2-1}{x^2+2x+1}$

3) $\dfrac{2xy+6y}{y-2} \cdot \dfrac{y^2-2y}{9-x^2}$

4) $\dfrac{-x^3-2x^2+8x}{x^2-8x+16} \cdot \dfrac{x^2-4x}{x+4}$

5) $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a^2+2ab+b^2} \cdot \left(-\dfrac{2}{a-b}\right) \cdot \dfrac{a^2-b^2}{2a-2b}$

6) $\dfrac{a^2b^2-ab-6}{3ab-9} \cdot \dfrac{a^2b^2-4}{a^2b^2+4ab+4}$

∇∇∇ EXERCICE 239

1) $\dfrac{2x^3-8xy^2}{5x}\cdot\dfrac{10x}{3x^3-6x^2y}$ 2) $\dfrac{x^2y^2-25}{16a^3-a}\cdot\dfrac{4a^2+a}{xy+5}$

3) $\dfrac{2x^2+4x+2}{x^2-x-2}\cdot\dfrac{x^3-2x^2}{x^3-x}$ 4) $\dfrac{2x^2-2x-4}{3x-3}\cdot\dfrac{2x-4}{x^2-4x+4}$

5) $\dfrac{25x^3-xy^2}{5x^2}\cdot\dfrac{xy-y}{5x-y}\cdot\dfrac{10x}{x^2y^2-y^2}$ 6) $\dfrac{5b^3-10b^2-15b}{25ab^2}\cdot\dfrac{ab-3a}{b^2-6b+9}$

Dans les exercices 240 à 242, effectuer les opérations et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible :

∇∇∇ EXERCICE 240

1) $\dfrac{x^2y^2-16}{a^3-9a}\cdot\dfrac{3a+a^2}{xy+4}$ 3) $\dfrac{2x^2+4x+2}{x^3-x}\cdot\dfrac{x-x^2}{2+2x}$

3) $\dfrac{x^2-x-2}{4x^2-16}\cdot\dfrac{2x^2+4x}{x^3+2x^2+x}$ 4) $\dfrac{(3a-3b)^2}{ab+b^2}\cdot\dfrac{a^2b+ab^2}{3a^2-3b^2}$

5) $\dfrac{b+2}{2b^2-2b}\cdot\dfrac{b^4-b^2}{b^2+1}\cdot\dfrac{b-1}{b^2+3b+2}$ 4) $\dfrac{8x^3-8x^2+2x}{4x-2}\cdot\dfrac{4x+8}{x^4-4x^2}\cdot(x^2-2x)$

∇∇∇ EXERCICE 241

1) $\dfrac{1}{x}:\dfrac{1}{y}$ 3) $\dfrac{2x}{y}:\dfrac{x}{3}$ 5) $\dfrac{-2a^2b}{c}:ab^2c$

2) $\dfrac{1}{xy}:xy$ 4) $\dfrac{7a^2b}{3c^6}:\dfrac{21ab^3}{c^3}$ 6) $\dfrac{-3bx^2}{5ay^3}:\dfrac{-6b^2}{a^3x}$

∇∇∇ EXERCICE 242

1) $\dfrac{8a^2}{3b}:4a$ 4) $\left(-\dfrac{64xyz}{60abc}\right):\dfrac{-8x^2y^2z}{-15a^2b}$

2) $\dfrac{-32xy^5}{81}:\dfrac{4y}{3x}$ 5) $\dfrac{28a^3bx}{5x^2y^3}:\dfrac{25a^2b^2y}{30xy^2}$

3) $\dfrac{21a^3b}{49x^2yz}:\dfrac{28ay^3}{21b^3x^2}$ 6) $\dfrac{4x^2y}{5ab^2}:\dfrac{2ab}{xy^2}$

∇∇∇ EXERCICE 243

Effectuer les divisions suivantes et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible

1) $\dfrac{13a^4b^4}{7x^4y^7}:\dfrac{169a^7b^6}{49x^{12}y^4}$ 4) $\dfrac{1{,}2u^4v^5}{3{,}4w^5}:\left(-\dfrac{0{,}4u^7v^{12}}{1{,}7w^{10}z}\right)$

2) $\dfrac{0{,}4a^5bc^7}{36x^4y^7c^5}:\dfrac{48a^{12}b^4}{42x^7y^{12}b^7}$ 5) $-\dfrac{3a^3b^5}{4x^7y^9}:\left(-\dfrac{36a^6b^{10}}{0{,}2x^{12}}\right)$

3) $\dfrac{7a^5b^4}{3x^3y^5}:\left(-\dfrac{7a^5b^4}{9x^3y^7}\right)$ 6) $\dfrac{7a^3b^4}{3x^9y^5}:-\dfrac{49a^7b^7}{9x^{12}y^4}$

∇∇∇ EXERCICE 244

Effectuer les divisions suivantes et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible

1) $(x^2-y^2):\dfrac{x-y}{x+y}$

2) $\dfrac{a^2-2ab}{x-y}:\dfrac{a^2}{x^2-y^2}$

3) $\dfrac{1-a^2}{3a}:\dfrac{a^2+2a+1}{2a+2}$

4) $\dfrac{a^2-16}{3a+6}:\dfrac{a^2-2a-8}{2a+4}$

5) $\dfrac{4x^2-1}{4x-1}:\dfrac{1-2x}{16x^2-1}$

6) $\dfrac{xy+2y^2}{14x-7y}:\dfrac{2x^2-8y^2}{16x^2-4y^2}$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 245

Effectuer les divisions suivantes et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible

1) $\dfrac{a^2-b^2}{(2ab)^2}:\dfrac{a+b}{2a}$

3) $\dfrac{9x^2-y^4}{a^2-ab}:\dfrac{3x+y^2}{a^3b-a^4}$

5) $\dfrac{6x-21}{2+5b}:\dfrac{12a^2x-42a^2}{25b^2-4}$

3) $\dfrac{a+1}{a-1}:\dfrac{a^2+2a+1}{a^2-2a+1}$

4) $\dfrac{a^2+a-2}{a^2+2a-15}:\dfrac{a^2+7a+10}{a^2+10a+25}$

4) $\dfrac{x^3-12x^2y+36xy^2}{x^3-25xy^2}:\dfrac{2x^3-12x^2y}{x^2-10xy+25y^2}$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 246

Effectuer les opérations suivantes et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible

1) $\left(\dfrac{x^2-x-20}{x^2+2x+1}\cdot\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+x-12}\right):\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x-10}$

2) $\dfrac{x-6}{x^2+6x+9}:\left(\dfrac{x^3-4x}{x^2+4x+4}\cdot\dfrac{x^2-4x-12}{x^3-9x}\right)$

3) $1:\left(\dfrac{xy-y^2}{x^2-xy}\cdot\dfrac{x^4+x^3y}{xy}\cdot\dfrac{x^2+y^2}{x^4-y^4}\right)$

Exercices récapitulatifs

∇∇∇ **EXERCICE 247**

Réduire:

1) $\frac{4}{3}x^3y^3 \cdot (-3xy^3)^2$

2) $2a-(3b-(-5+3a)-4)-2a$

3) $(2x^3-3y)\cdot(-3x^3+y)$

4) $x+\frac{y}{x}\cdot(-3x^2+4xy)$

5) $(2x-3y)\cdot(3x-y)-(2x-y)\cdot(5x+y)$

6) $4x-y\cdot(x-2)+3x\cdot(5+y)$

∇∇∇ **EXERCICE 248**

Réduire:

1) $\frac{2}{3}z^2-\left(3z-\left(\frac{1}{3}z-\frac{2}{3}\right)\cdot z+z^2\right)$

2) $(2x^2z)^2-(2x^3-1)\cdot(3xz^2-x^4z^2)$

3) $(2a-b)\cdot a-ba$

4) $2a-b\cdot a-ba$

5) $\frac{3x-3}{2}-\frac{x+2}{3}$

6) $\frac{3}{14}\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{7}{9}\cdot\sqrt{x}$

∇∇∇ **EXERCICE 249**

Réduire:

1) $3b-(5a+3ab-(4a-ab)-9b)$

2) $(3x^4-2x^2+2)\cdot(-2x^2+3)$

3) $2x\cdot(3x-x^2+1)-3\cdot(x^2-2x)$

4) $\left(\frac{a}{3}+\frac{1}{4}\right)\cdot(2a-3)-\left(a-\frac{1}{2}\right)\cdot(a+\frac{1}{2})$

5) $2x\cdot((x-3)-(x-2))$

6) $(3x-y)\cdot(3x-2y)+(2x-y)\cdot x$

∇∇∇ **EXERCICE 250**

Réduire:

1) $5x^2y^3\cdot(9x^3-y^4+6)$

3) $a\cdot(a+2)\cdot(2a-1)$

5) $3a\cdot(2a+1)-3\cdot(a^2+5a)-2a^2+a$

3) $4a^2-(6a-a^2)+2a$

4) $a+\frac{1}{2}\cdot a+2a-\frac{1}{2}$

6) $x\cdot(-\frac{4}{5}y)\cdot(-\frac{3}{4}xy)+\frac{2}{3}x^2y^2$

∇∇∇ EXERCICE 251

Réduire:

1) $(-0{,}3x^4y)^3$

2) $2a-(-5a+2b-(-3a-(a-b)-2a))+b$

3) $(3a-2b)\cdot 4-5\cdot(5a-b)$

4) $(2x-3y)\cdot(x-2y)-(-x+y)\cdot(3x-2y)$

5) $3x^2y-7x\cdot(2xy-3y^2)-2xy^2$

6) $\dfrac{2a-b}{4}-\dfrac{5a+b}{2}$

∇∇∇ EXERCICE 252

Réduire:

1) $\dfrac{2\cdot(2a-b)}{3}-\dfrac{3\cdot(5a-2b)}{5}$

2) $\left(-\dfrac{a^4b^2c^0}{4}\right)^2$

3) $\dfrac{1}{2}c^2-\left(3c-(\dfrac{1}{2}c+3)\cdot c\right)$

4) $(x-3)\cdot(x-3)\cdot(x+3)$

5) $x^2-(x-1)\cdot(2x+1)$

6) $\dfrac{3}{2}x^2y\cdot\left(\dfrac{4}{5}xy^4-\dfrac{10}{21}x^3y^2\right)$

∇∇∇ EXERCICE 253

Réduire:

1) $\left(-\dfrac{2}{3}x^2y^3\right)\cdot\left(-\dfrac{7}{12}y^3\right)\cdot\left(-\dfrac{6}{21x^5}\right)$

2) $\dfrac{7x-2}{14}-\dfrac{x+3}{7}$

3) $(2x)^2\cdot(3x-2)$

4) $2a^3\cdot(a^4-2)-7a^7+4a^3$

5) $(x+3)\cdot(x+5)-3^3$

6) $(2x+3x)^3$

∇∇∇ EXERCICE 254

Réduire:

1) $3v-(4t-v)-6t$

2) $a^3-2a^2\cdot(2a+5)$

3) $a-(b+2a-(3b+a)-2b)-a$

4) $(2a^3+4a^2+8a+16)\cdot(3a-6)$

5) $\left(-(4a^4-5a^2b^3+b^6)\right)\cdot(-5a^3b^5)$

6) $(2ab^3c^2d^5)\cdot(3a^3b^5c^4d)\cdot(-4a^3b^2c^3d)\cdot(-7a^4bc^3d^2)$

∇∇∇ EXERCICE 255

Écrire aussi simplement que possible chacune des expressions suivantes

1) $(-2x)^2\cdot(7x)$

2) $a-(2b-a-(c-a)-b)+a$

3) $(3x+4)\cdot(3x-4)\cdot(9x^2-16)$

4) $(4x+2)\cdot(4x-4)\cdot(8x^2)$

5) $\dfrac{a^6-a^5}{c^4-c^3}\cdot\dfrac{c^3-c^2}{a^5-a^4}$

6) $\dfrac{x^{100}-x^{99}}{x^{99}}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 256**

Écrire aussi simplement que possible chacune des expressions suivantes:

1) $(b^2+b^2+b\cdot b\cdot b+b\cdot b)^2$

2) $(2a^2-7a^2):(\dfrac{1}{2}a-a)$

3) $\dfrac{a-2}{a^2-4x^2}:\dfrac{1}{2x-a}$

4) $(2x-3)\cdot(x+1)-(x-4)^2$

5) $3x-2y-1-(2x-y+1)$

6) $\dfrac{2x-2}{x^2-6x+5}\cdot\dfrac{x-5}{4x}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 257**

Écrire aussi simplement que possible chacune des expressions suivantes:

1) $\dfrac{x-2}{2}-\dfrac{3x-4}{4}$

3) $\left(\dfrac{1}{2}ab^2\right)\cdot(6x^2+\dfrac{1}{2}a)^2$

3) $\dfrac{x^2-10x+9}{x^2-18x+81}:\dfrac{3x-3}{x^2-81}$

4) $\dfrac{x^2+2x}{x^2-1}\cdot\dfrac{x^2+2x+1}{x^3+2x^2}$

3) $(2x-1)^2\cdot(2x+x)^3$

4) $\dfrac{1}{3}\cdot(2x-5)+\dfrac{1}{5}\cdot(-2x+1)-\dfrac{1}{9}\cdot(4x-6)$

Exercices pour les scientifiques

∇∇∇ EXERCICE 258

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{1}{x}+y$ 3) $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$ 5) $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}-2$

2) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ 4) $\dfrac{xy}{3x}+\dfrac{xy}{3y}$ 6) $\dfrac{x}{yz}+\dfrac{y}{xz}+\dfrac{z}{xy}$

∇∇∇ EXERCICE 259

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{2y}$ 3) $\dfrac{2x}{x^2}+\dfrac{3y}{y^2}$ 5) $\dfrac{1}{3x}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x^2}$

2) $\dfrac{x}{y^2}+\dfrac{y}{x^2}$ 4) $\dfrac{b^2}{a}-ab$ 6) $\dfrac{5x}{2xy}+\dfrac{2y}{3x}-\dfrac{3y}{y^2}$

∇∇∇ EXERCICE 260

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{x+y}{x}+\dfrac{x+y}{y}$ 4) $\dfrac{2a+b}{a}+\dfrac{a-2b^2}{2ab}$

2) $\dfrac{a+b}{a}-\dfrac{b-a}{b}$ 5) $\dfrac{2x-1}{2x}-\dfrac{2x^2-3}{3x^2}-\dfrac{1}{3}$

3) $\dfrac{y-x}{2xz}-\dfrac{y-x}{2yz}$ 6) $\dfrac{a-b}{ab}+\dfrac{b-c}{bc}+\dfrac{c-a}{ac}$

∇∇∇ EXERCICE 261

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{x^2-y^2}{2x^2}-\dfrac{2y^2-x^2}{4y^2}$ 4) $\dfrac{2x+y}{2xy}-\dfrac{y+3x}{3xy}$

2) $\dfrac{2a+b}{2a}-\dfrac{b-2a}{b}$ 5) $\dfrac{1}{2xy}-\dfrac{2x-y}{y}-\dfrac{y+2x}{2x}$

3) $\dfrac{2a-c}{4ac}-\dfrac{b-c}{2bc}$ 6) $\dfrac{4x-1}{2x}-\dfrac{8x^2-10}{5x^2}-\dfrac{2}{5}$

∇∇∇ EXERCICE 262

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{x}{x+y}+\dfrac{y}{x+y}$ 4) $\dfrac{x^2}{x-y}-\dfrac{y^2}{y-x}-\dfrac{2xy}{x-y}$

2) $\dfrac{x^2}{x-y}-\dfrac{y^2}{x-y}$ 5) $\dfrac{5x+y}{2x+2y}+\dfrac{3y-x}{2x+2y}$

3) $\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{b}{b-a}$ 6) $\dfrac{x^2-1}{x-3}-\dfrac{4x+3}{x-3}-\dfrac{1+2x}{3-x}$

∇∇∇ EXERCICE 263

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{y}{x+y}-\dfrac{x}{x+y}$

2) $\dfrac{2b^2+3a^2}{2a+b}+\dfrac{a^2-3b^2}{b+2a}$

3) $\dfrac{4x-y}{2x-y}-\dfrac{2y-5x}{y-2x}-\dfrac{y-x}{2x-y}$

4) $\dfrac{x^2+4x}{x^2-x+6}-\dfrac{4}{x-x^2-6}$

5) $\dfrac{b+b^2}{(a-b)^2}$

6) $\dfrac{2x-1}{x+5}-\dfrac{x-x^2}{5+x}-\dfrac{3x-4}{-x-5}$

∇∇∇ EXERCICE 264

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{x^2}{x-y}-x$

2) $\dfrac{1}{a-b}-\dfrac{1}{a+b}$

3) $\dfrac{4}{x-2}-\dfrac{6}{x-3}$

4) $\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{b}{b-a}$

5) $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}+1$

6) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{x}{2-x}+1$

∇∇∇ EXERCICE 265

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{ab}{a^2-b^2}$

2) $\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{2y}{x^2-y^2}$

3) $\dfrac{a^2}{x^2-a^2}+\dfrac{a}{a-x}$

4) $\dfrac{1}{x^2-y^2}-\dfrac{1}{x^2-xy}$

5) $\dfrac{x}{x^2+2xy+y^2}-\dfrac{y}{y^2-x^2}$

6) $\dfrac{5a}{a-x}-\dfrac{a}{a+x}-\dfrac{2ax}{a^2-x^2}$

∇∇∇ EXERCICE 266

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{2a}{x^2-3x+2}+\dfrac{a}{x^2-1}$

2) $\dfrac{4xy}{4x^2-y^2}+\dfrac{2x}{2x+y}$

3) $\dfrac{3}{2x-1}+\dfrac{8x}{4x^2-1}-\dfrac{2}{2x+1}$

4) $\dfrac{4a}{a^2-1}-\dfrac{2}{1-a}-\dfrac{2}{a+1}$

5) $\dfrac{y}{3x-y}+\dfrac{3x}{y+3x}-\dfrac{6xy}{9x^2-y^2}$

6) $\dfrac{1}{(x-2)^2}-\dfrac{16}{(x^2-4)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}$

∇∇∇ EXERCICE 267

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{a^2-4}{a^2+6}-\dfrac{a^2-6}{a^2+4}$

2) $\dfrac{2-3x}{2+3x}-\dfrac{2+3x}{2-3x}$

3) $\dfrac{x+3}{x+2}-\dfrac{x+1}{x}$

4) $\dfrac{x-3}{x+3}+\dfrac{x+3}{3-x}$

5) $\dfrac{x-2}{x-3}-\dfrac{x^2-15}{x^2-9}$

6) $\dfrac{1}{x^2+5x+6}+\dfrac{x+1}{x+2}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 268**

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu

1) $\dfrac{x-1}{x+3}-\dfrac{x-3}{x+1}$

2) $\dfrac{1-4x}{1+4x}+\dfrac{1+4x}{4x-1}$

3) $\dfrac{2x-1}{2x-4}-\dfrac{2x+1}{2x+3}$

4) $\dfrac{x}{x^2-25}-\dfrac{1}{2x+10}$

5) $\dfrac{x-3}{4x^2-1}+\dfrac{3x}{4x^2+2x}+\dfrac{x+2}{8x^3-2x}$

6) $\dfrac{2x}{2x-3}-\dfrac{2x-3}{2x}-\dfrac{9}{4x^2-6x}$

Exercices de développement

∇∇∇ EXERCICE 269

Compléter les tables de multiplication suivantes :

$\cdot$	$\frac{x^2}{2}$	y
$3x$		
x^2		

$\cdot$	$\frac{x^2}{2}$	
$2x$		$2x^5$
		6

$\cdot$		5
	$\frac{a^2}{2}$	
a^5	$2a^8$	

∇∇∇ EXERCICE 270

Compléter (H signifie Haut, G signifie Gauche):

H · G	$x+4$	x^2+5
	$3x^3+12x^2$	
		$2x^3+10x$

H · G		$x-3y$
$3x$		
$-x^4$	$-x^6-x^4$	

H · G	$2a-b$	
$4a^2$		$20a^3-4a^2b^2$
	$a^2-\frac{ab}{2}$	

∇∇∇ EXERCICE 271

Compléter (H signifie Haut, G signifie Gauche) :

H + G	$4a-2b$	$-5a$
$-\frac{1}{2}a+b$		
$-3a-4b$		

H + G	$4x-5y$	
	$\frac{10}{3}x-4y$	
$5x-\frac{3}{4}y$		$8x-\frac{7}{4}y$

H + G	$\frac{4}{5}x+\frac{1}{2}$	
	1	
	x	$\frac{x+1}{2}$

∇∇∇ EXERCICE 272

Compléter (H signifie Haut, G signifie Gauche) :

H – G	$2x-3y$	$-4y-x$
$-4x+y$		
$-\frac{1}{2}-y$		

H – G	$5b-3a$	
	$2a-7b$	
$-\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b$		$-\frac{3}{4}a+\frac{3}{2}b$

H – G		$\frac{a+b}{3}$
$\frac{a-b}{3}$	$\frac{-a+b}{6}$	
		$\frac{a+b}{6}$

∇∇∇ EXERCICE 273

Compléter (H signifie Haut, G signifie Gauche) :

H + G		
$\frac{3}{4}x-4y$	$\frac{-x-9}{2}$	
$\frac{9x-2y}{4}$		$\frac{23x+6y}{12}$

H – G	$\frac{1}{3}a+b$	$a-\frac{1}{3}b$
$\frac{1}{2}a-b$		
		$\frac{5}{6}b$

H · G	$\frac{3}{2}a^2$	
	$a^3+\frac{3}{2}a^2$	
$\frac{3}{2}a^3-2a$		$9a^4x^2-12a^2x^2$

∇∇∇ EXERCICE 274

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(-4a+2b+3a)^2$

2) $(x-2y+4x+y)^2$

3) $(2v-w+4w-v)^2$

4) $(-\frac{1}{3}a+3b+a)^2$

5) $(5a^2-7b^2+2a^2+6b^2)^2$

6) $(2a-5b+a)\cdot(3b+3a-8b)$

∇∇∇ EXERCICE 275

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(a+b+c)^2$
2) $(2a-b-c)^2$
3) $(3x-2y-1)^2$
4) $(a+b-1)^2$
5) $(2a-3b+2c)^2$
6) $(3a-b+c)^2$

∇∇∇ EXERCICE 276

Pour lire le message associé à ce tableau, il faut

- Effectuer le calcul situé dans la case "DÉBUT" et inscrire la lettre qui s'y trouve.
- Chercher la case dont le premier facteur est égal au résultat trouvé.
- Inscrire la lettre qui s'y trouve et effectuer le calcul.
- Chercher la case dont le premier facteur est égal au résultat trouvé.
- Et ainsi de suite.

