Chapitre 1

Les ensembles de nombres

Théorie

1.1 Les ensembles de nombres

1.1.1 L'ENSEMBLE $\mathbb{N}$

Comme dans le manuel de 8e , nous utiliserons les notations:

$\mathbb{N} = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;\ldots\}$ ($\mathbb{N}$ est appelé l'ensemble des entiers naturels, ou encore l'ensemble des nombres naturels)

$\mathbb{N}^* = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;\ldots\}$ ($\mathbb{N}$ est appelé l'ensemble des entiers positifs, ou encore l'ensemble des nombres naturels positifs).

Chaque fois qu'on additionne deux entiers naturels, leur somme est un entier naturel. Par exemple,

$$7 \in \mathbb{N}$$

$$9 \in \mathbb{N}$$

$$7+9=16 \quad \text{et} \quad 16 \in \mathbb{N}.$$

Mais si on soustrait un entier naturel d'un autre, leur différence n'est pas forcément un entier naturel. Par exemple,

$$\begin{gathered} 7 \in \mathbb{N} \\ 9 \in \mathbb{N} \\ \text{mais} \qquad 7-9=-2 \quad \text{et} \quad -2 \notin \mathbb{N}. \end{gathered}$$

1.1.2 DE $\mathbb{N}$ VERS $V\mathbb{Z}$

L'exemple qu'on vient de voir ($7-9=-2$) montre que la soustraction n'est pas toujours possible dans $\mathbb{N}$.

On « étend » alors $\mathbb{N}$ à l'ensemble des **entiers relatifs**, qu'on désigne par $\mathbb{Z}$:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots\ ;\ -2\ ;\ -1\ ;\ 0\ ;\ +1\ ;\ +2\ ;\ +3\ ;\ ...\}.$$

On a alors: $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

La somme, le produit, la différence de deux entiers relatifs est encore un entier relatif.

Mais si on divise un entier relatif par un autre, leur quotient n'est pas forcément un entier relatif. Par exemple,

$$\begin{aligned} -3 &\in \mathbb{Z} \\ +4 &\in \mathbb{Z} \\ \text{mais} \quad (-3) : (+4) = -0{,}75 \text{ et } -0{,}75 &\notin \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

1.1.3 DE $\mathbb{Z}$ VERS $\mathbb{Q}$

L'exemple $(-3) : (+4) = -0{,}75$ montre que la division n'est pas toujours possible dans $\mathbb{Z}$.

On « étend » alors $\mathbb{Z}$ à l'ensemble des **nombres rationnels**, qu'on désigne par $\mathbb{Q}$.

Un **nombre rationnel** est le quotient de deux entiers. On peut l'écrire sous la forme d'une fraction $\dfrac{a}{b}$ (avec a et b entiers et $b \neq 0$).

On peut aussi écrire un nombre rationnel en base 10.

Lorsqu'on écrit un nombre rationnel en base 10, son écriture est finie, ou illimitée et périodique.

Et tout nombre dont l'écriture en base 10 est finie, ou illimitée et périodique est un nombre rationnel (c'est-à-dire qu'il peut aussi s'écrire sous la forme d'une fraction).

Voici quelques exemples de nombres avec une écriture finie en base 10 :

$0{,}3 = \dfrac{3}{10}$ $\qquad 0{,}6 = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$ $\qquad 0{,}5 = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$ $\qquad 0{,}75 = \dfrac{75}{100} = \dfrac{3}{4}$

(**Rappel :**Un nombre qui a une écriture finie en base 10 s'appelle un **nombre décimal**.)

Et voici quelques exemples de nombres avec une écriture illimitée et périodique en base 10 :

$0{,}\overline{3} = \dfrac{1}{3}$ $\qquad 0{,}\overline{6} = \dfrac{2}{3}$ $\qquad 0{,}1\overline{6} = \dfrac{1}{6}$ $\qquad 0{,}\overline{36} = \dfrac{4}{11}$

(en surlignant des chiffres, on indique qu'ils se répètent indéfiniment).

$\boxed{\text{Exercices 1 à 6}}$

Remarques

1) On a: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

2) Dans la vie courante, une écriture comme $5\frac{1}{4}$ représente

$$5+\frac{1}{4}=\frac{20}{4}+\frac{1}{4}=\frac{21}{4}.$$

Cette écriture explicite le plus grand entier contenu dans une fraction.
Cette écriture n'est pas employée en mathématiques.

1.1.4 DE $\mathbb{Q}$ VERS $\mathbb{R}$

Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels, c'est-à-dire qui ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers, et $b \neq 0$.

Ce sont les nombres dont l'écriture en base 10 est illimitée et non périodique.

Par exemple, on démontre en mathématiques que les écritures en base 10

de π	$\pi = 3{,}14159265\ldots$
de $\sqrt{2}$	$\sqrt{2} = 1{,}414213\ldots$
de $\sqrt{\frac{3}{7}}$	$\sqrt{\frac{3}{7}} = 0{,}65465367\ldots$

sont illimitées et non périodiques. Donc π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{\frac{3}{7}}$ ne sont pas des nombres rationnels.

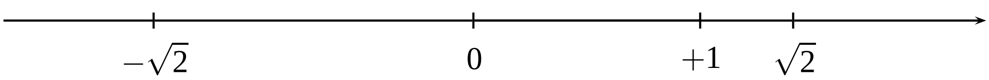
On étend alors $\mathbb{Q}$ à l'ensemble des **nombres réels**, qu'on désigne par $\mathbb{R}$.

$\mathbb{R}$ est l'ensemble de tous les nombres qui peuvent s'écrire en base 10.

$\boxed{\text{Exercices 7 à 10}}$

Remarques

1) On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
2) L'ensemble des nombres réels peut être représenté par l'ensemble des points d'une droite orientée, sur laquelle on a choisi un point origine « 0 » et un point unité « 1 ».