Début $\boxed{I}$ $x\cdot\frac{1}{y^2}$	$\boxed{C}$ $\frac{x^2}{y^3}\cdot xy$	$\boxed{C}$ $x^2y^3\cdot\frac{1}{x^4y^3}$	$\boxed{C}$ $\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y^2}$	$\boxed{G}$ $\frac{1}{xy^3}\cdot x^4$	$\boxed{T}$ $\frac{x^2}{y^2}\cdot y$
$\boxed{N}$ $\frac{x}{y^3}\cdot\frac{1}{x^2}$	$\boxed{P}$ $xy\cdot\frac{1}{xy^4}$	$\boxed{E}$ $\frac{1}{xy}\cdot\frac{x}{y}$	$\boxed{E}$ $\frac{y}{x^2}\cdot xy$	$\boxed{U}$ $x^2y^2\cdot\frac{1}{x^2}$	$\boxed{H}$ $\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1}{y^2}$
$\boxed{A}$ $\frac{y^3}{x}\cdot\frac{x^2}{y^4}$	$\boxed{T}$ $\frac{y^2}{x^3}\cdot\frac{x}{y}$	$\boxed{L}$ $\frac{x}{y^2}\cdot\frac{y^3}{x^2}$	$\boxed{P}$ $x^2y\cdot\frac{1}{y^3}$	$\boxed{R}$ $\frac{1}{x^3}\cdot x^3y$	$\boxed{U}$ $\frac{y^3}{x^2}\cdot\frac{1}{y^4}$
$\boxed{N}$ $\frac{y^2}{x^2}\cdot x^5$	$\boxed{Q}$ $\frac{1}{y^2}\cdot\frac{y^5}{x^2}$	$\boxed{E}$ $y\cdot x^2y^2$	$\boxed{F}$ $\frac{y}{x}\cdot\frac{x^4}{y}$	$\boxed{E}$ $\frac{1}{y^3}\cdot x^3y^2$	$\boxed{E}$ $\frac{x^3}{y^2}\cdot\frac{y^3}{x}$
$\boxed{A}$ $\frac{1}{x^2y^2}\cdot\frac{x^3}{y}$	$\boxed{A}$ $x^3\cdot\frac{y^2}{x}$	$\boxed{E}$ $x^3y^2\cdot\frac{1}{x^2y}$	$\boxed{I}$ $\frac{1}{x^2y}\cdot y^3$	$\boxed{C}$ $\frac{y}{x^3}\cdot\frac{x^2}{y^2}$	$\boxed{U}$ $\frac{x^3}{y}\cdot\frac{y^3}{x^6}$
$\boxed{R}$ $\frac{1}{y}\cdot\frac{y^2}{x^3}$	$\boxed{T}$ $\frac{y^2}{x}\cdot\frac{1}{x^2y^2}$	$\boxed{E}$ $\frac{x^2}{y}\cdot\frac{1}{x^2}$	$\boxed{L}$ $\frac{1}{x}\cdot x^2y^2$	$\boxed{T}$ $y^2\cdot\frac{y}{x}$	**Fin** $\boxed{E}$ $\frac{x^3}{y^3}\cdot\frac{y^3}{x^3}$

∇∇∇ EXERCICE 277

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(a+b+c+d)^2$
2) $(3x+y+z)\cdot(3x-y-z)$
3) $(3a+b-c)\cdot(3a+b+c)$
4) $(2a-x-y)\cdot(2a+x+y)$
5) $(3b+a-4)^2$
6) $(4x^2-y^2-z^2)\cdot(z^2+y^2+4x^2)$

∇∇∇ **EXERCICE 278**
Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(2x+y-z)\cdot(2x+y+z)$
2) $(3a-b+c)\cdot(3a+b-c)$
3) $(2x-y+3)^2$
4) $(5a-b+c)\cdot(-5a-b+c)$
5) $(3v-2w+z)^2$
6) $(2a^3-4b^3+c^3)^2$

∇∇∇ **EXERCICE 279**
Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(a^n+b^n)^2$
2) $(x^{2n}-y^n)^2$
3) $(3x^n+y^2)^2$
4) $(4x^{2n}+y^n)^2$
5) $(x^{n-1}+x^{n+1})^2$
6) $(3a^n-2a^{n-2})^2$

∇∇∇ **EXERCICE 280**
Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $\left(\dfrac{1}{y^2}+y^2\right)^2$
2) $(2a^n-a^{n+1})^2$
3) $\left(\dfrac{1}{3}a^{3n}-a^{2n}\right)^2$
4) $(3a^{n-1}-2a^{2n})^2$
5) $(4a^{3n}+3a^{2n})\cdot(4a^{3n}-3a^{2n})$
6) $(0{,}1a^n-0{,}1a^{n+1})\cdot(0{,}1a^{n+1}+0{,}1a^n)$

∇∇∇ **EXERCICE 281**
Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $\left(\dfrac{1}{2}x^2+1\right)^2\cdot\left(\dfrac{1}{2}x^2-1\right)^2-\dfrac{1}{2}x^4\cdot\left(2-\dfrac{1}{2}x^4\right)$

2) $-2x^2\cdot(y-2x)^2-(x^2+y)\cdot(x^2-y)+\dfrac{x^2y^2}{2}$

3) $(a^7-b^7)^2\cdot(a^7+b^7)^2-(a^{14}+b^{14})^2$

4) $\left(\dfrac{1}{3}a^3-\dfrac{2}{3}b^3\right)^2-\left(\dfrac{2}{3}a^3-2b^3\right)^2+(a^3+b^3)\cdot(b^3-a^3)$

5) $(0{,}1a-0{,}2b)\cdot(3a-0{,}2b-2{,}9a)-(2a-b)^2$

6) $(4x-5y)^2\cdot(5y+4x)^2-(2x^2+3y^2)\cdot(2x^2+3y^2)$

∇∇∇ EXERCICE 282

Mettre en évidence autant de facteurs que possible:

1) $3\cdot(a-b)-5x\cdot(a-b)$

2) $a\cdot(x+y)+b\cdot(x+y)$

3) $a^2\cdot(x-2y)+b^2\cdot(x-2y)$

4) $3a\cdot(2x+y)-5\cdot(2x+y)$

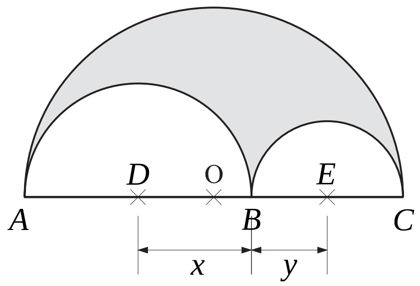
5) $7x^2\cdot(a^2+b)-7x\cdot(a^2+b)$

6) $3b^2\cdot(2x+3y)+2a^2\cdot(2x+3y)$

∇∇∇ EXERCICE 283

Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.

O est le centre de $[AC]$,
D est le centre de $[AB]$,
E est le centre de $[BC]$.



∇∇∇ EXERCICE 284

Mettre en évidence autant de facteurs que possible:

1) $2x\cdot(x-1)-y\cdot(x-1)$

2) $3x\cdot(2x+1)-(2x+1)$

3) $5a^2\cdot(-x+y)+5\cdot(-x+y)$

4) $3x^2\cdot(x^3+1)-(x^3+1)\cdot 4x$

5) $(2a+b)\cdot a^2+b\cdot(b+2a)$

6) $x^2\cdot(x-2y)-y^2\cdot(x-2y)-x+2y$

∇∇∇ EXERCICE 285

Mettre en évidence autant de facteurs que possible:

1) $3\cdot(x-1)-x\cdot(1-x)$

2) $a\cdot(2x-y)+b\cdot(y-2x)$

3) $3\cdot(a-b)-y\cdot(b-a)$

4) $2\cdot(x+3)-a\cdot(-x-3)$

5) $x^2\cdot(-b+a)-y\cdot(a-b)$

6) $2x\cdot(3a-b)+y\cdot(-b+3a)$

∇∇∇ EXERCICE 286

Factoriser aussi complètement que possible:

1) $a^2 \cdot (x-y) - b^2 \cdot (x-y)$
2) $16 \cdot (a-b) - x^4 \cdot (a-b)$
3) $2ab^2 \cdot (2x+y) - 2ay^2 \cdot (2x+y)$
4) $a^2 \cdot (a-b) + b^2 \cdot (b-a)$
5) $9 \cdot (2x-y) + y^2 \cdot (y-2x)$
6) $a^8 \cdot (x^2-y^2) + (y^2-x^2)$

∇∇∇ EXERCICE 287

Factoriser aussi complètement que possible:

1) $2x^2 \cdot (a-b) - 2y^2 \cdot (a-b)$
2) $(2x-y) - a^4 \cdot (2x-y)$
3) $y^2 \cdot (a^2+b^2) + 16x^4 \cdot (-a^2-b^2)$
4) $2xy \cdot (a^2-b^2) + y \cdot (b^2-a^2)$
5) $3x^2y^3 \cdot (x^2+4) - (x^2+4) \cdot 12x^2y$
6) $25 \cdot (x^2-2xy+y^2) + a^2 \cdot (2xy-x^2-y^2)$

∇∇∇ EXERCICE 288

Factoriser aussi complètement que possible:

1) $ax+ay+bx+by$
2) $ab+ac+bd+dc$
3) $ad+ac-bd-bc$
4) $21xy-3x-28y+4$
5) $7ac+21ad-2bc-6bd$
6) $5ax-5ay-bx+by$

Dans les exercices 289 à 294, factoriser chaque expression autant que possible

∇∇∇ EXERCICE 289

1) $a^3-3a^2b-ab^3+3b^4$
2) $7a^7+7a^3b^3-3a^4b^4-3b^7$
3) $3x^5+3x^3y^2-x^2y-y^3$
4) $3a^7-3a^3-a^4b+b$
5) $-2x^3+2xy^3-x^2y+y^4$
6) $28a^9-14a^4b^6-48a^5b+24b^7$

∇∇∇ EXERCICE 290

1) $-4x^9y+4x^4y^6-x^8y+x^3y^6$

2) $8x^2y-4x-6xy^2+3y$

3) $a^2-5a^2b+10a^3b^2-15a^5$

4) $7a^4+28a-14a^3b-56b$

5) $15ax+6ay-5bx-2by$

6) $3a^2x-4a^2y^2-3bx+4by^2$

∇∇∇ EXERCICE 291

1) $4a^2\cdot(3-x)-4a\cdot(3-x)+a\cdot(3-x)$

2) $2x\cdot(a+b+c)-7xy\cdot(a+b+c)+x^2\cdot(a+b+c)$

3) $a^2\cdot(2u+1)-2ab\cdot(2u+1)+b^2\cdot(2u+1)$

4) $(5a-b)\cdot x^2-2xy\cdot(5a-b)+y^2\cdot(5a-b)$

5) $(7a-b)^2-4a\cdot(b-7a)+12b\cdot(7a-b)$

6) $a^2\cdot(2x+3)-4a\cdot(2x+3)-21\cdot(2x+3)$

∇∇∇ EXERCICE 292

1) $a^2x\cdot(2x-1)-a^2y\cdot(2x-1)+2\cdot(2x-1)\cdot a$

2) $2x^3\cdot(2a+b)+4x^2y\cdot(2a+b)+6x^2\cdot(2a+b)$

3) $y^2\cdot(b-a)-4xy\cdot(b-a)+(b-a)\cdot 4x^2$

4) $9x\cdot(x+y)+(x+y)\cdot 4x^3+12x^2\cdot(x+y)$

5) $(x^2-y^2)\cdot a^2+2a\cdot(x^2-y^2)\cdot b-b^2\cdot(y^2-x^2)$

6) $x^2\cdot(a-2)-4x\cdot(2-a)-12\cdot(a-2)$

∇∇∇ EXERCICE 293

1) $(x-1)^2-a^2$

2) $(3a-b)^2-25a^2$

3) $(x-1)^2-16y^2$

4) $(2a-b)^2-(a+b)^2$

5) $25x^4-(a+2b)^2$

6) $(2x-y)^2-(x+3y)^2$

∇∇∇ EXERCICE 294

1) $(x+y)^2-b^2$
2) $(a-4b)^2-1$
3) $(2x^2-y)^2-9x^4$
4) $16a^2-(x^2-1)^2$
5) $(x+2y)^2-(2x-y)^2$
6) $(5a-b)^2-(a-2b)^2$

Dans les exercices 295 à 298, factoriser chaque expression autant que possible :

∇∇∇ EXERCICE 295

1) $(2x+y-1)^2-25$
2) $4x^2-(x+y-1)^2$
3) $x^2\cdot(x+1)^2-16$
4) $(x+2y-1)^2-(x-2y)^2$
5) $(3a^2-2)^2-(a^2+1)^2$
6) $(2x+y)^4-1$

∇∇∇ EXERCICE 296

1) $(x^2+2xy+y^2)-a^2$
2) $49x^4-(a^2+2ab+b^2)$
3) $(a-b)^2-(4a^2-4ab+b^2)$
4) $(4y^2-4y+1)-169$
5) $(x^2+6xy+9y^2)-9x^2$
6) $(25a^2+1-10a)-9a^2$

∇∇∇ EXERCICE 297

1) $(x+y)\cdot(x-y)-3x-3y$
2) $3a-2b-4\cdot(3a-2b)$
3) $(2y-1)^2-5y\cdot(2y-1)+2y-1$
4) $3a^3\cdot(2u-v)-2a^2\cdot(2u-v)+4u-2v$
5) $3x-2y-5b\cdot(2y-3x)+6x-4y$
6) $(x-y)^n-4x\cdot(x-y)^{n-1}+y\cdot(x-y)^{n-2}$

∇∇∇ EXERCICE 298

1) $x^2-y^2-3a\cdot(x-y)$
2) $2a-b-(4a^2-b^2)$

3) $(x+2)^2+x^2\cdot(x+2)+x^2-3x-10$

4) $4ax\cdot(3a-b)+2ay\cdot(3a-b)+6a^2-2ab$

5) $y\cdot(y-2x)+3x\cdot(2x-y)+(y^2-4x^2)$

6) $x^2\cdot(a^2-1)+2x\cdot(a^2y-y)+a^2y^2-y^2$

Chapitre 4

Les équations

Théorie

4.1 INTRODUCTION

Considérons l'égalité

$$\boxed{2x-\frac{1}{2}\cdot(1-x)=x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)}$$

Pour quelles valeurs de x cette égalité est-elle vérifiée ?

C'est le genre de problème que nous allons résoudre dans ce chapitre.

4.2 LES ÉQUATIONS

L'égalité $boxed2x-\frac{1}{2}\cdot(1-x)=x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ est une équation.

Une équation est une égalité qui n'est vérifiée qu'en donnant certaines valeurs aux lettres qu'elle contient.

Une équation est composée :

- d'une ou de plusieurs variables (désignées par des lettres), qu'on appelle les **inconnues**;
- d'un signe d'égalité;
- d'un membre de gauche et d'un membre de droite.

inconnue

$$\underbrace{2x-\frac{1}{2}\cdot(1-x)}_{\boxed{\text{membre de gauche}}} \quad = \quad \underbrace{x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)}_{\boxed{\text{membre de droite}}}$$

signe d'égalité

4.3 LES SOLUTIONS D'UNE ÉQUATION

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vérifiée.

Ces valeurs sont appelées les **solutions** de l'équation.

On désignera par S l'ensemble des solutions de l'équation.

Exemple Soit l'équation $x^2+2=3x$.

Si $x=0$	$0^2+2\neq 3\cdot 0$	0 n'est pas solution de cette équation ;
	$2\neq 0$	on écrit : $0\notin S$.
Si $x=1$	$1^2+2=3\cdot 1$	1 est solution de cette équation ;
	$3=3$	on écrit : $1\in S$.
Si $x=2$	$2^2+2=3\cdot 2$	2 est solution de cette équation ;
	$6=6$	on écrit : $2\in S$.
Si $x=3$	$3^2+2\neq 3\cdot 3$	3 n'est pas solution de cette équation ;
	$11\neq 9$	on écrit : $3\notin S$.

On peut montrer que 1 et 2 sont les seules solutions de cette équation.

On peut donc écrire

$$S=\{1;2\}.$$

Exercices 350 à 359

4.4 L'ÉQUATION DU 1er DEGRÉ À UNE INCONNUE

4.4.1 DEUX PROPRIÉTÉS DES ÉQUATIONS

Pour trouver les solutions d'une équation, on peut appliquer les deux propriétés suivantes:

Première propriété Si on ajoute (ou si on retranche) un même nombre à chaque membre d'une équation, on obtient une équation qui a les mêmes solutions que l'équation dont on est parti.

Seconde propriété Si on multiplie (ou si on divise) chaque membre d'une équation par un même nombre non nul, on obtient une équation qui a les mêmes solutions que l'équation dont on est parti.

4.4.2 ÉQUATIONS ÉQUIVALENTES

On dit que deux équations sont **équivalentes** si elles admettent le même ensemble de solutions.

Les deux propriétés ci-dessus permettent de transformer une équation en une autre qui lui est équivalente.

Exemples

1) Les équations

   (1) $\boxed{x+5=7}$ $S_1=\{2\}$ et (2) $\boxed{x+8=10}$ $S_2=\{2\}$ sont équivalentes.

   On obtient (2) à partir de (1) en appliquant la première propriété :

   si $x+5=7$ alors $x+5+\boxed{3}=7+\boxed{3}$.

2) Les équations

   (1) $\boxed{x+5=7}$ $S_1=\{2\}$ et (2) $\boxed{2x+10=14}$ $S_2=\{2\}$ sont équivalentes.

   On obtient (2) à partir de (1) en appliquant la seconde propriété :

   si $x+5=7$ alors $\boxed{2}\cdot(x+5)=\boxed{2}\cdot 7$.

Exercices 360 à 364

4.4.3 LA RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION DU 1er DEGRÉ

Pour résoudre une équation du 1er degré, on utilise les propriétés des équations afin d'obtenir des équations équivalentes de plus en plus simples.

Exemple 1 Résoudre l'équation

$$4\cdot(x-1)=3x-(x-6).$$

Marche à suivre :

1[re] étape :	Développer le membre de gauche et le membre de droite, puis réduire les termes semblables dans chaque membre.

	$4 \cdot (x-1) = 3x-(x-6)$
Développons chaque membre :	$4x-4 = 3x-x+6$
Réduisons dans chaque membre :	$4x-4 = 2x+6$

2[e] étape :	En utilisant les propriétés des équations, regrouper tous les termes contenant l'inconnue dans un membre, toutes les constantes dans l'autre membre.

	$4x-4 = 2x+6$
Regroupons toutes les constantes	$4x-4+4 = 2x+6+4$
dans le membre de droite :	$4x = 2x+10$
Regroupons tous les termes contenant	$4x-2x = 2x+10-2x$
l'inconnue dans le membre de gauche :	$2x = 10$
Divisons chaque membre par 2 :	$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$
C'est l'équation équivalente la plus simple.	$x = 5$
Elle livre la solution : la solution est 5.	

3[e] étape :	Écrire l'ensemble des solutions de l'équation.

On écrit : $S = \{5\}$.

4[e] étape :	Vérifier la (ou les) solutions à partir de l'énoncé.

En remplaçant x par 5 dans le membre de gauche, on trouve $4 \cdot (5-1)$, et

$$4 \cdot (5-1) = 16.$$

En remplaçant x par 5 dans le membre de droite, on trouve $3 \cdot 5 - (5-6)$, et

$$3 \cdot 5 - (5-6) = 16.$$

Les deux membres sont égaux quand on remplace x par 5.

Donc 5 est bien solution de l'équation.

Exemple 2 Résoudre l'équation

$$\frac{2x+1}{3}+\frac{x+3}{2}=x-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-3}{2}\right)+1$$

<u>Marche à suivre :</u>

1re étape :	Développer $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-3}{2}\right)$.

$$\frac{2x+1}{3}+\frac{x+3}{2}=x-\frac{x-3}{4}+1$$

2e étape :	Mettre au même dénominateur.

$$\begin{aligned}\frac{8x+4+6x+18}{12}&=\frac{12x-3x+9+12}{12}\\ \frac{14x+22}{12}&=\frac{9x+21}{12}\end{aligned}$$

3e étape :	Multiplier chaque membre par le dénominateur commun.

$$\begin{aligned}12\cdot\frac{14x+22}{12}&=12\cdot\frac{9x+21}{12}\\ 14x+22&=9x+21\end{aligned}$$

Pour la suite, on procède comme dans l'exemple 1.

$$\begin{aligned}14x+22&=9x+21\\ 14x+22-22&=9x+21-22\\ 14x&=9x-1\\ 14x-9x&=9x-1-9x\\ 5x&=-1\\ \frac{5x}{5}&=\frac{-1}{5}\\ x&=-\frac{1}{5}\\ \text{donc}\quad S&=\{-\frac{1}{5}\}\end{aligned}$$

On fera la vérification à partir de l'énoncé.

Exercices 365 à 383

4.4.4 DEUX ÉQUATIONS PARTICULIÈRES DU 1er DEGRÉ

Exemple 1 Résoudre l'équation
$$3\cdot(2x-3)-6=2\cdot(3x-1).$$

En résolvant comme dans les exemples précédents, on trouve :

$$\begin{aligned} 6x-9-6&=6x-2\\ 6x-15&=6x-2\\ 6x-6x&=-2+15\\ 0\cdot x&=13 \end{aligned}$$

Or
$$\boxed{0\cdot x=0,\text{ quelle que soit la valeur qu'on donne à } x.}$$

Donc, si cette équation avait une solution, on aurait : $0=13$, ce qui est faux.

On écrira : cette équation n'a pas de solution.

Pour l'ensemble des solutions, on écrira : $S=\emptyset$ (ce qui se lit: l'ensemble des solutions est vide).

Exemple 2 Résoudre l'équation

$$5-2\cdot(3x-1)=3\cdot(1-2x)+4.$$

En résolvant comme dans les exemples précédents, on trouve:

$$\begin{aligned} 5-6x+2&=3-6x+4\\ -6x+7&=-6x+7\\ -6x+6x&=7-7\\ 0\cdot x&=0 \end{aligned}$$

Or
$$\boxed{0\cdot x=0,\text{ quelle que soit la valeur qu'on donne à } x.}$$

On peut donc écrire: cette équation est vérifiée par n'importe quel nombre x.

Pour l'ensemble des solutions, on écrira: S = $\mathbb{R}$.

4.4.5 ÉQUATIONS PARTICULIÈRES DE DEGRÉ SUPÉRIEUR À 1

Exemple Résoudre l'équation
$$(2x-1)\cdot(\frac{1}{2}x+1)\cdot 3x=0.$$

Pour résoudre cette équation, on emploie la propriété suivante :

$$\boxed{\text{Si un produit est égal à 0, un de ses facteurs doit être égal à 0.}}$$

Donc, pour que $(2x-1)\cdot(\frac{1}{2}x+1)\cdot 3x=0$, il faut que

$$2x-1=0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{2}x+1=0 \qquad \text{ou} \qquad 3x=0$$

c'est-à-dire que

$$2x=1 \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{2}x=-1 \qquad \text{ou} \qquad 3x=0$$

donc que

$$x=\frac{1}{2} \qquad \text{ou} \qquad x=-2 \qquad \text{ou} \qquad x=0$$

L'ensemble des solutions de cete équation est donc $S=\left\{4\,;\,-2\,;\,0\,;\,\frac{1}{2}\right\}$.

Certaines équations de degré supérieur à 1 peuvent être résolues de la manière suivante:

1) Récrire l'équation de telle sorte qu'un des membres soit 0.

2) Écrire l'autre membre sous la forme d'un produit de facteurs de degré 1.

3) Continuer comme dans l'exemple précédent.

Exemple 1 Résoudre l'équation $x^2=16$

$$x^2=16$$
$$x^2-16=0$$
$$(x-4)\cdot(x+4)=0$$

Pour que $(x-4)\cdot(x+4)=0$, il faut que

$$x-4=0 \qquad \text{ou} \qquad x+4=0$$

c'est-à-dire que

$$x=4 \qquad \text{ou} \qquad x=-4.$$

L'ensemble des solutions est donc $S=\{-4;4\}$.

Exemple 2 Résoudre l'équation $x^2=6-x$

$$x^2=6-x$$
$$x^2+x-6=0$$
$$(x+3)\cdot(x-2)=0$$

Pour que $(x+3)\cdot(x-2)=0$, il faut que

$$x+3=0 \qquad \text{ou} \qquad x-2=0$$

c'est-à-dire que

$$x=-3 \qquad \text{ou} \qquad x=2.$$

L'ensemble des solutions est donc $S=\{-3;2\}$.

Exercices 384 à 394

4.5 LA MISE EN ÉQUATION D'UN PROBLÈME

Pour résoudre un problème, il faut:

1) Lire attentivement l'énoncé pour savoir à quelles questions on doit répondre.
2) Choisir l'inconnue et exprimer les données en fonction de cette inconnue.
3) Écrire l'équation qui correspond au problème.
4) Résoudre cette équation.
5) Donner la réponse au problème.
6) Vérifier cette réponse.

Exemple On multiplie un nombre par 2, puis on retranche 4 à ce produit. Le résultat obtenu est égal au nombre de départ augmenté de sa moitié. Quel est le nombre de départ ?

Lecture	je cherche un nombre
Inconnue	un nombre: appelons-le x
Données	on multiplie ce nombre par 2, puis on retranche 4 : on obtient 2x - 4 ce nombre augmenté de sa moitié : c'est $x+\frac{1}{2}x$
Équation	$2x-4=x+\frac{1}{2}x$
Résolution	$2x-4=\frac{3}{2}x$ $2x-\frac{3}{2}x=4$ $\frac{1}{2}x=4$ $x=8$
Réponse	le nombre cherché est 8.
Vérification	Si on multiplie 8 par 2, puis on retranche 4 du produit, on obtient $2\cdot 8-4=16-4=12.$ Et 8 augmenté de sa moitié, c'est $8+\frac{1}{2}\cdot 8=8+4=12.$ Donc 8 est bien solution du problème.

Exercices 395 à 475

4.6 LA TRANSFORMATION D’UNE FORMULE

Il est utile de savoir transformer une formule pour exprimer une des grandeurs en fonction des autres. Pour cela, on utilise les propriétés de l’égalité.

Exemple 1 En physique, on définit la vitesse moyenne par

$$\boxed{V = \frac{d}{t}}$$

V : vitesse moyenne
d : distance parcourue
t : temps mis pour parcourir cette distance

<u>Exprimons la distance</u>

$$\begin{aligned} V &= \frac{d}{t} \\ t\cdot V &= t\cdot \frac{d}{t} \\ t\cdot V &= d \\ d &= V\cdot t \end{aligned}$$

On a ainsi : $\boxed{v = V\cdot t}$

<u>Exprimons le temps</u>

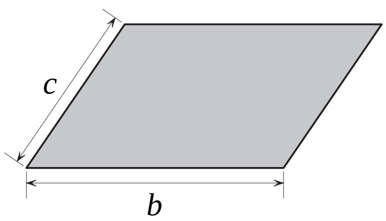
$$\begin{aligned} d = V\cdot t \quad \frac{1}{V}\cdot d &= \frac{1}{V}\cdot V\cdot t \\ \frac{d}{V} &= t \\ t &= \frac{d}{V} \end{aligned}$$

On a ainsi : $\boxed{t = \frac{d}{V}}$

Exemple 2

Le périmètre d’un parallélogramme se calcule avec la formule

$$\boxed{p = 2\cdot(b+c)}$$



<u>Exprimons le côté c</u>

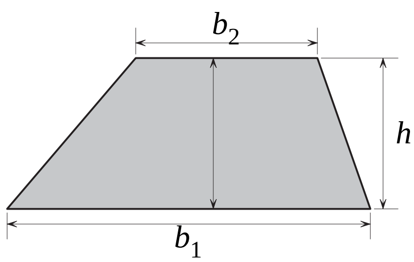
$$\begin{aligned} \frac{p}{2} &= \frac{2\cdot(b+c)}{2} \\ \frac{p}{2} &= b+c \\ \frac{p}{2} - b &= b+c-b \\ \frac{p}{2} - b &= c. \end{aligned}$$

$$\boxed{c = \frac{p}{2} - b}$$

Exemple 3

L’aire d’un trapèze se calcule avec la formule

$$\boxed{\frac{(b_1+b_2)}{2}\cdot h}$$



Exprimons la hauteur h

$$A = \frac{(b_1 + b_2)}{2} \cdot h$$
$$\frac{2}{b_1+b_2} \cdot A = \frac{2}{b_1+b_2} \cdot \frac{(b_1 + b_2)}{2} \cdot h$$
$$\frac{2}{b_1+b_2} \cdot A = h$$

$$\boxed{h = \frac{2A}{b_1+b_2}}$$

Application numérique

Calculer la hauteur d'un trapèze dont les bases mesurent 8,5 cm et 3,5 cm et dont l'aire est de 24 cm^2 .

$$h = \frac{2A}{b_1+b_2}$$
$$h = \frac{2 \cdot 24}{8{,}5 + 3{,}5} = \frac{48}{12} = 4$$

Réponse : la hauteur du trapèze mesure 4 cm.

Exercices 476 à 494

4.7 LES ÉQUATIONS LITTÉRALES (Section S - NA)

Dans ce paragraphe, les lettres a et b désignent des nombres. La lettre x désigne l'inconnue dans une équation.

L'équation $3x = -1$ est une **équation numérique**; x est l'inconnue.

L'équation $ax = b$ est une **équation littérale**; x est l'inconnue.

Pour résoudre une équation littérale, on procède comme pour une équation numérique, en étant attentif à ne jamais multiplier ou diviser par 0.

4.7.1 EXEMPLES DE RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS LITTÉRALES

Exemple 1 Résoudre l'équation $\boxed{ax = b}$

$$x = \frac{b}{a} \quad (\text{si } a \neq 0)$$
$$S = \left\{ \frac{b}{a} \right\} \quad (\text{si } a \neq 0)$$

Exemple 2 Résoudre l'équation $\boxed{ax - x = b}$

$$\begin{aligned} x \cdot (a-1) &= b \\ x &= \frac{b}{a-1} \quad (\text{si } a-1 \neq 0) \\ S &= \left\{ \frac{b}{a-1} \right\} \quad (\text{si } a-1 \neq 0) \end{aligned}$$

Exemple 3 Résoudre l'équation $\boxed{ax - b = bx + a}$

$$\begin{aligned} ax - bx &= a + b \\ x \cdot (a-b) &= a + b \\ x &= \frac{a+b}{a-b} \quad (\text{si } a-b \neq 0) \\ S &= \left\{ \frac{a+b}{a-b} \right\} \quad (\text{si } a-b \neq 0) \end{aligned}$$

Exemple 4 Résoudre l'équation $\boxed{a \cdot (x-b) = b \cdot (x+a)}$

$$\begin{aligned} ax - ab &= bx + ab \\ ax - bx &= ab + ab \\ x \cdot (a-b) &= 2ab \\ x &= \frac{2ab}{a-b} \quad (\text{si } a-b \neq 0) \\ S &= \left\{ \frac{2ab}{a-b} \right\} \quad (\text{si } a-b \neq 0) \end{aligned}$$

Exemple 5 Résoudre l'équation $\boxed{\frac{x}{a} = 1 - \frac{x}{b}}$

$$\begin{aligned} \frac{bx}{ab} &= \frac{ab - ax}{ab} \\ bx &= ab - ax \\ ax + bx &= ab \\ x \cdot (a+b) &= ab \\ x &= \frac{ab}{a+b} \quad (\text{si } a+b \neq 0) \\ S &= \left\{ \frac{ab}{a+b} \right\} \quad (\text{si } a+b \neq 0) \end{aligned}$$

4.7.2 DISCUSSION DES SOLUTIONS D'UNE ÉQUATION LITTÉRALE DU 1er DEGRÉ

Considérons l'équation

$\boxed{a \cdot x = b}$, où x est l'inconnue.

On distingue trois cas, selon le choix des nombres a et b :

1) Si $a \neq 0$

   on a une équation avec une solution unique et $S = \left\{ \frac{b}{a} \right\}$.

   Exemple: si $a = 2$ et $b = 5$

   $\boxed{2 \cdot x = 5}$ $x = \frac{5}{2}$ et $S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$

2) Si $a = 0$ et $b \neq 0$

   on a une équation de la forme $0x = b$ et $S = \emptyset$

   Exemple: si a = 0 et b = 5

   $\boxed{0 \cdot x = 5}$ et $S = \emptyset$

3) Si $a = 0$ et $b = 0$

   on a l'équation

   $\boxed{0 \cdot x = 0}$ et $S = \mathbb{R}$.

Considérons encore deux exemples d'équations littérales.

Premier exemple Discutons les solutions de l'équation $\boxed{(a-1) \cdot x = a+1}$, selon la valeur de a.

1. Si $a - 1 \neq 0$, c'est-à-dire si $a \neq 1$

   on a une équation avec une solution unique et $S = \left\{ \frac{a+1}{a-1} \right\}$.

2. Si $a - 1 = 0$, c'est-à-dire si $a = 1$

   on a l'équation $0 \cdot x = 2$ et $S = \emptyset$.

Second exemple Discutons les solutions de l'équation $\boxed{(a-2) \cdot x = b+1}$, selon les valeurs de a et de b.

1. Si $a - 2 \neq 0$, c'est-à-dire si $a \neq 2$,

   on a une équation avec une solution unique et $S = \left\{ \frac{b+1}{a-2} \right\}$.

2. Si $a - 2 = 0$, c'est-à-dire si $a = 2$, et si $b + 1 \neq 0$, donc si $b \neq -1$,

   on a une équation de la forme $0 \cdot x = b + 1$ et $S = \emptyset$.

3. Si $a - 2 = 0$, c'est-à-dire si $a = 2$, et si $b + 1 = 0$, donc si $b = -1$,

   on a l'équation $0 \cdot x = 0$ et $S = \mathbb{R}$.

Exercices 495 à 509

Exercices écrits

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 350**

Montrer que 2 est une solution de l'équation $5x+1=2x+7$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 351**

Montrer que $\frac{3}{2}$ est une solution de l'équation $3x-8=5x-11$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 352**

Montrer que 3 est une solution de l'équation

$$\frac{x+1}{2}-\frac{5x+1}{4}=\frac{x+2}{5}-\frac{4x-3}{3}.$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 353**

Montrer que -1 est une solution de l'équation

$$3x-(\frac{1}{2}x+1)=\frac{7x+4}{2}-2.$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 354**

Montrer que $\frac{5}{2}$ est une solution de l'équation

$$x^2-\frac{3}{2}x+4=2x^2-2x-1.$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 355**

La fraction $-\frac{1}{2}$ est-elle une solution de l'équation

$$x^3+\frac{5}{2}x^2=\frac{1}{2}+2x-x^2 \quad ?$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 356**

Voici des équations :

- $4x-7=8x-9$
- $-8x=-6$
- $8x=-32$
- $x=-4$
- $4x+7=1+12x$
- $x=\frac{3}{4}$
- $12x+43=4x+1$
- $4x=-2$
- $x=\frac{2}{3}$
- $9x+1=9-3x$
- $x=\frac{1}{2}$
- $12x=8$

1) Quelles sont les équations qui ont $\frac{3}{4}$ comme solution ?

Classer ces équations de la plus compliquée à la plus simple en les écrivant les unes sous les autres.

2) Quelles sont les équations qui ont -4 comme solution ?

Classer ces équations de la plus compliquée à la plus simple en les écrivant les unes sous les autres.

3) Quelles sont les équations qui ont $\dfrac{2}{3}$ comme solution ?

Classer ces équations de la plus compliquée à la plus simple en les écrivant les unes sous les autres.

4) Quelles sont les équations qui ont $\dfrac{1}{2}$ comme solution ?

Classer ces équations de la plus compliquée à la plus simple en les écrivant les unes sous les autres.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 357**

Quelle doit être la valeur de a pour que l'équation $a+x=x+1$ admette -3 comme solution ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 358**

Quelle valeur faut-il donner à b pour que l'équation $x-b=3x$ admette $\dfrac{5}{2}$ comme solution ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 359**

Quelle valeur faut-il donner à c pour que l'équation $2x-\dfrac{x}{3}=c-x$ ait $-\dfrac{3}{4}$ comme solution ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 360**

Écrire 5 équations différentes ayant 2 comme solution.

m31;>$-2\ast >$

m32;>$-3\ast >$

f3;

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 361**

Écrire 5 équations différentes ayant $-\dfrac{3}{2}$ comme solution.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 362**

Écrire 5 équations différentes ayant $\sqrt{3}$ comme solution.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 363**

Compléter les équations 2) et 3) de manière à obtenir des équations équivalentes à l'équation

1) $3x+6=x+3$ 2) $-2x+3=\ldots\ldots$ 3) $\ldots\ldots=\dfrac{x}{3}-1$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 364**

Compléter les équations 2) et 3) de manière à obtenir des équations équivalentes à l'équation

1) $2x-5=3x+2$ 2) $x+1=\ldots\ldots$ 3) $\ldots\ldots=6x+1$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 365**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x+1=5+x$

4) $x+4=5x-8$

2) $x-4=2x+1$

5) $5x-5=-4+3x$

3) $15-2x=-4x+3$

6) $9-15x=-6x+21$

∇∇∇ **EXERCICE 366**

Résoudre les équations suivantes :

1) $4x-3=3x+5$
2) $-4-3x=-2x-3$
3) $3x-5=19-5x$
4) $-8x+12=12-4x$
5) $5x+2=5-2x$
6) $-6x+5=3x-1$

∇∇∇ **EXERCICE 367**

Résoudre les équations suivantes :

1) $-3x+18=5-4x$
2) $4x-7=5x-16$
3) $-6x-12=36-12x$
4) $-9x-16=19-4x$
5) $7-2x=12-5x$
6) $3x-7=3+15x$

∇∇∇ **EXERCICE 368**

Résoudre les équations suivantes :

1) 3,3x + 0,4 = 2,3x - 2,6
2) 1,1x - 3,4 = 2,1x - 10,4
3) 5,6 - 2,1x = -8,1x - 6,4
4) -3,3x - 7,2 = 0,7x + 8,8
5) -23,2x - 19,8 = 10,2 + 12,8x
6) x + 0,7 = 1 - 1,1x

∇∇∇ **EXERCICE 369**

Résoudre les équations suivantes :

1) 5,24 + 0,88x = -2,76 - 0,12x
2) 2,9x - 5,8 = 3,9x - 4,6
3) 3,8 - 1,9x = 2,8 - 3,1x
4) 5,4x - 4,8 = -11,1 + 7,5x
5) 4,34x - 3,2 = 4,7x - 3,08
6) 7,2x - 1 = 5,7x - 0,55

∇∇∇ EXERCICE 370

1) Résoudre les équations suivantes:

$6F-4=3F+11$	$F=$
$D+*D=2D-5$	$D=$
$3M+7=6M+7$	$M=$
$2E-1=4E-13$	$E=$
$4B-2=3B+1$	$B=$
$5N+1=12N-6$	$N=$
$2R+4=3R$	$R=$
$3L-7=L+11$	$L=$
$A+7=3A-7$	$A=$
$3-4T=T-7$	$T=$

2) Chaque chiffre du message

3641748 372 96 396 86 97 56406

correspond à une lettre dans la liste ci-dessus. Déchiffrer ce message.

∇∇∇ EXERCICE 371

Résoudre les équations suivantes:

1) $\dfrac{x-3}{4}=x+3$

2) $\dfrac{2x-1}{3}=\dfrac{-5-x}{4}$

3) $\dfrac{2x-3}{4}=\dfrac{3x-1}{2}$

4) $\dfrac{1}{2}x+2=\dfrac{1}{3}x-1$

5) $\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{6}$

6) $\dfrac{3}{8}x-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 372

Résoudre les équations suivantes:

1) $2-3x=\dfrac{1-9x}{5}$

2) $\dfrac{4x-3}{6}=\dfrac{3x-4}{4}$

3) $\dfrac{2x-3}{4}=\dfrac{3x-2}{3}$

4) $\dfrac{3}{4}x-5=\dfrac{3}{5}x-8$

5) $\dfrac{2}{5}x-\dfrac{3}{4}=\dfrac{x}{2}-\dfrac{3}{10}$

6) $\dfrac{5}{6}x-\dfrac{2}{3}=\dfrac{5}{4}x-\dfrac{1}{12}$

∇∇∇ EXERCICE 373

Résoudre les équations suivantes:

1) $\dfrac{5x-3}{4}=2x-1$

2) $\dfrac{3x+2}{12}=\dfrac{x-4}{18}$

3) $\dfrac{x}{2}-1=\dfrac{7x-4}{8}$

4) $\dfrac{5}{6}x-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{2}$

5) $\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{9}x-\dfrac{1}{6}$

6) $\dfrac{4}{3}x-1=\dfrac{1}{6}x+\dfrac{1}{2}$

∇∇∇ **EXERCICE 374**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x-3-5x=1-x+5$

2) $12-5x-2=-4x+2-5x$

3) $3x-(4x-8)=2x+3-(x-2)$

4) $5\cdot(3-x)-4\cdot(2-x)=3\cdot(x+4)-6$

5) $1-(7-2x)-x=5x-2\cdot(x-4)$

6) $x-((3x+2)-2\cdot(2-x))=1-(2x-3\cdot(2x-1))$

∇∇∇ **EXERCICE 375**

Résoudre les équations suivantes :

1) $1-2x+3-5x=-x-1+2-4x$

2) $-5x+1-x+3-4x+1=0$

3) $(2x+1)-3\cdot(5x+1)=2\cdot(x-4)-(3x-6)$

4) $3x-4\cdot(x+2)=x+3-(7-6x)$

5) $7-(2x-3)+x=x-1-3\cdot(2x+1)$

6) $4-(-2x-(5+4x))=5x-(3-2\cdot(4x-1))$

∇∇∇ **EXERCICE 376**

Résoudre les équations suivantes :

1) $12-(3x+2)-2x+2\cdot(3x+5)+3x=0$

2) $2\cdot(-x+3)-5\cdot(3-2x)=-(2x+5-x)+(5x+4)$

3) $7-(2x+1)=3x-2\cdot(4x+5)-2x+1$

4) $12-2\cdot(x-4)=5x-3\cdot(2x+5)$

5) $4x-(4x-(2x-7))=5x-(8x-(4x-8))$

6) $(2x-3)-\{(3x-5)-(x-(2-3x))+1\}=0$

∇∇∇ EXERCICE 377

Premiere partie

1) Résoudre les équations suivantes:

$3\cdot(5I-3)-(I-9)=0$	$I=$
$3X\cdot(X-2)=X\cdot(3X-5)-5$	$X=$
$5\cdot(2S-4)-2\cdot(S+5)=4S+2$	$S=$
$4\cdot(U-5)-5\cdot(3-2U)=U+4$	$U=$
$4L+5=3\cdot(L+4)$	$L=$
$5\cdot(A-3)-3\cdot(A-1)=6\cdot(3A-5)+2$	$A=$
$(2B+3)\cdot 7=12B+33$	$B=$
$E\cdot(2E-4)-3\cdot(E+2)=2E\cdot(E-3)-10$	$E=$
$(2C-5)\cdot 6-(C-3)\cdot 13=0$	$C=$
$3\cdot(2T-5)+6\cdot(3T-5)=2T-1$	$T=$

2) Remplacer chaque chiffre du message

71 642084 482 459381674...

par la lettre qui lui correspond dans la liste ci-dessus.