1.1.5 RÉSUMÉ DES PROPRIÉTÉS DES OPÉRATIONS DANS $\mathbb{R}$

PROPRIÉTÉS	ADDITION	MULTIPLICATION	SOUS-TRACTION	DIVISION
OPÉRATION INTERNE pour tous réels a, b	$a+b \in \mathbb{R}$	$a \cdot b \in \mathbb{R}$	$a-b \in \mathbb{R}$	$a : b \in \mathbb{R}$ si $b \neq 0$
COMMUTATIVITÉ pour tous réels a, b, c	$a+b=b+a$	$a \cdot b = b \cdot a$	–	–
ASSOCIATIVITÉ pour tous réels a, b, c	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	–	–
ÉLÉMENT OPPOSÉ pour tout réel a	$a+(-a)=(-a)+a=0$	–	–	–
ÉLÉMENT INVERSE pour tout réel $a \neq 0$	–	$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$	–	–
pour tout réel a	$a+0=0+a=a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	–	–
pour tout réel a	–	$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	–	–

En plus, pour tous nombres réels a, b, c on a la propriété de distributivité:

$$\boxed{\begin{array}{rcl} a \cdot (b+c) & = & a \cdot b + a \cdot c \\ \text{et} & & \\ a \cdot (b-c) & = & a \cdot b - a \cdot c \end{array}}$$

ATTENTION On ne divise pas par 0. Par exemple, $\frac{5}{0}$ n'est pas défini.

Exercices 11 à 22

1.2 LES PUISSANCES

1.2.1 RAPPEL DE 8^e^ : PUISSANCES D'EXPOSANT POSITIF

Une puissance est un produit dont tous les facteurs sont égaux.

Par exemple, $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$ est le produit de 4 facteurs, tous égaux à $\frac{2}{3}$.

La notation « puissance » permet d'écrire plus brièvement ce produit:

on note $$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

ce qui se lit : « deux tiers à la puissance quatre »
ou plus simplement : « deux tiers puissance quatre ».

D'une manière générale, si a est un nombre quelconque et si n est un entier, avec $n > 0$, on note:

$$\boxed{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ facteurs}} = a^n}$$

On appelle a^n « la puissance n^{e} de a ». Le symbole a^n se lit:
« a puissance n ».

Dans le symbole a^n

- l'entier n s'appelle l'exposant
- le nombre a s'appelle la base.

Dans les exemples suivants, l'exposant est chaque fois un entier positif. On parle dans ce cas de « puissances d'exposant positif » :

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$
$$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^3$$
$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5.$$

Remarques

1) Par définition, on écrit: $a^0 = 1$, si $a \neq 0$ (0^0 n'est pas défini).
2) $a^1 = a$ (on n'écrit pas l'exposant 1).
3) La puissance 2ème d'un nombre s'appelle le **carré** de ce nombre.
   La puissance 3ème d'un nombre s'appelle le **cube** de ce nombre.

1.2.2 PROPRIÉTÉS DES PUISSANCES D'EXPOSANT POSITIF

Produit de puissances d'un même nombre

On a vu en 8^{e} que si a est un nombre et si m et n sont des entiers avec $m > 0$ et $n > 0$, alors

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

Exemples $2^4 \cdot 2^3 = 2^7$ $\quad (0{,}6)^5 \cdot (0{,}6)^4 = (0{,}6)^9$

Quotient de puissances d'un même nombre

Calculons le quotient $\frac{5^7}{5^4}$. On a:

$$\frac{5^7}{5^4} = \frac{5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5}{5\cdot5\cdot5\cdot5}$$

et en simplifiant la fraction de droite, on voit que

$$\frac{5^7}{5^4} = 5\cdot5\cdot5$$

$$\text{c'est-à-dire que} \qquad \frac{5^7}{5^4} = 5^3.$$

C'est un exemple de la règle suivante: si a est un nombre avec $a \neq 0$ et si m et n sont des entiers positifs avec $m > n > 0$, alors

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$$

Si on prend $a = 5$, $m = 7$ et $n = 4$, on retrouve l'exemple précédent. Voici d'autres exemples:

$$\frac{(-6)^5}{(-6)^2} = (-6)^3 \qquad \frac{4^8}{4^3} = 4^5$$

Puissance d'un produit

Calculons $(2\cdot5)^3$. On a:

$$(2\cdot5)^3 = (2\cdot5)\cdot(2\cdot5)\cdot(2\cdot5)$$

ce qu'on peut écrire aussi:

$$(2\cdot5)^3 = 2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5$$

ou encore:

$$(2\cdot5)^3 = 2^3\cdot5^3.$$

Cet exemple illustre la règle suivante: si a et b sont des nombres et si n est un entier positif ($n > 0$), alors

$$\boxed{(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n}$$

L'exemple ci-dessus s'obtient en prenant $a = 2$, $b = 5$ et $n = 3$.

Voici encore deux exemples:

$$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^5 \qquad (3\cdot\frac{3}{5})^2 = 3^2\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2$$

Puissance d'une puissance

Calculons $(2^4)^3$. On a:

$$(2^4)^3 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4$$

ce qu'on peut aussi écrire:

$$(2^4)^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$$

ou plus brièvement:

$$(2^4)^3 = 2^{12}.$$

C'est un exemple de la règle suivante: si a est un nombre et si m et n sont des entiers positifs ($m > 0$ et $n > 0$), alors

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$$

En prenant $a = 2$, $m = 4$ et $n = 3$, on retrouve l'exemple ci-dessus. Donnons encore deux exemples:

$$(7^5)^3 = 7^{15} \qquad (\pi^2)^4 = \pi^8$$

1.2.3 PUISSANCES D'EXPOSANT NÉGATIF OU NUL

Rappelons d'abord que, par définition,

$$\boxed{a^0 = 1 \quad \text{si} \quad a \neq 0}$$

On peut aussi définir les puissances d'exposant négatif. Voici comment: si a est un nombre avec $a \neq 0$ et si n est un entier positif ($n > 0$), on écrit, par définition,

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{si} \quad a \neq 0}$$

Par exemple,

$$5^{-1} = \frac{1}{5} \qquad \pi^{-2} = \frac{1}{\pi^2}$$

Les mathématiciens ont démontré qu'avec ces deux définitions, les formules du paragraphe précédent restent vraies avec des exposants positifs, négatifs ou nuls.