Deuxième partie

1) Résoudre les équations suivantes:

$(2E+5)\cdot 3=4\cdot(3E-2)-1$	$E=$
$8S-6=2\cdot(3-S)+3\cdot(2S+4)$	$S=$
$(2R+4)\cdot 3-R\cdot(5R+2)=5R\cdot(2-R)R$	$=$
$2\cdot(8I-5)-9\cdot(2I-3)=3$	$I=$
$5\cdot(3P-1)-4\cdot(P+2)=P-3$	$P=$
$6M+5=9+5\cdot(2M-8)$	$M=$
$3\cdot(2N+4)=5\cdot(N+3)-3$	$N=$
$A\cdot(A-3)=A^2-5A+16$	$A=$
$3L+5=2\cdot(L+4)$	$L=$
$T\cdot(3T-4)=3T\cdot(T-2)+10$	$T=$

2) Déchiffrer le message

...9876 38 1824664 04 3 465 186

en remplaçant chaque chiffre par la lettre qui lui correspond.

∇∇∇ EXERCICE 378

Résoudre les équations suivantes :

1) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}=\dfrac{x}{6}+1$

2) $\dfrac{x+3}{2}-\dfrac{6x+7}{8}=\dfrac{9-3x}{5}-\dfrac{1}{8}$

3) $\dfrac{1+x}{14}+\dfrac{x-6}{7}+1=0$

4) $\dfrac{4}{7}\cdot(x-1)=\dfrac{3}{5}\cdot(x-\dfrac{2}{3})$

5) $3x-\dfrac{1}{2}\cdot(\dfrac{x}{5}+6)=25+\dfrac{3}{2}x$

6) $x-3\cdot\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{x-2}{4}\right)=\dfrac{2+4x}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 379

Résoudre les équations suivantes :

1) $\dfrac{5x+35}{6}-2=\dfrac{x+2{,}5}{3}+3$

2) $\dfrac{4+x}{4}-(x-4)=\dfrac{x-3}{2}-\dfrac{5x+1}{6}$

3) $\dfrac{3}{5}\cdot(x-1)=\dfrac{2}{3}\cdot(x-\dfrac{1}{2})$

4) $\dfrac{3+2x}{5}-\dfrac{x-1}{2}=x$

5) $2\cdot\left(\dfrac{x-1}{2}-x)-\dfrac{1}{2}\cdot(x-\dfrac{5}{3}\right)=0$

6) $4x-\dfrac{1}{2}\cdot(4-x)=2x-\dfrac{1}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 380

Résoudre les équations suivantes :

1) $-\dfrac{x}{3}-\dfrac{x-3}{2}=-x$

2) $\dfrac{10x+11}{6}-\dfrac{14x-13}{3}=\dfrac{7-6x}{4}+4$

3) $\dfrac{3x-5}{6}=\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{3}\cdot\left(\dfrac{x-5}{4}\right)$

4) $\dfrac{5x-5}{3}-\dfrac{2x+3}{4}=\dfrac{3x-1}{6}-(x+1)$

5) $2\cdot(x-3)+\dfrac{x-3}{2}=3\cdot(1-x)-\dfrac{3-2x}{2}$

6) $3\cdot(\dfrac{1}{2}x-1)+4\cdot(\dfrac{3x}{2}-2)=5\cdot(3x-8)-1$

∇∇∇ EXERCICE 381

Résoudre les équations suivantes :

1) $(x-5)\cdot(x+4)-(x-8)\cdot(x+8)=7x$

2) $(x-1)\cdot(2x+1)=(x-1)\cdot(x+2)+x^2$

3) $(2x+3)^2=(3-x)^2+3x\cdot(x-1)$

4) $(x-1)\cdot(x+1)-(2x+1)\cdot(x-3)=4-x^2$

5) $(2x+1)^2+(x+2)\cdot(x-3)=(3x-1)\cdot(3x+1)-(2x+3)^2$

6) $(x-2)\cdot(x-1)+(x-3)\cdot(x-4)=2x\cdot(x-3)-4$

∇∇∇ EXERCICE 382

Résoudre les équations suivantes :

1) $(x-1)\cdot(x+1)-(x-3)\cdot(x+5)-7=0$

2) $(3x-2)^2+(2x+1)^2=7x\cdot(x-1)-2x\cdot(2-3x)-4$

3) $(x-1)\cdot(x-2)-(2x-3)\cdot(2x+3)=(x-4)^2-(2x)^2$

4) $(2x-3)^2-5=(2+x)^2+3x\cdot(x-1)$

5) $(\frac{1}{2}x-1)\cdot(\frac{1}{2}x+1)-(x-2)\cdot(x-1)=(\frac{1}{2}x-2)^2-x^2$

6) $(0{,}2x-1)\cdot(0{,}2x-2)+0{,}6x^2=(0{,}8x-3)^2-1$

∇∇∇ EXERCICE 383

1. Résoudre les équations suivantes :

$$(t+3)\cdot(2t-6)=t\cdot(2t-2)-2 \qquad t=$$
$$\frac{3+n}{5}-\frac{3-4n}{10}=n-\frac{n-1}{2} \qquad n=$$
$$\frac{5+u}{3}-\frac{u-6}{4}=\frac{u+1}{6}+3 \qquad u=$$
$$\frac{i\cdot(3i-10)}{3}=\frac{(2i-5)^2}{4}+\frac{4i+5}{12} \qquad i=$$
$$(r+7)\cdot(2r-5)=r\cdot(2r-3)+1 \qquad r=$$
$$\frac{p+5}{7}-2=\frac{4p-1}{7}-(p-4) \qquad p=$$
$$\frac{2e+5}{3}-\frac{e-5}{2}=\frac{e+5}{2}-\frac{2e-9}{3} \qquad e=$$
$$\frac{2a-5}{3}=\frac{a+5}{4} \qquad a=$$
$$\frac{7+d}{4}-\frac{9-d}{2}=\frac{1-d}{4}-2 \qquad d=$$
$$\frac{s}{2}-\frac{s+2}{4}=\frac{s}{3}-\frac{s-4}{2} \qquad s=$$

2. Déchiffrer le message

6726 466756, 976 14 34066584

en remplaçant chaque chiffre par la lettre qui lui correspond dans la liste ci-dessus.

∇∇∇ EXERCICE 384

Résoudre les équations suivantes :

1) $2\cdot(x-3)-4\cdot(x+2)-1=5\cdot(3-2x)-2\cdot(5$

2) $4x)$

3) $(x+1)\cdot 4-3\cdot(2-x)=6-(4-5x)+2\cdot(x-2)$

4) $5\cdot(x-4)-(2x-7)=5x-2\cdot(4-3x)-5$

5) $x-\dfrac{x}{2}+5=\dfrac{x-2}{2}$

6) $\dfrac{x-10}{2}-x=5-\dfrac{1}{2}x$

7) $\dfrac{5x-5}{5}+\dfrac{3-3x}{3}=0$

∇∇∇ EXERCICE 385

Résoudre les équations suivantes :

1) $(2x-3)^2-4=(2x-5)\cdot(2x-1)$

2) $3\cdot(4x-3)-4\cdot(3x-2)=-1$

3) $\dfrac{x}{2}+3-\dfrac{1}{2}\cdot(1+x)=0$

4) $\dfrac{2x-12}{3}-x=4-\dfrac{1}{3}x$

5) $\dfrac{1}{3}x-3\cdot(x-\dfrac{1}{2})=2x-(\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{3}x)+2$

6) $\dfrac{x-3}{5}-1{,}5=\dfrac{x}{5}-2{,}1$

∇∇∇ EXERCICE 386

Résoudre les équations suivantes :

1) $\dfrac{5}{3}x\cdot(x-2)\cdot(x+7)=0$

2) $\left(\dfrac{x}{2}-3)\cdot(2x-1)\cdot(x-\dfrac{3}{4}\right)=0$

3) $(2x-\dfrac{1}{2})\cdot(\dfrac{x}{3}+1)\cdot(5-x)=0$

4) $(x-\dfrac{1}{2})\cdot(2x+3)\cdot(-x-5)=0$

5) $(3x-1)\cdot\left(\dfrac{1}{2}x+1)\cdot(\dfrac{2x+3}{3}\right)=0$

6) $(x^2+1)\cdot 2x\cdot(0{,}5x-3)=0$

∇∇∇ **EXERCICE 387**

Résoudre les équations suivantes :

1) $3x\cdot(x-2)\cdot(3x-\frac{1}{2})=0$

2) $\left(\frac{1}{2}x+3)\cdot(4x-1)\cdot(x+\frac{1}{2}\right)=0$

3) $(3x-2)\cdot\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{x+3}{2}\right)=0$

4) $(4x-3)\cdot(3+\frac{x}{2})\cdot(2x-\frac{2}{3})=0$

5) $(1-3x)\cdot\left(\frac{2}{5}x+\frac{5}{2}\right)\cdot\left(-\frac{x-2}{3}\right)=0$

6) $(x^2-1)\cdot\frac{1}{2}x\cdot(2x-0{,}1)=0$

∇∇∇ **EXERCICE 388**

Résoudre les équations suivantes :

1) $(3x+4)\cdot(x-\frac{3}{2})\cdot\frac{x}{2}=0$

2) $(4x-2)\cdot\left(\frac{x}{3}+1)\cdot(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}\right)=0$

3) $(3x+\frac{1}{3})\cdot(x^2-4)\cdot(6-\frac{3}{4}x)=0$

4) $(4x^2-1)\cdot\left(\frac{5x-6}{3}\right)\cdot(-2x)=0$

5) $(x^2+9)\cdot(-3x-1)\cdot\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}\right)=0$

6) $(0{,}1x+1)\cdot(x^2-3)\cdot(10x-\frac{1}{2})=0$

∇∇∇ **EXERCICE 389**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x-5x-[2x-(1-x)+8]=(2x-1)-[(3-5x)-(7x-2)+x]$

2) $0{,}5x+5=\frac{x}{3}-0{,}5$

3) $0{,}4x\cdot(5x-1)=0{,}6x\cdot(2{,}5x+2)$

4) $x-\frac{x-8}{4}=\frac{3}{4}x-2$

5) $2x-\frac{x+7}{5}=\frac{1}{10}\cdot(x-4)-1$

6) $\dfrac{x}{6}\cdot 0{,}05+\dfrac{x}{4}\cdot 0{,}02-32=0$

∇∇∇ **EXERCICE 390**

Résoudre les équations suivantes :

1) $(2x+1)\cdot(x^2+9)\cdot\left(\dfrac{x}{3}-1)\cdot(\dfrac{x-2}{3}\right)=0$

2) $(\dfrac{1}{2}x-1)^2-3x=(x-3)^2-\dfrac{3}{4}x\cdot(x-2)$

3) $1-\dfrac{1}{4}(12-x)=-\dfrac{1}{3}\cdot(8+\dfrac{3}{4}x)$

4) $3\cdot(x-2)+\dfrac{x-3}{2}=2\cdot(x-2)-\dfrac{7-3x}{2}$

5) $\dfrac{2+x}{5}-\dfrac{x-1}{2}=-\left(\dfrac{4}{5}x+\dfrac{1}{10}\right)$

6) $\dfrac{5x+4}{2}=\dfrac{1}{3}\cdot(1-\dfrac{15}{2}x)$

∇∇∇ **EXERCICE 391**

Résoudre les équations suivantes :

1) $-(2x-1)-[3x-(2-5x)]=-4x-5x-[3-(7x-1)]+2x$

2) $\dfrac{1}{4}x-0{,}1=0{,}2x-5$

3) $1{,}5\cdot(4x-3)=0{,}8\cdot(7x-5)$

4) $4-\dfrac{1}{6}\cdot(x-3)=3x-\dfrac{2x-6}{3}$

5) $4\cdot(x-3)-\dfrac{1-x}{3}=\dfrac{4x-1}{3}+3\cdot(x-4)$

6) $(x-4)^2-\dfrac{7}{2}x\cdot(\dfrac{x}{8}-2)=(\dfrac{3}{4}x-2)^2+12$

∇∇∇ **EXERCICE 392**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x+\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{5x-3}{2}-\dfrac{1}{4}x$

2) $(x^2-25)\cdot\dfrac{1}{2}x\cdot(\dfrac{2}{3}x-5)\cdot(1-4x)=0$

3) $\dfrac{x}{2}\cdot 0{,}08+\dfrac{x}{3}\cdot 0{,}06-24=0$

4) $-\dfrac{1}{2}\cdot(5+\dfrac{2}{3}x)=2-\dfrac{1}{3}\cdot(9-x)$

5) $\frac{2}{3} \cdot (2 - \frac{9}{4}x) = \frac{7-5x}{4}$

6) $\frac{2x-1}{3} - \frac{x-2}{6} = -\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{4}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 393

On considère les applications suivantes, définies dans $\mathbb{R}$

1) $f(x) = -3$

3) $g(x) = \frac{3}{2}x + 3$

3) $h(x) = \frac{3x-14}{2}$

4) $k(x) = \frac{3}{2}x - 7$

1) Représenter graphiquement ces quatre applications dans un même système d'axes.

2) À l'aide de cette représentation, résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{3}{2}x + 3 = -3$

b) $\frac{3}{2}x + 3 = \frac{3}{2}x - 7$

c) $\frac{3}{2}x - 7 = \frac{3x-14}{2}$

∇∇∇ EXERCICE 394

On considère les applications suivantes, définies dans $\mathbb{R}$

1) $f(x) = -\frac{2}{3}x$

3) $g(x) = \frac{13-2x}{3}$

3) $h(x) = \frac{3-2x}{3} - 1$

4) $k(x) = \frac{3x+13}{2}$

1) Représenter graphiquement ces quatre applications dans un même système d'axes.

2) À l'aide de cette représentation, résoudre les équations suivantes :

a) $-\frac{2}{3}x = \frac{13-2x}{3}$

b) $\frac{3x+13}{2} = -\frac{2}{3}x$

c) $-\frac{2}{3}x = \frac{3-2x}{3} - 1$

∇∇∇ EXERCICE 395

Exprimer algébriquement :

1) le nombre a augmenté de 124,

2) le nombre b diminué de 87,

3) le triple du nombre *m*,

4) les trois quarts du nombre x,

5) 30 % du nombre k,

6) le nombre p augmenté de sa moitié,

7) le double du nombre q diminué de 6,

8) le tiers du nombre t, augmenté de 6,

9) 4 % du nombre y, diminués de 12,

10) 5 % du nombre v augmenté de 12.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 396**

Traduire chaque expression algébrique en une expression française :

1) $a-56$
2) $4\cdot b$
3) $\frac{1}{2}\cdot x$
4) $\frac{25}{100}k$
5) $3\cdot(p-5)$
6) $\frac{1}{4}y-5$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 397**

Le quadruple d'un nombre, diminué de 7, est égal au double de ce nombre, augmenté de 19. Quel est ce nombre ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 398**

Si on ajoute 6 à la moitié d'un nombre, on trouve son triple diminué de 14. Quel est ce nombre ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 399**

En multipliant un nombre par 12, on l'augmente de 253. Quel est ce nombre?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 400**

On obtient le même résultat en ajoutant 5 aux deux tiers d'un nombre qu'en retranchant 2 aux trois quarts de ce nombre. Quel est ce nombre ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 401**

Si on retranche 76 aux cinq huitièmes d'un nombre, on trouve les deux septièmes de ce nombre. Quel est ce nombre ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 402**

La longueur d'un rectangle est le double de sa largeur. Quelle est la largeur si le périmètre du rectangle est de 27 cm ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 403**

Deux triangles ont même aire. Le premier a une base de 80 cm et une hauteur de 90 cm. Le second a une base de 1 m; quelle est sa hauteur ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 404**

Le périmètre d'un losange est de 27 cm et son aire de 43,76 cm^2. Une de ses diagonales mesure 10,8 cm. Calculer la longueur de l'autre diagonale.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 405**

L'aire d'un trapèze est de 85,5 cm^2. Sa hauteur est de 4,5 cm. Une de ses bases mesure 15 cm. Calculer la longueur de l'autre base.

∇∇∇ **EXERCICE 406**
On multiplie un nombre par 5, on retranche 24 à ce produit et on divise cette différence par 6. Si on ajoute 13 à ce quotient, on retrouve le nombre dont on est parti. Quel est ce nombre?

∇∇∇ **EXERCICE 407**
Trouver trois nombres consécutifs dont la somme est 624.

∇∇∇ **EXERCICE 408**
Trouver trois nombres pairs consécutifs dont la somme est 426.

∇∇∇ **EXERCICE 409**
Trouver deux nombres, sachant que l'un est le double de l'autre et que leur somme est 108.

∇∇∇ **EXERCICE 410**
Partager 8400 fr. entre deux personnes de telle manière que la part de la première soit le quart de la part de la seconde.

∇∇∇ **EXERCICE 411**
Partager 1500 fr. entre trois personnes de telle manière que la deuxième ait 150fr. de plus que la première et que la troisième ait 30 fr. de plus que la deuxième.

∇∇∇ **EXERCICE 412**
Quelles sont les dimensions d'un rectangle dont le périmètre est de 220 m et dont la longueur est le quadruple de la largeur ?

∇∇∇ **EXERCICE 413**
Le périmètre d'un rectangle mesure 240 m. Sa longueur mesure 26 m de plus que sa largeur. Calculer ses dimensions.

∇∇∇ **EXERCICE 414**
J'ai dépensé la moitié, puis le tiers de mon argent et il me reste 120 fr. Combien avais-je ?

∇∇∇ **EXERCICE 415**
La moitié d'un nombre dépasse de 10 le sixième de ce nombre. Quel est ce nombre ?

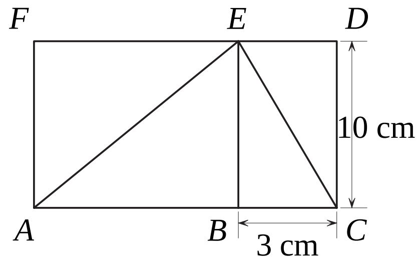
∇∇∇ **EXERCICE 416**
Le sixième d'un piquet est enfoncé en terre, les deux cinquièmes sont dans la neige et le reste mesure 3,25 m. La température de l'air est de 4^{o}C. Quelle est la longueur du piquet ?

∇∇∇ **EXERCICE 417**
Les deux tiers d'un nombre diminué de 11, sont inférieurs de 34 au double de ce nombre. Quel est ce nombre ?

∇∇∇ **EXERCICE 418**
Trouver trois nombres impairs consécutifs tels que le quintuple du plus petit diminué du triple du plus grand dépasse de 5 le moyen.

∇∇∇ **EXERCICE 419**
Trois personnes ont ensemble 110 ans. La deuxième a 15 ans de plus que la première. L'âge de l'aînée est égal à la somme des âges des deux autres. La deuxième a deux filles âgées de 11 et 14 ans. Trouver l'âge de ces trois personnes.

∇∇∇ **EXERCICE 420**
Calculer la longueur AB, sachant que l'aire du rectangle $ACDF$ est plus grande de 55 cm^2 que l'aire du triangle ACE.



∇∇∇ **EXERCICE 421**

Partager 77 fr. entre trois personnes de manière que la part de la première représente les quatre cinquièmes de la part de la deuxième et que la troisième reçoive 7 fr. de plus que la deuxième.

∇∇∇ **EXERCICE 422**

Partager 2800 fr. entre trois personnes de manière que la première personne ait 350 fr. de plus que la deuxième et celle-ci 800 fr. de moins que la troisième.

∇∇∇ **EXERCICE 423**

Partager 2225 fr. entre trois personnes de manière que la première personne ait les trois quarts de la part de la deuxième et que celle-ci ait les sept dixièmes de la part de la troisième.

∇∇∇ **EXERCICE 424**

Partager 2340 fr. entre trois personnes de manière que la part de la deuxième soit les quatre neuvièmes de la part de la troisième et que la part de la première soit les cinq treizièmes de la somme des deux autres parts.

∇∇∇ **EXERCICE 425**

On partage une somme entre trois personnes. La première en reçoit les deux cinquièmes; la deuxième reçoit les deux tiers de la part de la première; la troisième a 100 fr. de moins que la première. Quelle est la part de chaque personne?

∇∇∇ **EXERCICE 426**

Une brique pèse 1 kg plus le poids d'une demi-brique. Quel est le poids d'une brique et demie?

∇∇∇ **EXERCICE 427**

L'hypoténuse d'un triangle rectangle mesure 10 cm. Un côté de l'angle droit mesure les trois quarts de l'autre. Calculer la longueur des côtés de l'angle droit.

∇∇∇ **EXERCICE 428**

Combien mesure le côté d'un triangle équilatéral dont une hauteur mesure 6 cm?

∇∇∇ **EXERCICE 429**

Soit l'équation $a \cdot (x-2) = x + a - 1$ où x est l'inconnue et a est un nombre réel. Déterminer la valeur de a pour que cette équation admette 4 comme solution.

∇∇∇ **EXERCICE 430**

Soit l'équation $2x - \dfrac{x+a}{5} = a \cdot (x-2) + 1$ où x est l'inconnue et a est un nombre réel. Déterminer la valeur de a pour que cette équation admette 2 comme solution.

∇∇∇ **EXERCICE 431**

Une droite de pente $-\dfrac{1}{2}$ passe par le point $(2\,;3)$. Écrire l'application affine dont cette droite est la représentation graphique.

∇∇∇ **EXERCICE 432**

Donner l'équation de la droite qui passe par le point $(-2\,;1)$ et qui est parallèle à une autre droite de pente $\dfrac{3}{4}$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 433**

Soit la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{6}$. Cette droite coupe l'axe des abscisses en un point A. Donner les coordonnées de ce point.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 434**

Soit l'application

$$m : x \longmapsto \frac{-2x+3}{4}$$

définie dans $\mathbb{R}$. Sa représentation graphique coupe l'axe des ordonnées en un point B. Donner les coordonnées de ce point.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 435**

Soit un triangle rectangle. Un côté de l'angle droit mesure 8 cm et l'autre mesure les trois cinquièmes de l'hypoténuse. Calculer la longueur de l'hypoténuse.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 436**

Trouver deux nombres, sachant que l'un est supérieur de 12 à l'autre et que la différence de leurs carrés est de 504.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 437**

La somme de deux nombres est 174 et leur différence est 56. Quels sont ces nombres ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 438**

Trouver deux nombres dont la somme est 45, sachant que, si on additionne l'un des nombres aux deux tiers de l'autre, on obtient 39.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 439**

Partager le nombre 460 en deux parties telles qu'en divisant la première par 12 et la seconde par 8, la différence des quotients soit 10.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 440**

Partager 119 cm en deux parties telles que le quart de l'une égale les trois cinquièmes de l'autre.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 441**

Pour payer une facture de 1190 fr., je donne autant de billets de 20 fr. que de billets de 50 fr. Combien ai-je donné de billets de 50 fr. ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 442**

Une personne a un certain montant en pièces de 2 fr. Elle l'échange à la poste contre des pièces de 5 fr. Elle a alors 102pièces en moins. Combien de pièces de 2 fr. avait-elle ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 443**

M. Durand a dépensé 455 fr. pour acheter des cassettes et des disques compacts. Un disque coûte 27 fr. et une cassette 19 fr. Il a acheté deux fois autant de cassettes que de disques. Combien a-t-il acheté de disques, et combien de cassettes ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 444**

On empile 26 livres. La pile est haute de 1m. Certains livres ont 5 cm d'épaisseur, d'autres 3 cm. Combien de livres de chaque sorte la pile contient- elle ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 445**

Sur un fil de 60 cm de long, on enfile bout à bout 50 perles pour faire un collier. Certaines perles ont 7 mm de longueur, d'autres 12 mm. On laisse 10cm pour le noeud. Combien a-t-on enfilé de perles de chaque sorte ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 446**

Combien de kg de riz à 3,20 fr. le kg faut-il mélanger à 24 kg de riz à 2,85fr. le kg pour obtenir du riz à 3 fr. le kg ?

∇∇∇ **EXERCICE 447**

Mon café préféré est un mélange de deux sortes: l'expresso et le mocca. Je mélange 500 g de café expresso à 17,40 fr. le kg avec 700 g de café mocca. Le mélange me coûte 19,50 fr. le kg. Quel est le prix de la livre de café mocca?

∇∇∇ **EXERCICE 448**

Un rectangle a 15 m de largeur. Si on diminuait sa longueur de 14 m et si on augmentait sa largeur de 6 m, l'aire ne varierait pas. Calculer la longueur de ce rectangle.

∇∇∇ **EXERCICE 449**

Une piscine rectangulaire contient 720 000 litres d'eau. Sa largeur est la moitié de sa longueur. Elle est bordée d'une allée large de 2 m. L'aire de l'allée est de 160m^2. Quelles sont les dimensions de cette piscine?

∇∇∇ **EXERCICE 450**

Dans un losange, la grande diagonale mesure 7 cm de plus que la petite. Si on diminuait la longueur de la grande diagonale de 9 cm et si on augmentait la longueur de la petite diagonale de 5 cm, l'aire diminuerait de 82 cm^2. Calculer la longueur de chaque diagonale.

∇∇∇ **EXERCICE 451**

Le périmètre d'un rectangle est de 72 m. Si on augmentait sa largeur de 2m et si on diminuait sa longueur de 2 m, l'aire augmenterait de 20 m^2. Quelles sont les dimensions de ce rectangle?

∇∇∇ **EXERCICE 452**

Le petit côté d'un parallélogramme mesure 16 cm de moins que le grand côté. Si on augmente le petit côté de sa moitié et si on diminue le grand côté de 4cm, on obtient un losange. Quelles sont les dimensions du parallélogramme?

∇∇∇ **EXERCICE 453**

Aline et Jean ont ensemble 40 billes. Aline dit à Jean: "Si tu me donnes 5billes, j'en aurai trois fois autant que toi." Combien de billes ont-ils chacun?

∇∇∇ **EXERCICE 454**

M. Blanc a 7500 fr. de plus que M. Durant. M. Durant dépense 2500 fr. tandis que M. Blanc augmente sa fortune de 5000 fr. La fortune de M. Durant représente alors les quatre septièmes de la fortune de M. Blanc. Combien possédaient-ils initialement?

∇∇∇ **EXERCICE 455**

Un père a 44 ans. Sa fille a 10 ans. Dans combien de temps l'âge du père sera-t-il le triple de l'âge de sa fille?

∇∇∇ **EXERCICE 456**

Un père a 46 ans et son fils a 20 ans. Quand l'âge du père était-il le triple de l'âge de son fils?

∇∇∇ **EXERCICE 457**

L'âge d'un père est le quadruple de celui de son fils. Quel est l'âge du père, sachant que, dans 20 ans, il ne sera plus que le double de celui de son fils?

∇∇∇ **EXERCICE 458**

Deux soeurs ont ensemble 32 ans. Il y a 4 ans, l'âge de la plus jeune était les trois cinquièmes de l'âge de l'aînée. Quels sont leurs âges?

∇∇∇ **EXERCICE 459**

Laurent a le double de l'âge de Sébastien. Il y a 10 ans, Laurent avait quatre fois l'âge de Sébastien. Quels sont les âges de Laurent et de Sébastien?

∇∇∇ **EXERCICE 460**
L'âge d'une fille est le cinquième de l'âge de son père. Il y a cinq ans, l'âge de la fille n'était que le neuvième de l'âge de son père. Quels sont les âges du père et de sa fille ?

∇∇∇ **EXERCICE 461**
Il y a 55 ans, l'âge d'un père dépassait de 25 ans l'âge de son fils. Dans 14ans, l'âge du fils sera égal aux trois quarts de l'âge de son père. Quels sont les âges du père et du fils ?

∇∇∇ **EXERCICE 462**
Nicolas et Chloé vont en ville faire des achats. Nicolas a 115 fr. et Chloé a 169fr. Les dépenses de Chloé sont le triple de celles de Nicolas. Quand ils rentrent, il leur reste la même somme. Calculer la dépense de chacun.

∇∇∇ **EXERCICE 463**
Deux personnes ont ensemble 1166 fr. L'une dépense les trois septièmes de sa part, tandis que l'autre dépense les cinq huitièmes de la sienne. Il leur reste alors la même somme. Combien chaque personne avait-elle avant ces dépenses ?

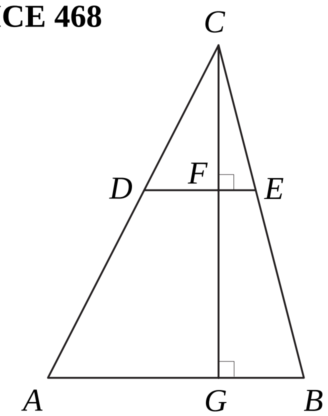
∇∇∇ **EXERCICE 464**
On vend les deux cinquièmes d'une pièce de tissu, puis le tiers du reste. Il reste alors 30 m. Quelle était la longueur de la pièce ?

∇∇∇ **EXERCICE 465**
Une personne dépense le tiers de son argent, puis le quart du reste et enfin les cinq sixièmes du second reste. Il lui reste alors 8fr. Combien possédait-elle avant ces dépenses ?

∇∇∇ **EXERCICE 466**
Une personne dépense les trois septièmes de ce qu'elle a dans son portefeuille, puis elle dépense les trois quarts de ce qui lui reste. Lors d'un troisième achat, elle dépense encore les quatre cinquièmes du second reste. Il lui reste alors 15,25 fr. Quelle somme avait-elle avant de faire ses achats ?

∇∇∇ **EXERCICE 467**
Une personne dépense chaque jour la moitié de son argent plus 5 fr. Au bout de deux jours, elle n'a plus d'argent. Quelle somme avait-elle au début du premier jour ?

∇∇∇ **EXERCICE 468**



Unité : le cm $AB = 25$
$DE = 15$
$FG = 8$
Calculer CF.

∇∇∇ **EXERCICE 469**
Calculer la hauteur d'un losange dont les diagonales mesurent 24 cm et 32cm.

∇∇∇ **EXERCICE 470**
Un cycliste a roulé pendant six heures. S'il avait roulé une heure de moins en augmentant de 3 km/h sa vitesse moyenne, il aurait parcouru 10 km de moins. Quelle était sa vitesse moyenne ?

∇∇∇ **EXERCICE 471**
Deux voitures partent en même temps, l'une de Genève vers Lausanne, l'autre de Lausanne en direction de Genève. Celle qui est partie de Genève roule à 70km/h; l'autre, partie de Lausanne, roule à 50

km/h. A quelle distance de Genève se rencontreront-elles ? (distance Genève-Lausanne: 60 km)

∇∇∇ EXERCICE 472

Deux frères marchent à la rencontre l'un de l'autre; 500 m les séparent. La vitesse du premier est de 6 km/h et celle du second est de 4 km/h. Pendant ce temps, leur chienne Tina court sans arrêt de l'un à l'autre à une vitesse de 15 km/h. Au moment où les deux frères se rencontreront, quelle distance Tina aura-t-elle parcourue ?

∇∇∇ EXERCICE 473

Trouver un nombre de deux chiffres, sachant que le chiffre des unités est le triple de celui des dizaines et que le nombre est inférieur de 9 au quadruple de la somme de ses chiffres.

∇∇∇ EXERCICE 474

Trouver un nombre de deux chiffres, sachant que la somme des chiffres est 10 et que, si on ajoute 36 au nombre, on obtient le nombre renversé.

∇∇∇ EXERCICE 475

Trouver un nombre de deux chiffres, sachant que la somme des chiffres du nombre renversé vaut 13 et que le nombre renversé est supérieur de 27 au nombre cherché.

∇∇∇ EXERCICE 476

En 8^{e}, on apprend les formules suivantes:

$$\boxed{\text{pente} = \frac{\text{distance verticale}}{\text{distance horizontale}}} \qquad \boxed{\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la carte}}{\text{distance sur le terrain}}}$$

1) Exprimer la distance verticale en fonction des autres grandeurs.

2) Exprimer la distance sur le terrain en fonction des autres grandeurs.

∇∇∇ EXERCICE 477

L'intérêt d'un capital peut être calculé à l'aide de la formule suivante:

$$\boxed{I = C \cdot t \cdot n}$$

I : intérêt
C : capital
t : taux de placement
n : durée du placement en années

1) Trouver la formule exprimant C.

2) Trouver la formule exprimant t.

3) Trouver la formule exprimant n.

∇∇∇ EXERCICE 478

En physique, la loi d'Ohm s'exprime par la formule suivante :

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}$$

I : intérêt
I : intensité en ampères
U : tension en volts
R : résistance en ohms

1) Trouver la formule exprimant U.

2) Trouver la formule exprimant R.

∇∇∇ EXERCICE 479

En physique, la pression est définie par la formule suivante :

$$\boxed{P = \frac{F}{S}}$$

I : intérêt
P : pression en Newton/m^2
F : force en Newton
S : aire de la surface en m^2

1) Trouver la formule exprimant F.

2) Trouver la formule exprimant S.

∇∇∇ EXERCICE 480

En physique, la loi des moments s'exprime par la formule suivante :

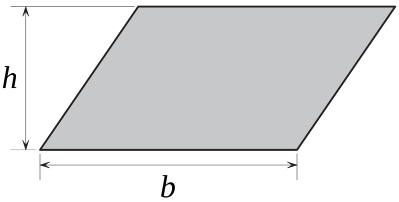
$$\boxed{F \cdot L = F' \cdot L'}$$

I : intérêt
F, F' : forces en Newton
L, L' : longueurs en m

1) Trouver la formule exprimant F.

2) Trouver la formule exprimant L'.

∇∇∇ EXERCICE 481



L'aire du parallélogramme se calcule avec la formule

$$\boxed{A = b \cdot h}$$

1) Trouver la formule exprimant b.

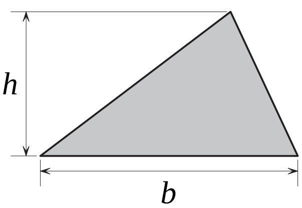
2) Trouver la formule exprimant h.

3) Utiliser ces formules pour résoudre les problèmes suivants:

   (a) Calculer la base d'un parallélogramme dont la hauteur correspondante mesure 8,1 cm et dont l'aire est de 45,36 cm^2 .

   (b) Calculer la hauteur d'un parallélogramme dont le côté correspondant mesure 0,72 cm et dont l'aire est de 133,128 cm^2 .

∇∇∇ EXERCICE 482



L'aire du triangle se calcule avec la formule

$$\boxed{A = \frac{b \cdot h}{2}}$$

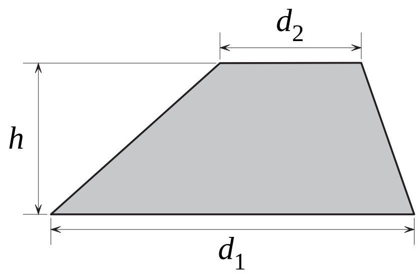
1) Trouver la formule exprimant b.

2) Trouver la formule exprimant h.

3) Utiliser une de ces formules pour résoudre le problème suivant :

Calculer la base d'un triangle dont la hauteur correspondante mesure 3,8cm et dont l'aire est de 13,49 cm^2 .

∇∇∇ EXERCICE 483



L'aire du trapèze se calcule avec la formule

$$\boxed{A = \frac{d_1 + d_2}{2} \cdot h}$$

1) Trouver la formule exprimant h.

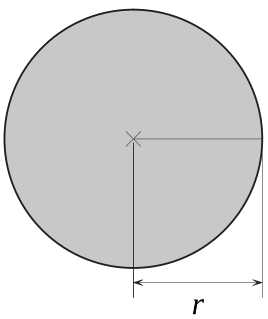
2) Trouver la formule exprimant d_1.

3) Utiliser ces formules pour résoudre les problèmes suivants :

(a) Calculer la hauteur d'un trapèze de 30,15 cm^2 d'aire dont les bases mesurent 5,6 cm et 7,8 cm.

(b) Un trapèze a 101,92 cm^2 d'aire et 10,4 cm de hauteur. Une de ses bases mesure 7,1 cm. Calculer la longueur de l'autre base.

∇∇∇ EXERCICE 484



Le périmètre du disque se calcule avec la formule

$$\boxed{P = 2r\pi}$$

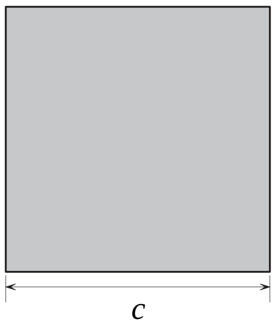
L'aire du disque se calcule avec la formule

$$\boxed{A = r^2\pi}$$

1) Trouver la formule exprimant r en fonction de P.

2) Quelle est la formule qui permet de calculer l'aire du disque si on connaît son périmètre?

∇∇∇ EXERCICE 485



L'aire du carré se calcule avec la formule

$$\boxed{A = c^2}$$

Le périmètre du carré se calcule avec la formule

$$\boxed{P = 4 \cdot c}$$

1) Exprimer c en fonction de A.

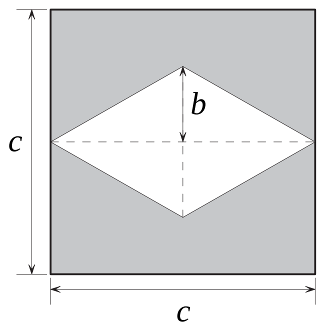
2) Exprimer c en fonction de P.

3) Quelle relation peut-on établir entre le périmètre du carré et son aire, en comparant les réponses à 1) et à 2) ?

4) Exprimer le périmètre du carré en fonction de son aire.

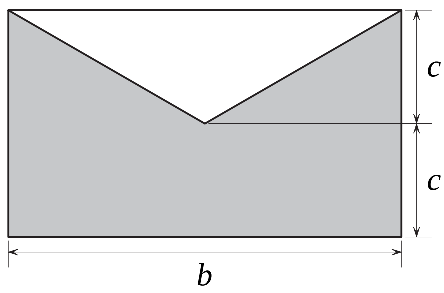
5) Quel est le périmètre d'un carré qui a une aire de 338,56 cm^2 ?

∇∇∇ EXERCICE 486



1. Expliquer pourquoi l'aire A de la surface ombrée peut être calculée avec la formule
$$A = c^2 - bc$$
2. Trouver la formule qui exprime b.

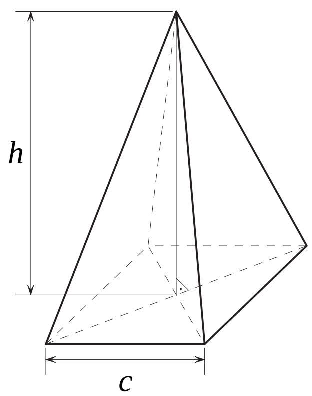
∇∇∇ EXERCICE 487



1) Expliquer pourquoi l'aire A de la surface ombrée peut être calculée avec la formule
$$A = 2bc - \frac{bc}{2}$$
2) Trouver la formule exprimant c.

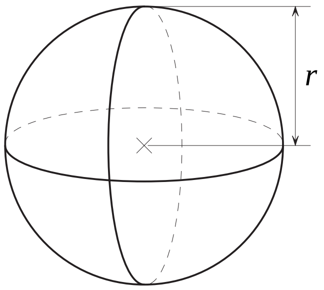
3) Trouver la formule exprimant b.

∇∇∇ EXERCICE 488



Le volume de la pyramide à base carrée se calcule avec la formule
$$V = \frac{c^2 \cdot h}{3}$$
1. Trouver la formule exprimant h.
2. Trouver la formule exprimant c.

∇∇∇ EXERCICE 489

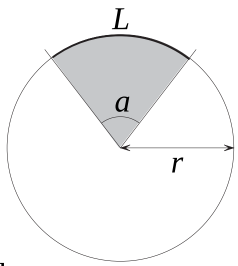


Le volume de la sphère se calcule avec la formule

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Trouver la formule exprimant r.

∇∇∇ EXERCICE 490



r :

L: longueur de l'arc de cercle
A: aire du secteur
α : mesure de l'angle au centre

rayon du cercle

On a les proportions

$$\boxed{\frac{\alpha}{360} = \frac{L}{2\pi r}} \qquad \boxed{\frac{\alpha}{360} = \frac{A}{\pi r^2}}$$

1) Trouver la formule exprimant L.

2) Trouver la formule exprimant r.

3) Trouver la formule exprimant A.

4) Trouver la formule exprimant α.

5) En comparant les deux proportions, écrire une proportion dans laquelle figurent A et L, c'est-à-dire

   (a) exprimer A en fonction de L et de r,

   (b) exprimer L en fonction de A et de r,

   (c) exprimer r en fonction de A et de L.

6) Utiliser ces formules pour résoudre les problèmes suivants:

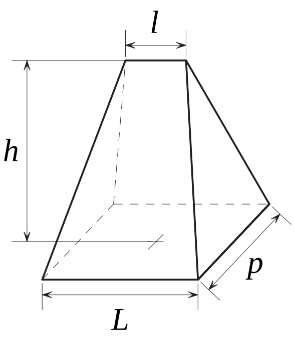
   (a) Soit un cercle de 18 cm de rayon. Calculer la longueur de l'arc de cercle et l'aire du secteur déterminés par un angle au centre de 30^o.

   (b) Quel est le rayon du cercle sur lequel un arc de 15,7 cm est intercepté par un angle au centre de 45^o?

   (c) Calculer l'angle au centre qui intercepte, sur un disque de 12 cm de rayon, un secteur de 43,96 cm^2 d'aire.

   (d) Calculer l'aire d'un secteur dont l'arc de cercle mesure 9,42 cm et dont le rayon est de 18 cm.

∇∇∇ EXERCICE 491



Le volume du coin se calcule avec la formule

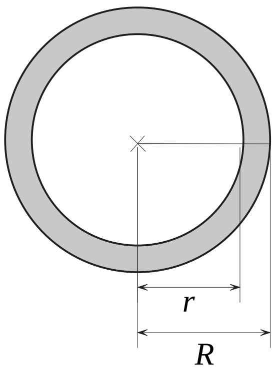
$$\boxed{V = (2L + l) \cdot \frac{h}{6} \cdot p}$$

1) Trouver la formule exprimant h.

2) Trouver la formule exprimant l.

3) Trouver la formule exprimant L.

∇∇∇ EXERCICE 492



L'aire de la couronne se calcule avec la formule

$$\boxed{A = \pi(R^2 - r^2)}$$

1) Trouver la formule exprimant R.

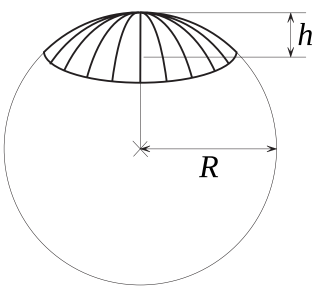
2) Trouver la formule exprimant r.

3) Utiliser ces formules pour résoudre les problèmes suivants :

a) Combien mesure le rayon intérieur d'une couronne de 414,48cm^2 d'aire, si le rayon extérieur est de 14cm ?

b) Combien mesure le rayon extérieur d'une couronne de 373,66 cm^2 d'aire, si le rayon intérieur est de 5cm ?

∇∇∇ EXERCICE 493

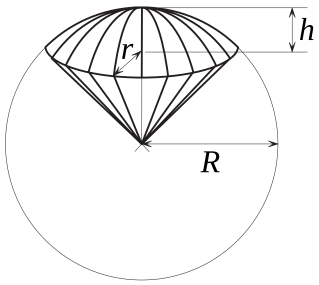


Le volume d'une calotte de sphère se calcule avec la formule

$$\boxed{V = (3 \cdot R - h) \cdot \frac{h^2 \cdot \pi}{3}}$$

Trouver la formule exprimant R.