On a donc, si a est un nombre ($a \neq 0$) et si m et n sont des entiers:

$$\boxed{\begin{array}{rcl} a^m \cdot a^n & = & a^{m+n} \\ \dfrac{a^m}{a^n} & = & a^{m-n} \\ (a \cdot b)^n & = & a^n \cdot b^n \\ (a^m)^n & = & a^{m \cdot n} \end{array}}$$

Voici deux exemples de chacune de ces règles:

$2^5 \cdot 2^{-3} = 2^2$ $\qquad$ $10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{-2}$

$\dfrac{(0{,}4)^2}{(0{,}4)^5} = (0{,}4)^{-3} = \dfrac{1}{(0{,}4)^3}$ $\qquad$ $\dfrac{\pi^3}{\pi^5} = \pi^2 = \dfrac{1}{\pi^2}$

$(3 \cdot 11)^2 = 3^2 \cdot 11^2$ $\qquad$ $(5 \cdot 9)^{-2} = 5^{-2} \cdot 9^{-2}$

$(4^{-2})^3 = 4^{-6}$ $\qquad$ $(5^3)^{-1} = 5^{-3}$

1.2.4 LES PUISSANCES DE 10

Les puissances de 10 sont souvent utilisées par les scientifiques pour exprimer des nombres très grands ou très petits. L'exposant est un nombre entier positif, négatif ou nul.

Exemples

$$\begin{aligned}
10^3 &= 1000\\
10^2 &= 100\\
10^1 &= 10\\
10^0 &= 1\\
10^{-1} &= \frac{1}{10^1} = 0{,}1\\
10^{-2} &= \frac{1}{10^2} = 0{,}01\\
10^{-3} &= \frac{1}{10^3} = 0{,}001
\end{aligned}$$

On observe que

$$\boxed{10^n = 1\underbrace{0.....0}_{n\text{zéros}} \quad \text{si} \quad n > 0}$$

et que

$$\boxed{10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{0.....01}_{\substack{n\text{ chiffres}\\ \text{après}\\ \text{la virgule}}} \quad \text{si} \quad n > 0}$$

Voici quelques exemples de calculs avec des puissances de 10:

$$\begin{aligned}
10^2 \cdot 10^3 &= 10^5 = 100000\\
10^{-3} \cdot 10^{-2} &= 10^{-5} = 0{,}00001\\
10^7 \cdot 10^{-3} &= 10^4 = 10000\\
\frac{10^4}{10^7} &= 10^{-3} = 0{,}001
\end{aligned}$$

Exercices 23 à 39

1.3 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES

1.3.1 RAPPEL DE 8^{e} : RACINES CARRÉES

Il existe un nombre positif dont le carré est égal à 49. Ce nombre est 7, puisque $7^2 = 49$. On peut écrire :

$$six > 0etx^2 = 49,alorsx = 7.$$

On dit que 7 est **la racine carrée** de 49 et on écrit : $\sqrt{49} = 7$.

Plus généralement, la racine carré d'un nombre positif a est **le nombre positif** x, tel que $x^2 = a$. La racine carrée de a se note: $\sqrt{a}$.

Un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

La racine carrée de 0 est 0.

Exemples $\sqrt{144} = 12$ $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$

Remarque Il ne faut pas confondre les deux problèmes suivants :

« calculer la racine carrée de 49 »

et

« trouver les nombres x tels que $x^2 = 49$. »

En effet, il existe **deux** nombres x, tels que $x^2 = 49$. Ces deux nombres sont 7 et -7. On dira :

« 7 et -7 sont les solutions de l'équation $x^2 = 49$ ».

Mais la racine carrée de 49, c'est 7, car une racine carrée est un nombre **positif**.

1.3.2 RACINES CUBIQUES

Il existe un nombre dont le cube est égal à 64. Ce nombre est 4, car $4^3 = 64$.

On dit que 4 est **la racine cubique** de 64 et on écrit: $\sqrt{64} = 4$.

Il existe aussi un nombre dont le cube est égal à -27. Ce nombre est -3, puisque $(-3)^3 = -27$.

On dit que -3 est **la racine cubique** de -27 et on écrit : $\sqrt{-27} = -3$.

Plus généralement, la racine cubique d'un nombre a (positif, négatif ou nul) est le nombre x tel que $x^3 = a$. La racine cubique de a se note : $\sqrt{a}$.

La racine cubique de 0 est 0.

1.3.3 RÈGLES DE CALCUL

Racines carrées

$$\boxed{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{si} \quad a \geq 0 \quad \text{et} \quad b \geq 0}$$

Exemples

$$\sqrt{4\cdot 9} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{9} = 2\cdot 3 = 6 \qquad \sqrt{3}\cdot\sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{16\cdot 25} = \sqrt{16}\cdot\sqrt{25} = 4\cdot 5 = 20 \qquad \sqrt{3}\cdot\sqrt{7} = \sqrt{21}$$

$$\boxed{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{si} \quad a \geq 0 \quad \text{et} \quad b > 0}$$

Exemples

$$\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}} = \frac{7}{4} \qquad \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8} \qquad \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15}{5}} = \sqrt{3}$$

Remarque Un calcul simple permet de vérifier que

$$\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$$

et que

$$\sqrt{100-36} \neq \sqrt{100} - \sqrt{36}$$

Plus généralement,

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \text{si} \quad a > 0 \quad \text{et} \quad b > 0$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad \text{si} \quad a > 0, b > 0 \quad \text{et} \quad a > b$$

Racines cubiques

Comme pour les racines carrées, on a :

$$\boxed{\begin{array}{rcl} \sqrt[3]{a\cdot b} & = & \sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b} \\ \sqrt[3]{\frac{a}{b}} & = & \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{si} \quad b \neq 0 \end{array}}$$

Exemples

$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{1}{3}$$
$$\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$
$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5}$$
$$\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{250}} = \sqrt[3]{\frac{128}{250}} = \sqrt[3]{\frac{2\cdot 64}{2\cdot 125}} = \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{4}{5}$$

Exercices 40 à 47

Exercices écrits

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 1**

Transformer les nombres décimaux suivants en fractions irréductibles:

0,8 ; 1,6 ; 42,8 ; 0,5 ; 0,25 ; 0,75

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 2**

Transformer les nombres décimaux suivants en fractions irréductibles:

2,25 ; 4,2 ; 0,875 ; 20,100 ; 0,425 ; 0,72

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 3**

Transformer en fractions irréductibles:

$$2\frac{1}{2}\,;\quad 4\frac{3}{4}\,;\quad 5\frac{3}{7}\,;\quad 3\frac{2}{3}\,;\quad 6\frac{5}{6}\,;\quad 1\frac{1}{5}$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 4**

Transformer en fractions irréductibles:

$$5\frac{2}{3}\,;\quad 3\frac{1}{2}\,;\quad 10\frac{3}{4}\,;\quad 1\frac{7}{10}\,;\quad 4\frac{1}{5}\,;\quad 3\frac{1}{3}$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 5**

Simplifier d'abord, si c'est possible, puis extraire les entiers:

$$\frac{5}{3}\,;\quad \frac{25}{7}\,;\quad \frac{14}{4}\,;\quad \frac{32}{5}\,;\quad \frac{117}{25}\,;\quad \frac{123}{11}$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 6**

Simplifier d'abord, si c'est possible, puis extraire les entiers:

$$\frac{19}{6}\,;\quad \frac{76}{9}\,;\quad \frac{45}{13}\,;\quad \frac{200}{80}\,;\quad \frac{83}{25}\,;\quad \frac{503}{317}$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 7**

Écrire le nom de l'ensemble de nombres désigné par chacune des lettres suivantes:

$\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 8**

Recopier dans le cahier et compléter à l'aide de l'un des signes $\in$ ou $\notin$:

$0{,}3\overline{7}\ldots\ldots\mathbb{Q}$ $\quad -2{,}5\ldots\ldots\mathbb{Z}$ $\quad 0\ldots\ldots\mathbb{R}$

$\sqrt{-25}\ldots\ldots\mathbb{R}$ $\quad +\dfrac{6}{2}\ldots\ldots\mathbb{N}$ $\quad \sqrt{\dfrac{3}{4}}\ldots\ldots\mathbb{Q}$

$5\ldots\ldots\mathbb{Z}$ $\quad -\sqrt{25}\ldots\ldots\mathbb{Z}$ $\quad -\sqrt{0{,}01}\ldots\ldots\mathbb{Q}$

∇∇∇ EXERCICE 9

Recopier dans le cahier et compléter à l'aide de l'un des signes $\in$ ou $\notin$:

$\sqrt{5}\ldots\ldots\mathbb{N}$ $\quad 3\dfrac{1}{2}\ldots\ldots\mathbb{Q}$ $\quad -\dfrac{3}{4}\ldots\ldots\mathbb{Z}$

$1{,}2\overline{34}\ldots\ldots\mathbb{R}$ $\quad +1{,}2\ldots\ldots\mathbb{N}$ $\quad \sqrt{-16}\ldots\ldots\mathbb{Z}$

$\sqrt{0{,}1}\ldots\ldots\mathbb{Q}$ $\quad -\dfrac{25}{5}\ldots\ldots\mathbb{R}$ $\quad 0\ldots\ldots\mathbb{Z}$

∇∇∇ EXERCICE 10

Trouver dix nombres non rationnels.

∇∇∇ EXERCICE 11

Indiquer pourquoi chacune des identités suivantes est vraie :

$5\cdot(2a+b)=5\cdot(b+2a)$ $\qquad (3a+2b)+c=3a+(2b+c)$

$4\cdot(a+b)=4a+4b$ $\qquad 7\cdot(a\cdot b)=(a\cdot b)\cdot 7$

$5a\cdot(3b\cdot c)=(5a\cdot 3b)\cdot c$ $\qquad (a+b)\cdot 5=5\cdot(a+b)$

∇∇∇ EXERCICE 12

Indiquer pourquoi chacune des identités suivantes est vraie :

1. $(2\cdot(x+y))\cdot c=2\cdot((x+y)\cdot c)$
2. $(a+b)\cdot(x+y)=(a+b)\cdot x+(a+b)\cdot y$
3. $(2a\cdot(a+b))\cdot b=b\cdot(2a\cdot(a+b))$
4. $((x+y)+2\cdot(x+y))+3\cdot(x+y)=(x+y)+(2\cdot(x+y)+3\cdot(x+y))$
5. $(a+b)\cdot(2c+3\cdot(x+y))=(a+b)\cdot(3\cdot(x+y)+2c)$
6. $(x-y)\cdot((x+y)+2x)=(x-y)\cdot(x+y)+(x-y)\cdot 2x$

∇∇∇ EXERCICE 13

Calculer rapidement en utilisant des propriétés connues:

1. $\left(-\dfrac{2}{3}\right)\cdot\left(-\dfrac{5}{4}\right)\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)\cdot\left(-\dfrac{7}{5}\right)\cdot\left(+\dfrac{4}{5}\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{7}\right)$

2. $\left(\frac{121}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(+\frac{1}{11}\right)\cdot 0\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)$

3. $\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$

4. $\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)\cdot\left(+\frac{5}{2}\right)\cdot(-1)$

5. $0\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(+\frac{144}{5}\right)$

6. $\left(+\frac{5}{2}\right)\cdot\left(+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{23}{50}\right)+\left(-\frac{4}{7}\right)\cdot\left(-\frac{23}{50}\right)\cdot\left(+\frac{7}{4}\right)-\left(+\frac{7}{2}\right)$

7. $\left(\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{7}{2}+\frac{7}{2}\right)+\frac{2}{7}$

∇∇∇ EXERCICE 14

Calculer rapidement en utilisant des propriétés connues:

1. $\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(+\frac{15}{9}\right)\cdot\left(-\frac{6}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$

2. $\left(-\frac{71}{9}\right)\cdot\left(-\frac{3}{53}\right)\cdot\left(-\frac{6}{71}\right)\cdot\left(+\frac{53}{2}\right)\cdot\left(-\frac{35}{17}\right)$