∇∇∇ EXERCICE 494



La surface totale d'un secteur sphérique se calcule avec la formule

$$\boxed{S = \frac{1}{2}\pi R \cdot (4h + 2r)}$$

1) Trouver la formule exprimant R.

2) Trouver la formule exprimant h.

3) Trouver la formule exprimant r.

Exercices écrits (section S)

∇∇∇ **EXERCICE 495**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $ax = a - 1$
2) $(a-b)\cdot x = a$
3) $ax - bx = c$
4) $ax + b = c$
5) $bx - a = cx + b$
6) $a\cdot(x-a) = x - 2$

∇∇∇ **EXERCICE 496**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $bx = a + b$
2) $(a+b)\cdot x = b$
3) $ax - x = a$
4) $a + bx = b$
5) $ax - b = bx + a$
6) $x - b = (x+a)\cdot a$

∇∇∇ **EXERCICE 497**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $ax + b = cx + d$
3) $ax - b = bx - a$
5) $aa^2x - a = x - 1$
3) $ax - a = x - 1$
4) $ax + 1 = a^2 + x$
6) $a\cdot(x-a) + ab = b\cdot(x+b) - ab$

∇∇∇ **EXERCICE 498**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $ax - c = bx + a$
3) $bx - 2ax = 2a - bx$
5) $x - 1 = b + b^2x$
3) $bx + a = b + ax$
4) $ax - a^2 = b^2 - bx$
6) $a\cdot(ax-1) - b^2x = b\cdot(1-2ax) - 2b^2x$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 499**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $a^2x - a = a^2 - ax$

3) $a^2x + 1 = a^2 - x$

3) $4x - a^2 = ax - 16$

4) $4a^2 - x = 4ax$

5) $abx + ab = b + a^2bx$

6) $bx \cdot (a - b) + a^2x = a \cdot (1 - bx) + b \cdot (1 - 2bx)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 500**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $a \cdot (x - b) = b \cdot (x + a)$

2) $2a \cdot (x - 1) = a \cdot (x - 1) + b \cdot (x + 1)$

3) $2b^2 \cdot (x - 1) - a^2 = x \cdot (3b^2 - a^2) - b^2$

4) $a \cdot (b - 3a) + abx = b \cdot (2a - bx) - 2a^2$

5) $3b^2x - b \cdot (1 + 4bx) = 4a - a \cdot (ax + 3)$

6) $-3x \cdot (a + b) - a^2 = -2ax - b \cdot (b + 4x)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 501**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $bx \cdot (2 + a) - b \cdot (a - 2) = b \cdot (x + 1)$

2) $a \cdot (ax - a - 2b) - bx \cdot (2a - b) - b^2 = 0$

3) $2abx - ab \cdot (2b - a) = bx \cdot (a - b) - ab \cdot (b - 2a)$

4) $a^2 \cdot (x + 1) + b = x \cdot (2b - a^2) + 2a^2$

5) $a \cdot (x + 2) - 2bx = ax - 2 \cdot (bx - a)$

6) $b^2 \cdot (a - x) - 3a^2b = abx - 2b \cdot (a^2 + bx)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 502**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $(a + b) \cdot (x + 1) = 3a - bx$

2) $(x - a) \cdot (x - b) - x \cdot (x - 2a) = a^2$

3) $(a + bx) \cdot (bx + b) = a \cdot (b + 1) + b \cdot (1 + bx^2)$

4) $x \cdot (a + b)^2 - b \cdot (x + a)^2 = bx \cdot (2b - x) + ab^2$

5) $(x - a) \cdot (x + b) + a \cdot (a + b) = (x + a)^2 - a \cdot (2x - 1)$

6) $(x+a)\cdot(x-a)-2b\cdot(b-x)=(x+a)^2$

∇∇∇ EXERCICE 503

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue; $a \neq 0$ et $b \neq 0$):

1) $\dfrac{x}{b}-\dfrac{x}{a}=1$

2) $\dfrac{x}{a}-a=\dfrac{x}{b}-b$

3) $\dfrac{x-a}{b}=\dfrac{x-b}{a}$

4) $\dfrac{x}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{a}-\dfrac{x}{b}$

5) $\dfrac{x+a}{a}-\dfrac{x+b}{b}=1$

6) $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{b}$

∇∇∇ EXERCICE 504

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue; $a \neq 0$ et $b \neq 0$):

1) $\dfrac{x}{ab}-\dfrac{x}{a}=\dfrac{1}{b}-1$

2) $\dfrac{bx}{a}-1=\dfrac{a}{b}-x$

3) $\dfrac{x-a}{a^2b}=\dfrac{x+b}{ab^2}$

4) $\dfrac{ax}{b}-\dfrac{1}{a}=\dfrac{a}{b^2}+\dfrac{2-bx}{b}$

5) $\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{a}=\dfrac{b}{x}+\dfrac{b}{a}$

6) $\dfrac{x+b}{a}+\dfrac{b^2x}{2}=\dfrac{(a+b)^2}{2a^2}+\dfrac{x}{a}$

∇∇∇ EXERCICE 505

Quelles valeurs doit prendre a pour que l'équation $2ax=a+2$

1) ait une solution unique?

2) n'ait aucune solution?

∇∇∇ EXERCICE 506

Quelles valeurs doit prendre a pour que l'équation $x\cdot(a-5)=a+1$

1) ait une solution unique?

2) n'ait aucune solution?

∇∇∇ EXERCICE 507

Quelles valeurs doit prendre a pour que l'équation $3a=x\cdot(4-a)$

1) ait une solution unique?

2) n'ait aucune solution?

∇∇∇ EXERCICE 508

Quelles valeurs doivent prendre a et b pour que l'équation $x\cdot(2a-1)=2b+1$

1) ait une solution unique?

2) n'ait aucune solution?

3) ait une infinité de solutions ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 509**

Quelles valeurs doivent prendre a et b pour que l'équation $2x \cdot (3a+1) = 2 \cdot (b - \frac{1}{2})$

1) ait une solution unique ?

2) n'ait aucune solution ?

3) ait une infinité de solutions ?

Exercice de développement

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 510**

Soient les applications f et g définies dans $\mathbb{R}$ par

- $f : x \longmapsto -x^2+4$
- $g : x \longmapsto 2x+1$.

Représenter graphiquement ces applications et chercher pour quels x on a : $f(x) = g(x)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 511**

Soient les applications h et k définies dans $\mathbb{R}$ par

- $h(x) = x^2 - 9$
- $k(x) = 0$

Représenter graphiquement ces applications et chercher pour quels x on a : $h(x) = k(x)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 512**

Soient les applications m et n définies dans $\mathbb{R}$ par

- $m : x \longmapsto (x-2)^2$
- $n : x \longmapsto (2-x)\cdot(x+8)$.

Représenter graphiquement ces applications et chercher pour quels x on a : $m(x) = n(x)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 513**

Résoudre les équations suivantes :

1) $\dfrac{2x-3}{3} = \dfrac{3x+1}{2}$

4) $\dfrac{x}{x-1} = \dfrac{x-1}{x-4} - \dfrac{2x-1}{2x+3} = \dfrac{2x+5}{2x+1}$

2) $\dfrac{4}{2x-4} = \dfrac{3}{x-5}$

5) $\dfrac{5}{2x-1} = \dfrac{2x+1}{3}$

3) $\dfrac{x-1}{2x-1} = -\dfrac{1}{2}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 514**

Quel est le nombre qu'il faut ajouter au numérateur et au dénominateur de la fraction $\dfrac{5}{8}$ pour que la nouvelle fraction soit égale à 4 ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 515**

Le dénominateur d'une fraction dépasse de 4 son numérateur. Si on ajoute 3 au numérateur et au dénominateur, on obtient une fraction égale à $\dfrac{2}{3}$. Quelle est la fraction dont on est parti ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 516**

Trouver deux nombres, sachant que l'un est le double de l'autre et que, si on retranche 12 à chacun de ces nombres, le quotient est égal à 6. Combien existe-t-il de solutions ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 517**

La différence de deux nombres est 51. En faisant la division euclidienne de l'un par l'autre, on obtient 5 pour quotient, avec un reste de 3. Quels sont ces nombres?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 518**

Au camp de ski, si on fait des groupes de 8 élèves, il reste 3 élèves. Si on fait des groupes de 11, il reste 7 élèves. Le nombre de groupes de 8élèves est supérieur de 2 au nombre de groupes de 11 élèves. Trouver le nombre d'élèves participant à ce camp de ski.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 519**

Résoudre ces équations :

1) $x^2-2x=0$
2) $2x^2+3x=0$
3) $x^2+2x+1=0$
4) $4x^2-12x+9=0$
5) $x^2+x-6=0$
6) $x^2-4x-5=0$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 520**

Résoudre ces équations :

1) $2x^2=6x$
2) $5x=3x^2$
3) $9x^2+4=-12x$
4) $25x^2=10x-1$
5) $x^2+12x=7x$
6) $x^2=12x-4x$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 521**

Résoudre ces équations :

1) $3x^2+7x+1=1-5x$
2) $2x^2+x-5=2x-5$
3) $16x^2-12x+5=12x-4$
4) $x^2-8x-2=-3x^2-6$
5) $-x^2+2x+4=7x-2x^2$
6) $4x^2-9x+4=1-x$

∇∇∇ EXERCICE 522

1) Résoudre les équations suivantes :

• $A^2-3A-4=0$	$A=$	ou	$A=$
• $G^2-6G=16$	$G=$	ou	$G=$
• $S^2-15=-2S$	$S=$	ou	$S=$
• $R^2+R=5R+12$	$R=$	ou	$R=$
• $2D^2+6D-1=-1$	$D=$	ou	$D=$
• $I^2+I-81=I$	$I=$	ou	$I=$
• $U^2-2U+1=7-3U$	$U=$	ou	$U=$
• $4E^2-18E-10=0$	$E=$	ou	$E=$
• $m^2+1=2M$	$M=$	ou	$M=$
• $2N^2-15=N^2+2N+20$	$N=$	ou	$N=$

2) Déchiffrer ce message en remplaçant chaque chiffre par la lettre qui lui correspond dans la liste ci-dessus :

856460 4915 153 5798153

∇∇∇ EXERCICE 523

Soit l'application $f(x)=x^2+5x+6$ définie dans $\mathbb{R}$. En quels points le graphique de cette application coupe-t-il

1) l'axe des abscisses ?

2) l'axe des ordonnées ?

∇∇∇ EXERCICE 524

Soit l'application $g \longmapsto x^2+2x-35$ définie dans $\mathbb{R}$. En quels points le graphique de cette application coupe-t-il

1) l'axe des abscisses ?

2) l'axe des ordonnées ?

∇∇∇ EXERCICE 525

Soit l'application $h \longmapsto -x^2+8x-12$ définie dans $\mathbb{R}$. En quels points le graphique de cette application coupe-t-il

1) l'axe des abscisses ?

2) l'axe des ordonnées ?

∇∇∇ EXERCICE 526

Trouver les trois côtés d'un triangle rectangle, sachant que l'hypoténuse mesure 4cm de plus qu'un des côtés de l'angle droit et que ce côté mesure 4cm de plus que l'autre côté de l'angle droit.

∇∇∇ EXERCICE 527

Katia va faire des achats en ville. Lors d'un premier achat, elle dépense 10fr. de moins que la moitié de ce qu'elle a dans son porte-monnaie. Son deuxième achat lui coûte 30 fr. de plus que le tiers de son avoir initial. En rentrant, elle constate qu'il lui reste le dixième de la somme qu'elle avait en partant. Combien avait-elle ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 528**

Dans une équipe de football, un joueur reçoit 100 fr. pour un match gagné, 70fr. pour un match nul et 40 fr. pour un match perdu. Après 28 parties, il n'y a pas eu de résultat nul. Sachant qu'un joueur qui a disputé toutes les rencontres a gagné 2380 fr., trouver le nombre de parties gagnées, nulles et perdues.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 529**

La largeur d'un rectangle est égale à la moitié de sa longueur. Si on augmentait les dimensions de ce rectangle de 5 m, l'aire augmenterait de 25 m^2. Calculer les dimensions du rectangle.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 530**

Trouver un nombre de deux chiffres sachant que le chiffre des dizaines est supérieur de 3 au chiffre des unités et que si on enlève 27 au nombre, on obtient le nombre renversé. Combien existe-t-il de solutions ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 531**

Écrire un énoncé pour chacun des problèmes dont voici la mise en équation :

1) Un nombre : x

$$\frac{4}{5}x + 15 = x - \frac{1}{10}x$$

2) Longueur du rectangle : x

Largeur du rectangle : $\frac{2}{3}x$

$$2 \cdot (x + \frac{2}{3}x) = 180$$

3) Une somme d'argent : x

$$70 = x - (\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x)$$

4) Part de la 1^re^ personne : $\frac{2}{5}x$

Part de la 2^e^ personne : x

Part de la 3^e^ personne : $x - 150$

$$\frac{2}{5}x + x + (x - 150) = 4650$$

5) Âge de Vincent : x

Âge de François : $5x$

$$3 \cdot (x + 10) = 5x + 10$$

6) Nombre de spectateurs au parterre : x

Nombre de spectateurs au balcon : $360 - x$

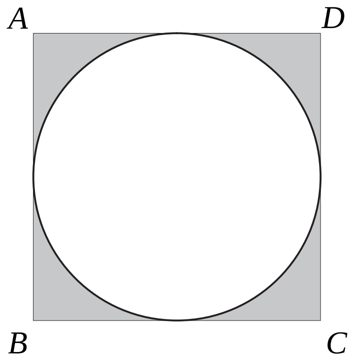
$$3760 = 10x + 12 \cdot (360 - x)$$

7) Rayon : x

$\pi \simeq 3{,}14$

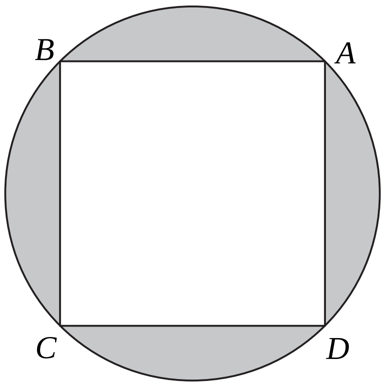
$$(x+3)^2 \cdot 3{,}14 - x^2 \cdot 3{,}14 = 348{,}56$$

∇∇∇ EXERCICE 532



Calculer le périmètre du disque inscrit dans le carré *ABCD*, sachant que l'aire de la surface ombrée est de 123,84cm^2.
(On prendra l'approximation $\pi \simeq 3{,}14$.)

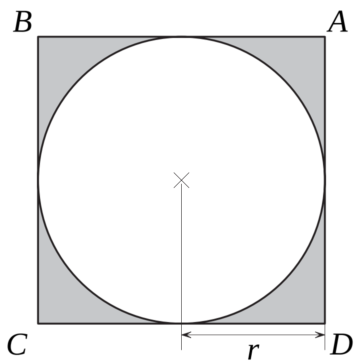
∇∇∇ EXERCICE 533



Calculer l'aire du carré *ABCD*, sachant que l'aire de la surface ombrée est de 54,72cm^2.
(On prendra l'approximation $\pi \simeq 3{,}14$.)

∇∇∇ EXERCICE 534

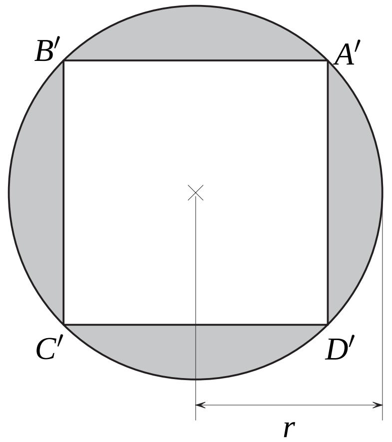
1$^{\text{re}}$ partie



ABCD est un carré.
Désignons par A_1 l'aire de la surface ombrée.

1) Trouver une formule qui permette de calculer A_1 en fonction de r.
2) Calculer A_1 si $r = 10$ cm.
3) Exprimer r en fonction de A_1.
4) Trouver une formule qui permette de calculer le périmètre du disque en fonction de A_1.

2$^{\text{e}}$ partie



$A'B'C'D'$ est un carré.
Désignons par A_2 l'aire de la surface ombrée.

1) Trouver une formule qui permette de calculer A_2 en fonction de r.
2) Calculer A_2 si $r = 10$ cm.
3) Trouver une formule qui permette de calculer l'aire du carré $A'B'C'D'$ en fonction de A_2.

Quelle approximation de π faudrait-il prendre pour que A_1 et A_2 aient la même valeur approximative ?

Chapitre 5

Les systèmes d'équations du 1er degré

Théorie

5.1 L'ÉQUATION DU 1er DEGRÉ À 2 INCONNUES

Considérons l'équation $\boxed{2x-y=4}$.

Cherchons des couples de nombres $(x;y)$ qui vérifient cette égalité.

Exemple Si $\boxed{x=0}$ alors $\boxed{y=-4}$ car

si $2x-y=4$ et $x=0$,

alors
$$\begin{aligned} 2\cdot 0-y&=4,\\ -y&=4,\\ y&=-4. \end{aligned}$$

Le couple $(0;-4)$ vérifie donc l'équation 2x - y = 4.

De même, si $\boxed{x=-1}$ alors $\boxed{y=-6}$.

Le couple $(-1;-6)$ vérifie donc l'équation $2x-y=4$.

Si $\boxed{x=\frac{1}{2}}$ alors $\boxed{y=-3}$.

Le couple $(\frac{1}{2};-3)$ vérifie donc l'équation $2x-y=4$.

Chaque fois qu'on remplace x par un nombre dans l'équation, on obtient une valeur correspondante pour y.

On voit ainsi qu'il existe une infinité de couples qui vérifient cette équation.

Ces couples forment l'**ensemble des solutions**, qu'on peut noter

$$\boxed{S=\{(x;y)\quad \text{tel que}\quad 2x-y=4\}}.$$

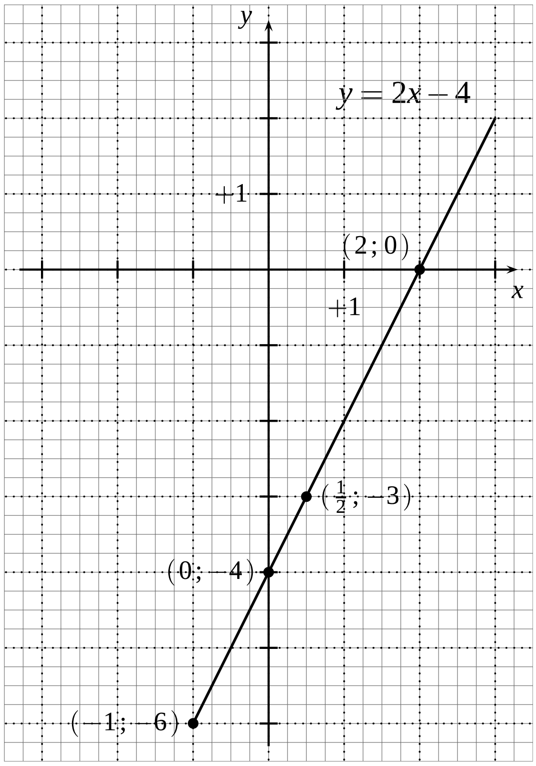
ATTENTION Dire que cette équation a une infinité de solutions ne signifie pas qu'elle soit vérifiée par tout couple de nombres.

Exemple Le couple $(0;0)$ ne vérifie pas l'équation $2x-y=4$.
En effet : $2\cdot 0-0\neq 4$.

Interprétation géométrique

L'équation
$$2x-y=4$$
peut aussi s'écrire :
$$y=2x-4.$$

On reconnaît là l'équation d'une droite (voir le Chapitre 3).
On voit ainsi que les couples de nombres $(x;y)$ qui sont solutions de l'équation $2x-y=4$ peuvent être représentés graphiquement par les points de la droite d'équation $y=2x-4$.
L'ensemble des solutions de l'équation $2x-y=4$ peut donc être représenté graphiquement par la droite d'équation $y=2x-4$, comme ci-contre.



Plus généralement :
Une équation du 1er degré à deux inconnues x et y s'écrit :
$$\boxed{ax+by=c}, \quad \text{où} \quad a, b, c \quad \text{sont des nombres donnés.}$$
Si $a\neq 0$ ou $b\neq 0$, cette équation admet une infinité de solutions. Graphiquement, l'ensemble de ses solutions peut être représenté par une droite.

Exercices 535 à 538

5.2 LES SYSTÈMES D'ÉQUATION DU 1er DEGRÉ À 2 INCONNUES

Considérons maintenant deux équations du 1er degré à deux inconnues (x et y) :

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ x + 2y &= 2. \end{aligned}\right.$$

On se demande s'il existe des couples de nombres $(x; y)$ qui vérifient à la fois ① et ②.

On dit qu'il s'agit d'un **système** de deux équations du 1er degré à deux inconnues.

Une **solution** de ce système est un couple de nombres $(x; y)$ qui vérifie chacune des deux égalités.

Résoudre ce système, c'est trouver toutes ses solutions.

L'ensemble

$$S = \{(x; y) \mid \quad 2x - y = 4 \quad \text{et} \quad x + 2y = 2\}$$

s'appelle l'ensemble des solutions du système.

Comment fait-on pour résoudre un tel système ? Nous allons voir une méthode graphique et deux méthodes algébriques.

5.2.1 RÉSOLUTION GRAPHIQUE

On veut résoudre le système

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ x + 2y &= 2. \end{aligned}\right.$$

Considérons d'abord l'ensemble S_1 des solutions de la première équation. Il peut être représenté graphiquement par une droite.

Pour trouver deux points de cette droite, on cherche deux couples vérifiant l'équation

$$① \qquad 2x - y = 4.$$

Si x = 0, alors y = -4; donc le couple $(0; -4)$ vérifie ①.

Si y = 0, alors x = 2; donc le couple $(2; 0)$ vérifie ①.