3. $\left(+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)$

4. $2\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$

5. $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{7}{91}+\frac{1}{17}\right)\cdot(-17+17)\cdot\left(-\frac{91}{17}\right)$

6. $\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 15

Placer des parenthèses de telle manière que les égalités suivantes soient vérifiées:

1) $\frac{7}{6}-\frac{1}{6}\cdot\frac{7}{3}=\frac{7}{3}$

2) $2:5\cdot 5:2=1$

3); $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot 5-2=\frac{5}{2}+\frac{5}{3}-2$

4) $3+\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}=0$

5) $1-\frac{5}{6}-\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=0$

6) $\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 16

Placer des parenthèses de telle manière que les égalités suivantes soient vérifiées:

1) $10 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = 7$

2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + 1 = 1$

3) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$

4) $5 \cdot \frac{3}{2} - 2 + \frac{1}{2} = 0$

5) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} - 1 = 0$

6) $\frac{7}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 2$

∇∇∇ EXERCICE 17

Dans chaque cas, comment doit-on choisir x pour que l'égalité soit vérifiée ? (Répondre par une fraction irréductible ou un nombre entier.)

1) $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot x = +1$

2) $x \cdot (+0{,}2) = +1$

3) $\left(-\frac{1}{4}\right) - x = 0$

4) $(+0{,}\overline{3}) + \frac{2}{3} - x = 0$

5) $\left(-\frac{5}{2}\right) - \left(+\frac{3}{5}\right) + x = 0$

6) $2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot x = +10$

∇∇∇ EXERCICE 18

Trouver, dans chaque cas, pour quelles valeurs de a le quotient est nul :

1) $\frac{5a}{3}$

2) $-\frac{4a^2}{5}$

3) $-\frac{4a^2}{5}$

4) $\frac{(2a-1) \cdot (\frac{1}{3}a+2)}{(a+1)^2}$

5) $\frac{(a+3) \cdot (a-2)}{2a+6}$

6) $\frac{(a-\frac{1}{2}) \cdot (\frac{2}{3}+a)}{2a-1}$

7) $\frac{a \cdot (3a-1) \cdot (\frac{1}{2}a-5)}{\frac{1}{5}a-2}$

∇∇∇ EXERCICE 19

Recopier puis compléter le tableau suivant (réponses sous forme irréductible) :

x	inverse de x	opposé de x	double de x	carré de x
x			$2\cdot x$	
$-\frac{1}{3}$				
	-2			
			$-\frac{5}{6}$	
				$+\frac{36}{49}$
0				
	$-0,25$			

∇∇∇ EXERCICE 20

1 Quel est l'inverse de l'inverse de $-\frac{3}{4}$?

2 Quel est l'opposé du tiers de -4 ?

3 Quel est le triple du tiers du cube de -5 ?

4 Quel est le quadruple de l'opposé du quart de -100 ?

5 Quelle est la moitié du carré de l'inverse de -4 ?

6 Quel est le double de l'inverse de -16?

∇∇∇ EXERCICE 21

Recopier puis compléter le tableau suivant (réponses sous forme irréductible):

x	triple de x	cube de x	inverse du double de x	opposé de l'inverse de x
x		x^3		
-4				
			-1	
				$-\frac{2}{3}$
		$-0,125$		
	$+0,15$			
		$+1$		

∇∇∇ EXERCICE 22

1) Quel est l'opposé du triple de $\frac{1}{36}$?

2) Quelle est la moitié du triple de -66 ?

3) Quel est le double de la racine carrée du carré de $-\frac{1}{2}$;

4) Quelle est la racine carrée du tiers du quadruple de $+\frac{3}{4}$?

5) Quel est le quintuple de l'opposé de l'inverse de $-0{,}2$?

6) Quel est l'inverse de la moitié du quart de -64?

∇∇∇ EXERCICE 23

Calculer:

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 3) $(-1)^{24}$ 5) $(-30)^4$

2) $\left(+\frac{1}{2}\right)^4$ 4) $\left(+\frac{3}{2}\right)^5$ 6) $(0{,}2)^3$

∇∇∇ EXERCICE 24

Calculer:

1) $\left(-\frac{5}{6}\right)^0$ 3) 0^5 5) $\left(-\frac{13}{26}\right)^6$

2) $\left(+\frac{3}{5}\right)^3$ 4) $(-0{,}12)^2$ 6) 400^3

∇∇∇ EXERCICE 25

Calculer, et répondre par une fraction irréductible ou un nombre entier :

1) $\left(-\frac{5}{7}\right)^3$ 3) $\left(-\frac{121}{49}\right)^0$ 5) $(0{,}75)^2$

2) $\left(-\frac{24}{36}\right)^4$ 4) 0^{23} 6) $\left(-\frac{1}{10}\right)^4$

Dans les exercices 26 à 29, utiliser la notation « puissance » pour écrire aussi simplement que possible chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 26

1) $(-5)^3 \cdot (-5) \cdot (-5)^4$ 4) $(7^2 \cdot 7^3)^4$

2) $(+3)^4 \cdot (-2) \cdot (+3)^2 \cdot (-2)^3$ 5) $\left((-4)^2 \cdot (+5) \cdot (-2)^4\right)^3$

3) $7^2 \cdot (7^3)^4$ 6) $\left((5^2)^3 \cdot 3^4\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 27

1) $(+3)^2 \cdot (+3) \cdot (+3)^3 \cdot (+3)^4$
2) $(-7)^3 \cdot (+5)^2 \cdot (+5) \cdot (-7)^4 \cdot (+5)^3$
3) $(4^2)^3 \cdot (4^3)^5 \cdot 4$
4) $\left(5^3 \cdot (2^3)^4 \cdot 7\right)^2$
5) $3^5 \cdot (3^2 \cdot 3^4)$
6) $3^5 \cdot (3^2 + 3^4)$

∇∇∇ EXERCICE 28

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$
2) $\left(+\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(+\frac{4}{3}\right)^4 \cdot \left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{4}{3}\right)^2$
3) $\left(\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$
4) $\left((0,5)^3 \cdot (0,5)^4\right)^2$
5) $\left(\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot 7^3 \cdot \frac{1}{3}\right)^4$
6) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot (3^2)^3\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 29

1) $\frac{2^5}{2^3}$
2) $\frac{7^4}{7^6}$
3) $\left(\frac{2}{9}\right)^7 : \left(\frac{2}{9}\right)^3$
4) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^5$
5) $\frac{2^5 \cdot 2^3}{2^2}$
6) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^5}{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

∇∇∇ EXERCICE 30

En utilisant la notation « puissance », écrire aussi simplement que possible chacune des expressions suivantes:

1) $\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^8}{\left(\frac{3}{4}\right)^2}$
2) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^6$
3) $\frac{\left((-3)^2\right)^3}{(-3)^3 \cdot (-3)}$
4) $\frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4}{\left(\left(\frac{4}{5}\right)^2\right)^4}$
5) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{2^5 \cdot 3^2}$
6) $\left(\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^3\right)^2 : \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)\right)^3$

∇∇∇ EXERCICE 31

Écrire les nombres suivants en écriture décimale:

1) 10^3
2) 10^{-2}
3) 10^{-4}
4) 10^0
5) 10^{-1}
6) 10^2

∇∇∇ EXERCICE 32
Écrire les nombres suivants en écriture décimale:

1) $3 \cdot 10^2$
2) $4 \cdot 10^{-1}$
3) $5 \cdot 10^{-5}$
4) $7 \cdot 10^0$
5) $10 \cdot 10^{-7}$
6) $12 \cdot 10^3$

∇∇∇ EXERCICE 33
Écrire les nombres suivants en écriture décimale:

1) $5{,}1 \cdot 10^2$
2) $7{,}1 \cdot 10^{-3}$
3) $5{,}5 \cdot 10^2$
4) $0{,}4 \cdot 10^{-2}$
5) $450 \cdot 10^{-2}$
6) $5{,}5 \cdot 10^{-1}$

∇∇∇ EXERCICE 34
Recopier puis compléter par l'exposant manquant:

1) $0{,}3 = 3 \cdot 10^{\cdots\cdots}$
2) $4{,}41 = 441 \cdot 10^{\cdots\cdots}$
3) $0{,}0003 = 3 \cdot 10^{\cdots\cdots}$
4) $0{,}5 = 50 \cdot 10^{\cdots\cdots}$
5) $3{,}32 = 0{,}332 \cdot 10^{\cdots\cdots}$
6) $4{,}5 = 4500 \cdot 10^{\cdots\cdots}$

∇∇∇ EXERCICE 35
Écrire chacun de ces nombres à l'aide des puissances de 10:

1) 0,05
2) 1,04
3) 5000000
4) 4,0123
5) 74,3
6) 100,01

∇∇∇ EXERCICE 36
Écrire à l'aide des puissances de 10 puis effectuer le calcul:

1) $0{,}04 \cdot 500$
2) $0{,}001 \cdot 400$
3) $0{,}02 \cdot 8000$
4) $0{,}7 \cdot 6000$
5) $0{,}03 \cdot 0{,}002$
6) $250 \cdot 0{,}004$

∇∇∇ EXERCICE 37
Écrire à l'aide des puissances de 10 puis effectuer le calcul:

1) $0{,}07 \cdot 600 \cdot 0{,}001$
2) $40 \cdot 0{,}008 \cdot 0{,}1 \cdot 100$
3) $500 \cdot 0{,}8 \cdot 20 \cdot 0{,}001$

4) $0{,}3 \cdot 0{,}005 \cdot 900 \cdot 20$

5) $400 \cdot 0{,}003 \cdot 0{,}25 \cdot 60$

6) $2{,}5 \cdot 3000 \cdot 0{,}0001 \cdot 4$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 38**

Écrire à l'aide des puissances de 10 puis effectuer le calcul:

1) $2000 \cdot 0{,}03 \cdot 40 \cdot 0{,}00002 \cdot 10$

2) $0{,}1 \cdot 300 \cdot 0{,}006 \cdot 30 \cdot 0{,}2$

3) $50 \cdot 0{,}02 \cdot 3000 \cdot 0{,}2 \cdot 70$

4) $0{,}01 \cdot 50 \cdot 0{,}2 \cdot 600 \cdot 0{,}0008$

5) $4000 \cdot 0{,}3 \cdot 70 \cdot 0{,}02 \cdot 2{,}5$

6) $0{,}6 \cdot 500 \cdot 0{,}25 \cdot 30 \cdot 0{,}004$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 39**

Écrire à l'aide des puissances de 10 puis effectuer le calcul:

1) $0{,}07 \cdot 3000 \cdot 0{,}002 \cdot 0{,}1 \cdot 50$

2) $0{,}06 \cdot 500000 \cdot 0{,}1 \cdot 30000 \cdot 0{,}002$

3) $0{,}025 \cdot 20 \cdot 0{,}3 \cdot 70000 \cdot 0{,}04$

4) $0{,}002 \cdot 100000 \cdot 2{,}5 \cdot 300 \cdot 0{,}3$

5) $2{,}5 \cdot 1200000 \cdot 0{,}0008 \cdot 2 \cdot 0{,}5$

6) $3000 \cdot 0{,}01 \cdot 20 \cdot 0{,}00003 \cdot 400$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 40**

Calculer lorsque c'est possible; donner, s'il y a lieu, le résultat sous la forme d'une fraction irréductible:

1) $\sqrt{144}$ 4) $\sqrt{\dfrac{27}{75}}$ 7) $\sqrt[3]{-\dfrac{64}{125}}$

2) $\sqrt[4]{81}$ 5) $\sqrt{0{,}25}$ 8) $\sqrt{0{,}09}$

3) $\sqrt[5]{\dfrac{32}{243}}$ 6) $\sqrt{-36}$ 9) $\sqrt[3]{\dfrac{128}{54}}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 41**