La droite qui représente l'ensemble S_1 des solutions de ① passe donc par les points $(0; -4)$ et $(2; 0)$.

Considérons maintenant l'ensemble S_2 des solutions de la seconde équation,

$$② \quad x + 2y = 2.$$

Cet ensemble aussi peut être représenté graphiquement par une droite.

On voit facilement que les couples $(0; 1)$ et $(2; 0)$ vérifient ②.

La droite qui représente l'ensemble S_2 des solutions de ② passe donc par les points $(0; 1)$ et $(2; 0)$.

Remarque

- L'équation ① 2x - y = 4 peut s'écrire $y = 2x - 4$.

- L'équation ② x + 2y = 2 peut s'écrire $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

Ce sont là les équations des droites qui représentent graphiquement les solutions de ① et de ②.

Traçons ces deux droites en utilisant le même système d'axes :

Le point d'intersection des deux droites est le point $(2\,;0)$.

Ceci nous indique que la solution du système d'équations est le couple $(2\,;0)$.

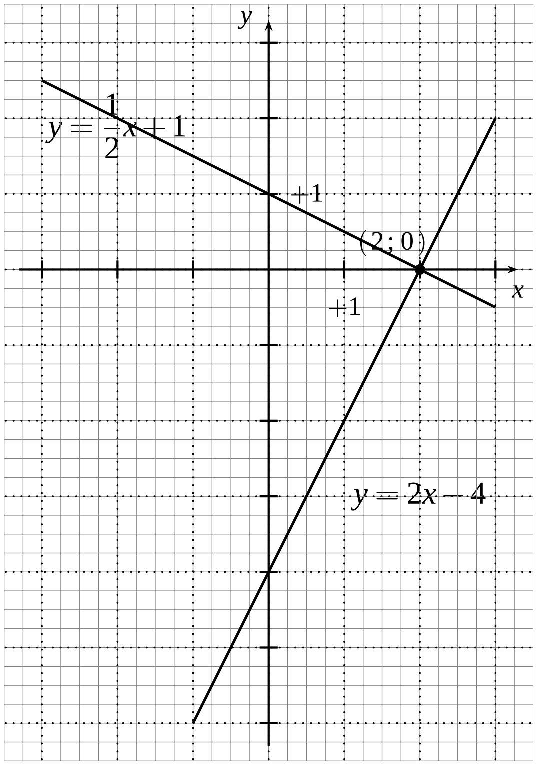
Autrement dit, pour vérifier l'égalité dans chacune des équations ① et ②, il faut prendre $x = 2$ et $y = 0$.

On dira : la solution du système d'équations est le couple $(2\,;0)$.

Si S désigne l'ensemble des solutions du système d'équations, on peut écrire :

$$S = \{(2\,;0)\}.$$

Exercices 539 à 541



5.2.2 RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

Nous avons le choix entre deux méthodes.

Chacune de ces méthodes nous ramène à deux équations, chacune à une inconnue (équations qu'on sait résoudre).

Première méthode : la résolution par addition

On multiplie les deux membres de chaque équation par un facteur approprié, de sorte qu'en **additionnant** ensuite membre à membre les équations, on obtienne une équation à une inconnue.

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{rl} 2x - y = 4 & | \cdot 2 \\ x + 2y = 2 & | \cdot 1 \end{array}\right. \qquad \begin{array}{l} ①' \\ ②' \end{array}\left\{\begin{array}{r} 4x - 2y = 8 \\ x + 2y = 2 \\ \hline 5x = 10 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

En remplaçant maintenant x par 2 dans ① (ou dans ②), on obtient une équation pour y .

Remplaçons x par 2 dans ①: $\quad 2x - y = 4$

$$\begin{aligned} 4 - y &= 4 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

La solution du système est donc le couple $(\,2\,;\,0\,)$.

Seconde méthode : la résolution par substitution

On emploie une des équations pour exprimer une des inconnues en fonction de l'autre. Puis on **substitue** le résultat dans l'autre équation.

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix} \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 2 \longrightarrow \boxed{x = 2 - 2y} \end{cases}$$

Substituons cette expression de x dans ①:

$$\begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ 2 \cdot (2 - 2y) - y &= 4 \\ 4 - 4y - y &= 4 \\ 4 - 5y &= 4 \\ -5y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

Remplaçons maintenant y par 0 dans ① : on trouve

$$\begin{aligned} 2x - 0 &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

La solution du système est donc le couple $(\,2\,;\,0\,)$.

5.2.3 DEUX EXEMPLES

Exemple 1 Résoudre par <u>addition</u> le système d'équations suivant :

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix} \begin{cases} 2x + 3y = 5 & \mid \cdot 3 \\ 3x - 4y = -1 & \mid \cdot (-2) \end{cases} \qquad \begin{matrix} ①' \\ ②' \end{matrix} \begin{cases} 6x + 9y = 15 \\ -6x + 8y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 17y &= 17 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

Substituons cette valeur de y dans ① :

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ 2x + 3 &= 5 \\ 2x &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

La solution de ce système d'équations est le couple $(1;1)$.

L'ensemble des solutions peut s'écrire : $S = \{(1\ ;\ 1)\}$.

Vérification en prenant $x = 1$ et $y = 1$, on a bien :

$$\begin{array}{r} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{l} 2\cdot 1+3\cdot 1=5 \\ 3\cdot 1-4\cdot 1=-1. \end{array}\right.$$

Exemple 2 Résoudre par substitution| le système d'équations suivant :

$$\begin{array}{r} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{l} x+2y=9 \\ 2x-y=8 \longrightarrow \boxed{y=2x-8} \end{array}\right.$$

Substituons cette expression de y dans ① :

$$\begin{aligned} x+2(2x-8)&=9 \\ x+4x-16&=9 \\ 5x&=25 \longrightarrow \boxed{x=5} \end{aligned}$$

Ensuite, puisque $y = 2x-8$, on a :

$$y = 2\cdot 5-8 \longrightarrow \boxed{y=2}$$

La solution de ce système d'équations est le couple $(5;2)$.

Vérification en prenant $x = 5$ et $y = 2$, on a bien :

$$\begin{array}{r} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{l} 5+2\cdot 2=9 \\ 2\cdot 5-2=8. \end{array}\right.$$

5.3 LA FORME GÉNÉRALE D'UN SYSTÈME DE 2 ÉQUATIONS DU 1^er DEGRÉ À 2 INCONNUES

Un système de deux équations du 1^er degré à deux inconnues peut s'écrire :

$$\begin{array}{r} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{array}\right.$$

où x et y sont les deux inconnues et a, b, c, a', b', c' sont des nombres donnés.

Dans les exemples que nous avons traités, l'ensemble des solutions d'un tel système peut être représenté graphiquement par l'intersection de deux droites.

En fait, trois cas peuvent se présenter.

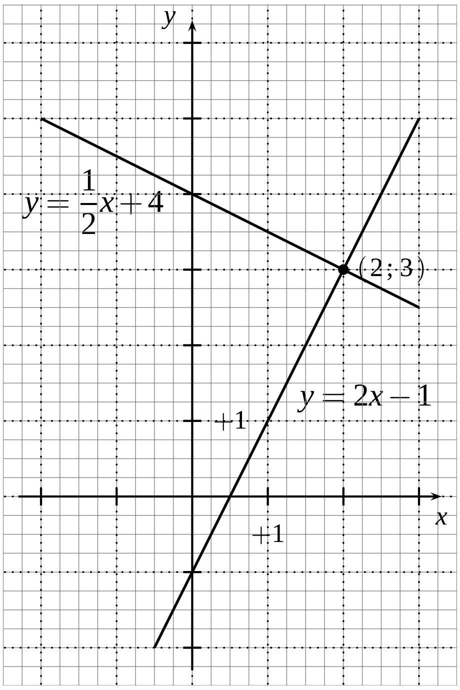
1^er cas

Le système admet une solution unique. Les deux droites se coupent en un seul point.

Exemple

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Graphiquement



Algébriquement

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 2x - \ \ y = 1 & |\cdot 2 \\ \ \ x + 2y = 8 & |\cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} ①' \\ ②' \end{array}\begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ \ \ x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

Dans ② : $2 + 2y = 8$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

Pour l'ensemble des solutions, on peut écrire :

$$\boxed{S = \{(2\,;3)\}}.$$

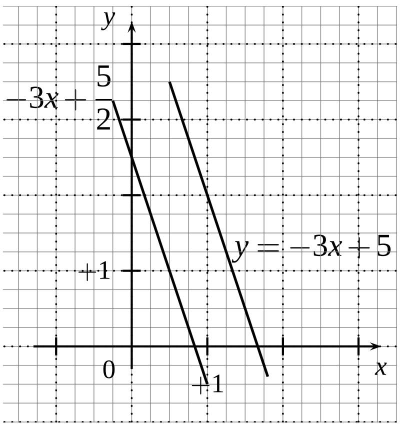
la solution est unique

2e cas

Le système n'admet aucune solution. Les deux droites sont parallèles et distinctes.

Exemple $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x + 2y = 5 \end{cases}$

Graphiquement



Algébriquement

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 3x + \ \ y = 5 & |\cdot(-2) \\ 6x + 2y = 5 & |\cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} ①' \\ ②' \end{array}\begin{cases} -6x - 2y = -10 \\ \ \ 6x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$0x + 0y = -5$$

Cette égalité n'est jamais vérifiée.
On peut écrire, pour l'ensemble des solutions,

$$\boxed{S = \emptyset}$$

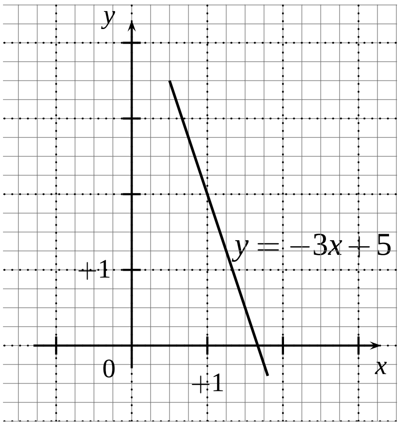
pas de point d'intersection

pas de solution

3e cas Le système admet une infinité de solutions. Les deux droites sont confondues.

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 3x+y=5 \\ 6x+2y=10 \end{array}\right.$$

Graphiquement



une infinité de points d'intersection

Algébriquement

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{rl} 3x+\ \ y=5 & \mid\cdot(-2) \\ 6x+2y=10 & \mid\cdot 1 \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{l} ①' \\ ②' \end{array}\left\{\begin{array}{r} -6x-2y=-10 \\ 6x+2y=10 \\ \hline 0x+0y=0 \end{array}\right.$$

Ceci nous indique que le système répète deux fois la même équation (ce qu'on peut voir en multipliant l'équation ① par 2).
On peut écrire, pour l'ensemble des solutions,

$$\boxed{S=\{(x\ ;\ y)\mid 3x+y=5\}}$$

une infinité de solutions

Exercices 542 à 554

5.4 LA MISE EN ÉQUATIONS D'UN PROBLÈME

Problème Nora dit à Adrien : « Si tu me donnes 5 disques, j'en aurai autant que toi. » Adrien lui répond : « Si c'est toi qui m'en donnes 5, j'en aurai le double de toi. » Combien ont-ils de disques chacun ?

Réslution Choix des inconnues

$x =$ nombre de disques de Nora

$y =$ nombre de disques d'Adrien

Expression des données en fonction des inconues

$x+5 =$ nombre de disques de Nora si le 1er échange a lieu

$y-5 =$ nombre de disques d'Adrien si le 1er échange a lieu

$x-5 =$ nombre de disques de Nora si le 2e échange a lieu

$y+5 =$ nombre de disques d'Adrien si le 2e échange a lieu

Écriture et résolution du système d'équations

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} x+5=y-5 \\ 2\cdot(x-5)=y+5 \end{array}\right.$$

Regroupons dans chaque équation les inconnues dans le membre de gauche, les constantes dans le membre de droite. Le système s'écrit alors :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} x-y=-10 & |\cdot(-1) \\ 2x-y=15 & |\cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} ①' \\ ②' \end{array}\begin{cases} -x+y=+10 \\ \underline{2x-y=15} \\ \quad x=25 \end{cases}$$

Substituons cette valeur de x dans ①' :

$$\begin{aligned} 25-y &= -10 \\ -y &= -35 \\ y &= 35 \end{aligned}$$

Réponse Nora a 25 disques et Adrien en a 35.

Exercices 555 à 579

5.5 LES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À PLUS DE 2 INCONNUES (Section S - NA)

Première méthode : la résolution par addition

Considérons le système suivant :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x-y+2z=0 \\ x-2y+3z=1 \\ 2x-y+z=3 \end{cases}$$

En multipliant certaines des équations par un nombre judicieusement choisi, puis en les additionnant membre à membre, on obtient un système de deux équations à deux inconnues (qu'on sait résoudre).

On trouve ainsi les valeurs qu'il faut donner à ces deux inconnues pour vérifier le système.

En reportant ensuite ces deux valeurs dans une des équations du système, on trouve la valeur qu'il faut donner à la troisième inconnue.

Voici les coefficients par lesquels nous multiplierons les équations :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x-y+2z=0 & |\cdot(+1) & |\cdot(-2) \\ x-2y+3z=1 & |\cdot(-1) & | \\ 2x-y+z=3 & | & |\cdot(+1) \end{cases}$$

Effectuons les calculs indiqués :

$$\begin{array}{r} ① \\ ②' \\ \\ ④ \end{array}\left\{\begin{array}{r} x-y+2z=-1 \\ -x+2y-3z=-1 \\ \hline y-z=-1 \end{array}\right. \qquad \begin{array}{r} ①' \\ ③ \\ \\ ⑤ \end{array}\left\{\begin{array}{r} -2x+2y-4z=0 \\ 2x-y+z=3 \\ \hline y-3z=3 \end{array}\right.$$

On obtient ainsi les deux équations suivantes :

$$\begin{array}{r} ④ \\ ⑤ \end{array}\left\{\begin{array}{ll} y-z=-1 & \mid \cdot(+1) \\ y-3z=3 & \mid \cdot(-1) \end{array}\right. \qquad \begin{array}{r} ④ \\ ⑤' \\ ⑥ \\ \\ \end{array}\left\{\begin{array}{r} y-z=-1 \\ -y+3z=-3 \\ \hline 2z=-4 \\ z=-2 \end{array}\right.$$

Calculons maintenant y en remplaçant z par -2 dans ④ :

$$y-(-2)=-1 \qquad \boxed{y=-3}$$

Calculons enfin x en remplaçant y par -3 et z par -2 dans ① :

$$\begin{aligned} x-(-3)+2\cdot(-2)&=0 \\ x+3-4&=0 \qquad \boxed{x=1} \end{aligned}$$

On dira : la solution du système est le triplet $(\,1\,;\,-3\,;\,-2\,)$.

Seconde méthode : la résolution par substitution

Cette méthode procède par quatre étapes que nous allons décrire en résolvant le système

$$\begin{array}{r} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\left\{\begin{array}{r} x+3y+z=3 \\ 2x+2y+z=8 \\ x+2y-z=0 \end{array}\right.$$

<u>Marche à suivre</u> :

1re étape :	Exprimer une des inconnues en fonction des autres, à partir d'une des équations.

Avec ③, on a : $z=x+2y$.

2e étape :	Remplacer dans les autres équations cette inconnue par l'expression qu'on vient d'obtenir.

Dans ① :
Dans ② :

$$\begin{array}{r} ①' \\ ②' \end{array}\left\{\begin{array}{r} x+3y+(x+2y)=3 \\ 2x+2y+(x+2y)=8 \end{array}\right.$$

3e étape :	Réduire les termes semblables. Résoudre ensuite le système de deux équations à deux inconnues ainsi obtenu.

$$\begin{array}{r} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{ll} 2x+5y=3 & \mid \cdot(+3) \\ 3x+4y=8 & \mid \cdot(-2) \end{array}\right.$$

Solution : par addition, on trouve $\boxed{y=-1}$, puis $\boxed{x=4}$.

4e étape :	Trouver la valeur de la troisième inconnue en remplaçant, dans une des équations du système à résoudre, les valeurs qu'on vient de trouver.

Dans ① : si on remplace x par 4 et y par -1, on trouve :

$$\begin{aligned} 4+3\cdot(-1)+z &= 3 \\ z &= 2 \end{aligned}$$

Solution : la solution du système proposé est le triplet $(\,4\,;\,-1\,;\,2\,)$.

Exercices 580 à 601

Exercices écrits

∇∇∇ EXERCICE 535

Représenter graphiquement l'ensemble

$$\left\{(x;y) \mid 2x-5y=5\right\}.$$

∇∇∇ EXERCICE 536

Représenter graphiquement l'ensemble

$$\left\{(x;y) \mid 5x+2y=7\right\}.$$

∇∇∇ EXERCICE 537

Représenter graphiquement l'ensemble

$$\left\{(x;y) \mid \frac{1}{2}x+4y=6\right\}.$$

∇∇∇ EXERCICE 538

Représenter graphiquement l'ensemble

$$\left\{(x;y) \mid x+2y=0\right\}.$$

∇∇∇ EXERCICE 539

Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 2x-3y&=4 \\ 3x-y&=6 \end{aligned}\right.$

4) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 5x-y&=3 \\ x-y&=3 \end{aligned}\right.$

2) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} -3x+y&=2 \\ x-5y&=-10 \end{aligned}\right.$

5) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} \frac{1}{2}x+3y&=4 \\ -2x+y&=-3 \end{aligned}\right.$

3) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} x-4y&=-3 \\ 3x-2y&=1 \end{aligned}\right.$

6) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 2x-3y&=3 \\ 5x-2y&=2 \end{aligned}\right.$

∇∇∇ EXERCICE 540

Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} \frac{2}{3}x-y&=2 \\ \frac{1}{3}x-2y&=1 \end{aligned}\right.$

4) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 0{,}5x-3y&=4 \\ 2x-\frac{1}{2}y&=\frac{9}{2} \end{aligned}\right.$

2) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} \frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y&=-1 \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y&=1 \end{aligned}\right.$

5) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 2x-\frac{1}{2}y&=4 \\ 4x-y&=8 \end{aligned}\right.$

3) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} x&=-4 \\ 4y+3x&=8 \end{aligned}\right.$

6) $\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 2x-3y&=6 \\ y&=2 \end{aligned}\right.$

∇∇∇ EXERCICE 541

Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 2x-y=-3 \\ 2x-y=3 \end{cases}$

4) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 3x-\frac{1}{2}y=3 \\ 6x-6y=y \end{cases}$

2) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} x=3y-1 \\ -2x+6y=2 \end{cases}$

5) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{1}{5}y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} x-3y=3 \\ -\frac{1}{2}x=2+2y \end{cases}$

6) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{4}y=0 \\ 2x-3y=-8 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 542

On veut résoudre les systèmes d'équations suivants par addition. Quel est le moyen le plus simple de procéder ?

1) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 3x-2y=3 \\ x+2y=-1 \end{cases}$

4) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 4x-3y=2 \\ 2x-5y=3 \end{cases}$

2) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 5x+3y=2 \\ 3x-y=1 \end{cases}$

5) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 2x-\frac{1}{2}y=4 \\ 3x-y=2 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 5x-3y=2 \\ 10x-2y=3 \end{cases}$

6) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 3x-y=3 \\ x+y=4 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 543

Indiquer la méthode la plus simple pour résoudre les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

4) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} x=3y \\ 2x-y=4 \end{cases}$

2) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} x=2y+3 \\ x=y-5 \end{cases}$

5) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} \frac{1}{2}x+3y=\frac{1}{3} \\ x-3y=3 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} y=3 \\ 25x-2y=34 \end{cases}$

6) $\begin{array}{l}① \\ ②\end{array}\begin{cases} y=2x-4 \\ y=3x+1 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 544

Résoudre les systèmes d'équations suivants par addition :

1) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 3x-2y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$

2) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 3x-2y=22 \\ 5x+3y=24 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 4x-3y=-17 \\ 5x+8y=14 \end{cases}$

4) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 2x-y=-12 \\ x+y=-3 \end{cases}$

5) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 7x+4y=9 \\ -2x+3y=14 \end{cases}$

6) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 5x=2y+16 \\ 3y=2x-13 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 545

Résoudre les systèmes d'équations suivants par substitution :

1) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} x=2-y \\ 2x=4-y \end{cases}$

2) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 3x=5y-6 \\ x=y-10 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}y-1 \\ 2x=y-4 \end{cases}$

4) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} y=3x+2 \\ y=x-4 \end{cases}$

5) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} x=3y-7 \\ 2x=4y-6 \end{cases}$

6) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} y=3x \\ y=x-12 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 546

Résoudre les systèmes d'équations suivants par substitution :

1) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 5x-9y=12 \\ x=3y \end{cases}$

2) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 6x=18 \\ 4x+5y=-8 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} x=-3 \\ 2x+3y=9 \end{cases}$

4) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} x-y=11 \\ 2x=3y+25 \end{cases}$

5) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} 5x-2y=1 \\ y=x \end{cases}$

6) $\begin{array}{l}①\\②\end{array}\begin{cases} \dfrac{1}{2}x=11-3y \\ 2x+\dfrac{1}{4}y=-3 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 547

Résoudre les systèmes d'équations suivants :

1) ① ② $\begin{cases} 3x = 12 \\ 3y - x = 17 \end{cases}$

4) ① ② $\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y = 0{,}3 \\ 0{,}6x + 0{,}2y = 1{,}6 \end{cases}$

2) ① ② $\begin{cases} 3x + 2y - 21 = 5y \\ 2y + x - 6 = -2x \end{cases}$

5) ① ② $\begin{cases} x + 3y = 1{,}5 \\ 3x - 4y = -2 \end{cases}$

3) ① ② $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$

6) ① ② $\begin{cases} 4x + 4y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 548

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) ① ② $\begin{cases} 2x - 0{,}5y = 0{,}4 \\ 1{,}2x + 3y = 6 \end{cases}$

2) ① ② $\begin{cases} x + \dfrac{2}{3}y = 7 \\ x - y = -3 \end{cases}$

3) ① ② $\begin{cases} 4x - 3y - 10 = 0 \\ 3x + 4y + 30 = 0 \end{cases}$

4) ① ② $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 5 \\ x + 2y = 22 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 549

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) ① ② $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} = -\dfrac{4}{15} \\ 5x - \dfrac{y}{2} = \dfrac{13}{2} \end{cases}$

2) ① ② $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ \dfrac{x}{2} - y = 9 \end{cases}$

3) ① ② $\begin{cases} \dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y+2}{3} \\ 3x - \dfrac{y}{2} = 10 \end{cases}$

4) ① ② $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 6x - 16 = -4y \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 550

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) ① ② $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = \dfrac{3}{4} \\ x + \dfrac{2y}{3} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

2) ① ② $\begin{cases} 2 \cdot (x + y) = 5 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{3} = 1 \end{cases}$

3) ① ② $\begin{cases} 7x - 5 = 6y + 3 \\ y + 7x = 7y + 12 \end{cases}$

4) ① ② $\begin{cases} \dfrac{7}{3}x + y = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{4}{3}x - 4y = \dfrac{28}{3} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 551

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{x}{5} - \dfrac{3y}{4} = 6 \\ ② \quad \dfrac{x}{6} + \dfrac{y}{4} = \dfrac{11}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① \quad x = 2y \\ ② \quad 3x + 2y = 24 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = -\dfrac{1}{6} \\ ② \quad \dfrac{3x}{5} + \dfrac{y}{4} = -\dfrac{7}{3} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① \quad x + y = 30 \\ ② \quad x = \dfrac{2}{3}y \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 552

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{x+20}{2} + \dfrac{3}{2}y = \dfrac{3x-50}{2} - (y+15) \\ ② \quad x - y = 29 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{x+2}{4} - \dfrac{y-2}{12} = \dfrac{5}{4} \\ ② \quad 3x - y = 7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{5}{x} - \dfrac{3}{y} = \dfrac{1}{xy} \\ ② \quad \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{7}{xy} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{5y-x}{3} = 5 \\ ② \quad \dfrac{4y+3x}{4} = 2y - \dfrac{1}{4} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 553

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{1}{2}x - \dfrac{2\cdot(y-2)}{7} = 3 \\ ② \quad 5\cdot(\dfrac{1}{5}y + \dfrac{3}{4}x) = -\dfrac{y}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{x+y}{8} + \dfrac{x-y}{6} = 5 \\ ② \quad \dfrac{x+y}{4} - \dfrac{x-y}{3} = 10 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{1}{3}x + 0{,}3y = 2 \\ ② \quad \dfrac{5}{6}x + \dfrac{3}{4}y - 4 = 6 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{x+1}{y} = \dfrac{1}{4} \\ ② \quad \dfrac{x}{y+1} = \dfrac{1}{5} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 554

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{12} = \dfrac{7}{14} \\ ② \quad \dfrac{x}{3} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{4}{8} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① \quad x + y = -\dfrac{9}{4} \\ ② \quad 2x + 3y = -\dfrac{27}{4} \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{5x-3}{4} - \dfrac{3x-19}{4} = 2 + \dfrac{3y+x}{6} \\ ② \quad \dfrac{9x-7}{8} - \dfrac{4x-5y}{16} = \dfrac{4x+y-9}{4} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① \quad \dfrac{15x+8y}{8} = 45 - \dfrac{1}{8} \\ ② \quad \dfrac{25x-12y}{25} = 10 - \dfrac{19}{25} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 555

Soient deux nombres. Si on ajoute au premier nombre 3 fois le second, on obtient 90. Mais si on ajoute au second nombre 3 fois le premier, on trouve 70. Quels sont ces nombres ?

∇∇∇ EXERCICE 556

Soient deux nombres. En retranchant au premier nombre le double du second, on obtient 21. En ajoutant au second nombre le tiers du premier, on trouve 27. Quels sont ces nombres ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 557**

Soient deux nombres. Si on ajoute au premier les $\frac{3}{4}$ du second, on obtient 14. Mais si on retranche au triple du second les $\frac{3}{10}$ du premier, on obtient la fraction $\frac{69}{2}$. Quels sont ces deux nombres ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 558**

Le quotient de deux nombres est 3 et leur différence est 50. Quels sont ces nombres ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 559**

Dans ma tirelire, j'ai des pièces de 2 fr. et des pièces de 5 fr., soit 15 pièces en tout. Combien ai-je de pièces de chaque sorte, sachant que j'ai 54fr.?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 560**

J'ai dans mon porte-monnaie des pièces de 2 fr. et des pièces de 1 fr., soit 21 pièces en tout. Si les pièces de 2 fr. étaient remplacées par des pièces de 1 fr. et inversement, j'aurais 3 fr. de moins. Combien ai-je ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 561**

Il y a 6 ans, Jean avait 4 fois l'âge de Marie. Dans 4 ans, Jean aura 2fois l'âge de Marie. Quel âge ont-ils maintenant ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 562**

Alexia dit à Christel : « Dans 5 ans, j'aurai 5 fois le quart de ton âge actuel. » Et Christel de lui répondre : « Tiens, tu n'as que 5 ans de plus que moi ! » Calculer l'âge des deux amies.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 563**

Charles a 10 ans de plus que Diana. Dans 5 ans, Diana aura les $\frac{2}{3}$ de l'âge de Charles. Déterminer l'âge de Charles et celui de Diana.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 564**

Si on diminuait de 3 cm la grande diagonale d'un losange et si on augmentait la petite de 1 cm, l'aire diminuerait de 7 cm^2. Si on augmentait la grande diagonale de 4 cm et si on diminuait la petite de 3 cm, l'aire diminuerait de 12cm^2. Calculer les dimensions de ce losange.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 565**

Si on augmentait de 3 m la largeur d'un rectangle et si on diminuait d'autant sa longueur, l'aire ne changerait pas. Si on augmentait la longueur de 5 m et si on diminuait la largeur de 3 m, l'aire augmenterait de 16 m^2. Quelles sont les dimensions du rectangle ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 566**

La largeur d'une piscine rectangulaire est égale aux $\frac{3}{4}$ de sa longueur. Cette piscine est entourée d'une allée large de 3 m, d'une aire de 246 m^2. Calculer les dimensions de la piscine.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 567**

Calculer les dimensions d'un rectangle, sachant que sa diagonale mesure 30dm et que sa largeur est égale aux $\frac{3}{4}$ de sa longueur.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 568**

Calculer la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite qui passe par l'origine et par le point $(-2;-6)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 569**

Calculer la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite qui passe par les points $A(-1;-1)$ et $B(7;3)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 570**

La droite d_1 passe par les points $(3;0)$ et $(-3;-2)$. La droite d_2 est parallèle à d_1 et passe par le point $(-1;4)$. Calculer la pente et l'ordonnée à l'origine de d_2.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 571**

Un paysan vend pour 80 fr. le mètre carré deux terrains carrés non contigus. Un des terrains mesure 75 m^2 de plus que l'autre. La somme des périmètres est de 100 m. Quel est le prix de chaque terrain ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 572**

Un rectangle a 76 cm de périmètre. Si sa largeur était diminuée de 3 cm et sa longueur augmentée de 1 cm, son aire diminuerait de 65 cm^2 . Calculer les dimensions de ce rectangle.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 573**

On demande de calculer la pente et l'ordonnée à l'origine des droites d_1 et d_2, sachant que

- d_1 et d_2 sont parallèles,
- l'ordonnée à l'origine de d_2 est le triple de celle de d_1,
- d_1 passe par le point $(2;2)$ et d_2 passe par le point $(-6;0)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 574**

Un nombre est formé de deux chiffres. Le chiffre des unités est le double de celui des dizaines. Le nombre, lu à rebours, dépasse de 36 le nombre cherché. Trouver ce nombre.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 575**

Un nombre est formé de quatre chiffres. Le chiffre des dizaines est le double de celui des unités. La somme de ses chiffres est 18. Le nombre ne change pas si on le lit de droite à gauche. Quel est ce nombre ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 576**

Trouver un nombre de deux chiffres, sachant qu'il est égal au quadruple de la somme de ses chiffres et que le chiffre des unités dépasse de 3 le chiffre des dizaines.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 577**

Un monsieur, ne voulant ni avouer son âge ni mentir, dit : « Si je vivais jusqu'à 100 ans, les $\frac{3}{4}$ du $\frac{1}{3}$ des années qui me resteraient à vivre surpasseraient de 3 ans le $\frac{1}{3}$ des $\frac{5}{8}$ de mon âge. » Quel âge a-t-il ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 578**

Un enfant achète 26 rails pour son train électrique. Il achète des rails courbes et des rails droits. Un rail courbe coûte 4,40 fr. et un rail droit 3,30 fr. Combien a-t-il acheté de rails de chaque sorte, sachant qu'il a dépensé 97,90fr.?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 579**

Un nombre formé de deux chiffres consécutifs est supérieur de 1 au quintuple de la somme de ses chiffres. Quel est ce nombre ?

Exercices écrits (Section S-NA)

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 580**

Résoudre les systèmes suivants par addition :

1) $\begin{cases} x-2y+5z=15 & ① \\ 2x+3y-z=-6 & ② \\ 3x+2y+4z=7 & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x-y+3z=1 & ① \\ -z+y+3x=2 & ② \\ y+x-2z=1 & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2u+v=1+\frac{1}{2}w & ① \\ 10u-6v=16-2w & ② \\ 2w-v=3-2u & ③ \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2u+v=1+\frac{1}{2}w & ① \\ 10u-6v=16-2w & ② \\ 2w-v=3-2u & ③ \end{cases}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 581**

Résoudre les systèmes suivants par substitution :

1) $\begin{cases} x=3-y-z & ① \\ 4x=5y-1 & ② \\ -5+3x=-2y & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} x-y=7 & ① \\ x+z=6 & ② \\ x-2z+3y=48 & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x}{y}=-\frac{1}{3} & ① \\ \frac{y}{z}=-3 & ② \\ x+y+z=1 & ③ \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2u+v=1+\frac{1}{2}w & ① \\ 10u-6v=16-2w & ② \\ 2w-v=3-2u & ③ \end{cases}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 582**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x+y+z=6 & ① \\ 3x+2y-z=4 & ② \\ 5x+3y-2z=5 & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x-5y+2z=26 & ① \\ 2x+3y-5z=11 & ② \\ 7x-9y-3z=63 & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y+z=1 & ① \\ 2x-y+z=5 & ② \\ 3x+2y+z=24 & ③ \end{cases}$

4) $\begin{cases} x-y+z=7 & ① \\ x+y-z=1 & ② \\ -x+y+z=3 & ③ \end{cases}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 583**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x-y+11=0 & ① \\ 2y+z+6=-3x & ② \\ -7+x=-y-z & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x+3=\frac{7}{2}+\frac{z}{2} & ① \\ 7x-3z=2-2y & ② \\ 3x-5y+4z=5 & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} 4x+z=0 & ① \\ -5z+6y=12 & ② \\ -4+2x+3y=z & ③ \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x+y=4 & ① \\ 3x-y+2z=7 & ② \\ x+y=3 & ③ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 584

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} 0{,}3x+0{,}3z=1{,}2 & ① \\ 0{,}1x-0{,}1z=0{,}8 & ② \\ 0{,}5x+0{,}6y-0{,}3z=6 & ③ \end{cases}$
2) $\begin{cases} -w+x-2=0 & ① \\ w+7=0 & ② \\ w+y-x=0 & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} -y+z=-2 & ① \\ x=5-y & ② \\ 3z=2y & ③ \end{cases}$
4) $\begin{cases} -y+z=6 & ① \\ 2x+2z=18 & ② \\ 100x+100z=400 & ③ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 585

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x-y+z=16 & ① \\ x+y-z=6 & ② \\ -x+y+z=-2 & ③ \end{cases}$
2) $\begin{cases} x+y=z-5 & ① \\ z-5=y & ② \\ y=2x+z+y-1 & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{1}{4}x+\frac{1}{4}y=4 & ① \\ x-5=-z & ② \\ 2y+2z=14 & ③ \end{cases}$
4) $\begin{cases} \frac{1}{2}x-7=-z-\frac{1}{2}y & ① \\ 6x+3y+3z=9 & ② \\ x-7+2y=-z & ③ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 586

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x+y-2z=3 & ① \\ 3x+2y-z=12 & ② \\ 8x-3y-6z=-18 & ③ \end{cases}$
2) $\begin{cases} x+y+z=18 & ① \\ 3x+y+z=22 & ② \\ x+y-6z=-17 & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-y+2z=0 & ① \\ x-2y+3z=1 & ② \\ 2x-2y+z=3 & ③ \end{cases}$
4) $\begin{cases} x+y=16 & ① \\ x+z=11 & ② \\ 2y-z=15 & ③ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 587

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x+y+z=13 & ① \\ 2y-z=0 & ② \\ x-y=1 & ③ \end{cases}$
2) $\begin{cases} \dfrac{2z+y}{x-y}=\dfrac{5}{7} & ① \\ \dfrac{z-x}{5x+y}=\dfrac{3}{5} & ② \\ \dfrac{z+1}{y+10x}=\dfrac{2}{3} & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+2y+4z=8 & ① \\ 2x+3y+5z=12 & ② \\ 3x+11y+7z=20 & ③ \end{cases}$
4) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{x+2y}=\dfrac{7}{11} & ① \\ \dfrac{3y+4z}{x+2y}=\dfrac{4}{11} & ② \\ x+y+z=5 & ③ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 588

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} q = 2 - p & ① \\ 11 + 3q = 2r & ② \\ \frac{2}{5}p + r = 3 & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = -3z & ① \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{5} - 4z = 4 & ② \\ 2x - 18 = -\frac{9y}{5} + 3z & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 18 - z & ① \\ \frac{2}{3} = \frac{x}{y} & ② \\ \frac{2}{y+z} = \frac{1}{x} & ③ \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{x}{3} + 2y + z = 1 & ① \\ \frac{-3z}{5} - \frac{3}{2} = -\frac{4x}{5} - y & ② \\ z = -x + \frac{4}{3}y & ③ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 589

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} a + b + c = 30 & ① \\ \frac{a}{3} = \frac{b}{5} & ② \\ \frac{a}{3} = \frac{c}{2} & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = -\frac{2}{3} & ① \\ \frac{1}{x} = -\frac{2}{3} + \frac{1}{z} & ② \\ -\frac{1}{y} = -\frac{1}{6} - \frac{1}{x} & ③ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 590

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} 5a - 2 \cdot (2b - c) + 5 = 2 & ① \\ a + c + 2 = 2 \cdot (b + 1) & ② \\ 3a + 5b - 3c = -14 & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 4y = 6 & ① \\ \frac{1}{2}x + 3y = \frac{11}{2} & ② \\ \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}z = 6 & ③ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 591

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4u = -8 & ① \\ -4x + y - 2z + 3u = 6 & ② \\ 3x - 4y + z - 2u = -8 & ③ \\ 2x - 3y + 4z - u = 2 & ④ \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x - 3z + u = 10 & ① \\ 5y + z - 4u = 1 & ② \\ 3y + u = 17 & ③ \\ x + 2y + 3u = 25 & ④ \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x - 2z = 18 & ① \\ 3y + 4u = 9 & ② \\ -5x + 6u = 5 & ③ \\ 2x + 3u = 8 & ④ \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y + 2z + u = 3 & ① \\ 2y + 3z + 4u = 4 & ② \\ 5z - 6u = 2 & ③ \\ 4u = 1 & ④ \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 592

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} 2v+2x-3w-y=-3 & ① \\ v+w+x=4 & ② \\ 2v-w=-4 & ③ \\ v+w=1 & ④ \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{y}{4}-z=\frac{45}{4} & ① \\ u+z+y+x=12 & ② \\ \frac{3}{2}x+y-\frac{1}{2}z=\frac{35}{2} & ③ \\ 3z-2y+25=-x & ④ \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 593**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} 0{,}1x-0{,}1y+0{,}2z=0{,}1+0{,}1u & ① \\ x+y=-(z+2) & ② \\ 2u-z+(x+y)=0 & ③ \\ 3x-\frac{4y-8z}{2}=7-u & ④ \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{2}{3}x+\frac{y}{2}=\frac{z}{3}-2u & ① \\ x+\frac{1}{2}z+\frac{5u}{2}=\frac{1+y}{2} & ② \\ \frac{x}{6}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}-\frac{u}{2}=-1 & ③ \\ u-\frac{1}{2}+\frac{z}{2}=-\frac{3}{2}x-\frac{y}{4} & ④ \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2w+y=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}x & ① \\ 10-6z=-2x-4y & ② \\ y+z-v=5 & ③ \\ 4-\frac{w}{2}=\frac{1}{2}\cdot(z-3v) & ④ \\ x+z+w=1 & ⑤ \end{cases}$

4) $\begin{cases} 6x-4y=10 & ① \\ -5+2u=y & ② \\ 3z=-6x & ③ \\ \frac{1}{2}y=\frac{3}{2}+z & ④ \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 594**

Une épicière m'a offert des assortiments préparés pour une salade de fruits :

- 1er assortiment : 3 pommes, 4 oranges, 1 poire : 3,70 fr.
- 2e assortiment : 3 pommes, 5 oranges, 1 poire : 4,10 fr.
- 3e assortiment : 3 pommes, 4 oranges, 2 poires : 4,30 fr.
- Calculer mentalement le prix d'une pomme, d'une orange et d'une poire.
- Écrire un système de 3 équations à 3 inconnues et indiquer la méthode la plus simple pour le résoudre.

∇∇∇ **EXERCICE 595**

Un père donne 6630 fr. à ses trois enfants. Le premier reçoit le double du deuxième et 1870 fr. de plus que le troisième. Calculer la part de chacun.

∇∇∇ **EXERCICE 596**

Partager 2250 fr. entre trois personnes, de telle manière que la part de la deuxième soit les $\frac{3}{2}$ de la part de la première et que la part de la troisième soit le double de celle de la première.

∇∇∇ **EXERCICE 597**

Trouver un nombre de trois chiffres, sachant que la somme de ses chiffres est 13, que le chiffre des dizaines est le double de celui des centaines, enfin que le nombre, lu à rebours, dépasse de 99 le nombre cherché.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 598**

Trouver un nombre de trois chiffres, sachant que la somme de ses chiffres est 18, que le chiffre des dizaines est les $\frac{4}{5}$ de la somme des deux autres et que ce nombre surpasse de 396 le nombre renversé.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 599**

Pour chacun des nombres ci-dessous, rédiger un problème qui conduit à un système d'équations dont la résolution permet de découvrir ce nombre :

1) 345

2) 1 234

3) 2 468

4) 86 421

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 600**

Avec son vélomoteur, un adolescent atteint les vitesses suivantes :

- 30 km/h en terrain plat,
- 20 km/h en montée,
- 40 km/h en descente.

Pour aller d'une ville A à une ville B, distantes de 90 km, il met 3 h. Pour revenir de B à A, il lui faut 3 h 30 min. Calculer les longueurs des montées, des descentes et du terrain plat entre A et B.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 601**

Un capital A placé à 3 % pendant 2 ans a rapporté le même intérêt qu'un capital B, placé à 4,5 % pendant 20 mois. Trouver les capitaux A et B, ainsi que l'intérêt produit par chacun, sachant que la somme des capitaux est de 36 000 fr.

Exercices de développements

∇∇∇ **EXERCICE 602**

Déterminer un nombre de six chiffres, sachant que

- il ne change pas si on le lit à rebours,
- la somme de ses chiffres est 18,
- le chiffre des dizaines est le double du chiffre des milliers,
- la somme du nombre formé par les deux derniers chiffres et de celui formé par les deux premiers chiffres est 77.

∇∇∇ **EXERCICE 603**

Les côtés d'un triangle mesurent 56 cm, 39 cm et 25 cm. Calculer l'aire de ce triangle. (Indication : calculer la hauteur relative au côté de 56 cm.)

EXERCICE

Dans un triangle ABC, rectangle en A, $\frac{BC}{AC} = \frac{17}{8}$ et $AC + BC = 25a$, où a est un nombre.
Calculer l'aire et le périmètre de ce triangle en fonction de a.

∇∇∇ **EXERCICE 604**

Trouver des nombres x, y et z qui satisfont ces trois conditions :

① $x \cdot y = \dfrac{2}{3}x$ ② $\dfrac{2}{3}x = \dfrac{1}{3}z$ ③ $\dfrac{3}{2}y - z + \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{3}z.$

∇∇∇ **EXERCICE 605**

Déterminer les dimensions d'un parallélépipède rectangle, sachant que la somme des longueurs de ses arêtes est de 48 cm, que l'aire totale de ses faces est de 94cm^2 et que son volume est de 60 cm^3.

La résolution de ce problème peut paraître trop difficile. On peut alors essayer de trouver trois entiers dont la somme est 12 et le produit 60.

∇∇∇ **EXERCICE 606**

Déterminer a, b et c pour que la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points $A(3;10)$, $B(-2;20)$ et $C(5;48)$.

∇∇∇ **EXERCICE 607**

Déterminer a, b et c pour que la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points $A(0;-5)$, $B(-2;3)$ et $C(\dfrac{1}{2};-\dfrac{5}{4})$.

∇∇∇ **EXERCICE 608**

1. Résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 3F-2U&=-4 \\ 8F+4U&=36 \end{aligned}\right. \qquad F= \qquad U=$$

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 5I+4S&=40 \\ 2I-3S&=16 \end{aligned}\right. \qquad I= \qquad S=$$

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 3T-2C&=15 \\ T-C&=4 \end{aligned}\right. \qquad T= \qquad C=$$

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} L+H&=10 \\ 3L-5H&=22 \end{aligned}\right. \qquad L= \qquad H=$$

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\left\{\begin{aligned} 2E-3R&=0 \\ 5E-7R&=2 \end{aligned}\right. \qquad E= \qquad R=$$

2. Remplacer chaque chiffre par la lettre qui lui correspond pour déchiffrer le message :

4 6 2 9 6 3 1 8 4 6 7 4 6 5 0 0 8 4