Calculer lorsque c'est possible; donner, s'il y a lieu, le résultat sous la forme d'une fraction irréductible:

1) $\sqrt{-4}$ 3) $-\sqrt{\dfrac{16}{49}}$ 5) $\sqrt[4]{-256}$

2) $\sqrt[3]{-27}$ 4) $\sqrt{-32}$ 6) $-\sqrt[4]{256}$

Dans les exercices 42 à 46, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier:

∇∇∇ EXERCICE 42

1) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}$ 3) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{-4}$ 5) $\sqrt[8]{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[8]{\frac{1}{128}}$

2) $\sqrt[3]{-5}\cdot\sqrt[3]{25}$ 4) $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[5]{\frac{1}{16}}$ 6) $\sqrt[6]{\frac{2}{4}}\cdot\sqrt[6]{\frac{1}{32}}$

∇∇∇ EXERCICE 43

1) $\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[4]{5}$ 4) $\sqrt[4]{\frac{1}{5}}\cdot\sqrt[4]{\frac{5}{16}}$

2) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{1}{6}}$ 5) $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$

3) $\sqrt[3]{\frac{9}{25}}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$ 6) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{9}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

∇∇∇ EXERCICE 44

1) $\sqrt[4]{16}$ 3) $\sqrt[6]{64}$ 5) $\sqrt{25}$

2) $\sqrt[4]{2^{16}}$ 4) $\sqrt[6]{10^{60}}$ 6) $\sqrt{25-16}$

∇∇∇ EXERCICE 45

1) $\sqrt[3]{6^3}$ 3) $\sqrt[5]{3^{15}}$ 5) $\sqrt[3]{3^4}\cdot\sqrt[3]{3^8}$

2) $\sqrt[4]{6^8}$ 4) $\sqrt{5^3}\cdot\sqrt{5^5}$ 6) $\sqrt[10]{10}\cdot\sqrt[10]{10^9}$

∇∇∇ EXERCICE 46

1) $\left(\sqrt{2}\right)^2$ 3) $\dfrac{\sqrt{3^4}}{\sqrt[3]{3}}$ 5) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{8})$

2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ 54) $\dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}}$ 6) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{50}}$

∇∇∇ EXERCICE 47

Calculer :

1) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$ 3) $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}$ 5) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{50}$

2) $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}$ 4) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{48}$ 6) $\sqrt[3]{10}\cdot\sqrt[3]{100}$

Dans les exercices 48 à 50, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier:

∇∇∇ EXERCICE 48

1) $\frac{5}{6} : \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{4}\right)$

2) $\left(\left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right) : \left(\left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

3) $(\frac{2}{5} : 3) : (\frac{2}{5} + 3)$

4) $\left(+\frac{7}{9}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(+\frac{5}{9}\right)$

5) $\left(\left(+\frac{7}{9}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right)\right) : \left(-\frac{5}{9}\right)$

6) $\frac{75}{42} : \frac{55}{154}$

∇∇∇ EXERCICE 49

1) $\frac{121}{77} \cdot \frac{69}{92}$

2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

3) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} - 3 \cdot \frac{7}{18}$

4) $0{,}5 \cdot \frac{4}{5} \cdot (-3)$

5) $-\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{7}{6}\right) - \left(-\frac{1}{12}\right) - (+2)$

6) $-\frac{77}{11} - \left(-\frac{32}{8}\right) + \left(-\frac{49}{7}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 50

1) $\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{16}{25}\right) \cdot \left(+\frac{15}{12}\right) - \left(-\frac{1}{25}\right) + (+1)$

2) $0{,}2 + \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - (-5)$

3) $\left(-\frac{7}{4} + \frac{1}{12}\right) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) - \left(-\frac{3}{4} + \frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{14}\right)$

4) $12 - \left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \left(-\frac{144}{14}\right)$

5) $\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{12}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$

6) $-\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{60}{7} - 7$

Dans les exercices 51 à 54, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible ou d’un nombre entier :

∇∇∇ EXERCICE 51

1) $\left(-\frac{1}{2}+1\right)^2$

2) $\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)^3$

3) $\left((-2)+\left(-\frac{2}{5}\right)\right)^2$

4) $\left(\left(+\frac{3}{2}\right)-(+3)\right)^4$

5) $\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)^2$

6) $\left(\left(+\frac{1}{2}\right)-(+1)-\left(-\frac{1}{3}\right)\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 52

1) $\left(-\frac{2}{3}-(-2)\right)^2$

2) $\left(-1-\frac{1}{2}\right)^2$

3) $(0{,}25+0{,}\overline{3})^2$

4) $\left((+3)-\left(+\frac{11}{3}\right)\right)^2$

5) $\left(2-\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\right)^2$

6) $\left(\left(+\frac{5}{1}\right)-\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 53

1) $\left(+\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(-\frac{3}{8}\right)\cdot(+1)^5$

2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(+\frac{5}{2}\right)^2:\left(+\frac{10}{3}\right)$

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)^2$

4) $\left(+\frac{1}{5}\right)^3-\left(-\frac{1}{5}\right)^2$

5) $\left(\frac{6}{8}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{9}\right)^2\cdot\left(\frac{64}{36}\right)^0$

6) $\left(\left(\frac{6}{7}\right)^2\cdot\frac{2}{21}\right):\left(\frac{2}{7}\right)^3$

∇∇∇ EXERCICE 54

1) $\frac{-6}{+16}$

2) $\frac{-42}{-28}$

3) $\frac{1-2}{3\cdot(-2)}$

4) $\frac{-4\cdot(2-5)}{(-4)+(-3)\cdot(-1)}$

5) $\frac{\frac{2}{3}-\frac{3}{2}}{(1-6)^2}$

6) $\frac{5-2\cdot(-7+3)}{-2^6-(-2)^5}$

Dans les exercices 55 à 57, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

∇∇∇ EXERCICE 55

1) $\dfrac{\left(-\frac{4}{3}\right)-\left(-\frac{6}{5}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)}{\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)}$

4) $\dfrac{\frac{2}{9}\cdot(3-\frac{7}{2})}{\left(\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^3}$

2) $\dfrac{\frac{5}{12}-\frac{4}{13}}{\frac{3}{13}+\frac{1}{12}}$

5) $\dfrac{\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{4}{3}\right)}{\left(-\frac{12}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^3}$

3) $\dfrac{\left(-\frac{3}{2}\right):\left(\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)\right)}{\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right):\left(-\frac{2}{3}\right)}$

6) $\dfrac{\left(-\frac{1}{7}\right)^2\cdot\left(+\frac{7}{2}\right)^2\cdot(-1)^3}{(+6)-\left(+\frac{5}{2}\right)^2}$

∇∇∇ EXERCICE 56

1) $\dfrac{\frac{2}{3}\cdot(1+\frac{1}{2})^2}{\frac{5}{3}-0{,}75}$

4) $\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{10}-\frac{2}{5}}{\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{3}{10}-\frac{2}{5}}$

2) $\dfrac{0{,}1}{0{,}75\cdot(\frac{1}{2}-3)}$

5) $\dfrac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\frac{5}{12}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)}{4:\frac{16}{5}-\frac{5}{2}}$

3) $\dfrac{\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)}{0{,}8\cdot(\frac{3}{5}-1)}$

6) $\dfrac{\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)}{\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 57

1) $\left(\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{9}}\cdot\sqrt{\frac{4}{5}}\right):\left(\sqrt{\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{1}{9}}\right)$

4) $\sqrt{\frac{16}{81}}+\frac{5}{6}:\left(\frac{5}{27}\cdot\sqrt{\frac{27}{12}}\right)$

2) $\sqrt{8}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{\sqrt{32}}\right)$

5) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{8\cdot 27}-(2{,}5)^2:100$

3) $(1{,}25)^2-\sqrt{12{,}5}\cdot\sqrt{0{,}125}$

6) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{18}+\sqrt{32})$

7) $\sqrt{\dfrac{\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}}{\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}}}$

∇∇∇ EXERCICE 58

Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes lorsque $a=\frac{3}{2}$ et $b=\frac{1}{4}$. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier:

1) $a-b\cdot(a-b)$

2) $a\cdot(-b)-(ab)-(-a)\cdot(-b)$

3) $ab^2-(ab)^2+(a-b)^2$

4) $\dfrac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$

5) $\left(a-b\cdot\dfrac{1}{a}\right):\left(\dfrac{1}{a-b}\right)$

6) $\dfrac{a+1}{\frac{b}{a}-b^2}$

∇∇∇ EXERCICE 59

Calculer la valeur des expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

1) $\dfrac{a}{\frac{a}{b}}-b^2$ pour $a=+\dfrac{2}{3}$ et $b=-4$

2) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2-\dfrac{1}{4}$ pour $x=-0{,}5$ et $y=-\dfrac{4}{3}$

3) $\dfrac{x^2-y}{\frac{z}{2}}$ pour $x=-1, y=-\dfrac{2}{3}$ et $z=-\dfrac{3}{2}$

4) $\dfrac{a^3-b^3}{(a-b)^3}$ pour $a=-\dfrac{1}{2}$ et $b=-1$

5) $(a^2-2ab+b^2)-(a^2-b^2)$ pour $a=-\dfrac{1}{2}$ et $b=+2$

6) a^2-a^{-2} pour $a=-\dfrac{1}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 60

Calculer la valeur des expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier:

1) $\dfrac{a+b+c}{a-b-c}$ pour $a=-\dfrac{1}{2}, b=+2$ et $c=-\dfrac{1}{4}$

2) $\dfrac{x^2-\frac{1}{3}}{y^2+\frac{1}{3}}$ pour $x=0{,}\overline{3}$ et $y=-\dfrac{1}{2}$

3) $\dfrac{a^2b-ab^2}{2a}$ pour $a=-\dfrac{1}{3}$ et $b=+9$

4) $\dfrac{x^2-y^3}{x^3-y^2}$ pour $x=-\dfrac{1}{3}$ et $y=-\dfrac{1}{2}$

5) $\dfrac{a+b^2+\frac{1}{2}}{2ab}$ pour $a=-\dfrac{1}{4}$ et $b=-0{,}6$

6) $\dfrac{a-b^2}{a\cdot b}$ pour $a=+\dfrac{3}{4}$ et $b=-\dfrac{2}{3}$

∇∇∇ **EXERCICE 61**

Calculer la valeur de l'expression suivante *et* donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

$$\frac{a+\frac{1}{2}}{a-\frac{1}{2}}-\frac{a}{b}$$

1) pour $a=-\frac{1}{2}$ et $b=+0{,}2$

2) pour $a=-\frac{3}{4}$ et $b=+\frac{1}{5}$

3) pour $a=-0{,}\overline{3}$ et $b=+\frac{5}{6}$

4) pour $a=\frac{4}{9}$ et $b=+\frac{1}{36}$

5) pour $a=-\frac{5}{32}$

6) pour $a=0{,}2$ et $b=-\frac{1}{10}$

Exercices récapitulatifs

Dans les exercices 62 à 64, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

∇∇∇ EXERCICE 62

1) $+\frac{5}{12}+\frac{1}{3}+\frac{17}{4}$

2) $-(+0{,}4)+(-1)-\left(+\frac{9}{4}\right)$

3) $\left(+\frac{11}{18}\right)+\left(-\frac{5}{42}\right)+\left(-\frac{8}{63}\right)$

4) $\left(-\frac{48}{72}\right)\cdot\left(-\frac{60}{75}\right)$

5) $\left(-\frac{3}{14}\right)-\left(+\frac{3}{7}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$

6) $\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{2}\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 63

1) $\frac{185}{222}\cdot\frac{57}{95}$

2) $\left(\frac{4}{5}\right)^4\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3$

3) $\frac{16}{12}+\frac{6}{36}$

4) $\left(\frac{3}{5}-\frac{25}{9}\right)^0$

5) $\dfrac{-1+\frac{1}{2}}{0{,}3+\frac{1}{10}}$

6) $\sqrt[3]{-\frac{1}{5}}\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{25}}$

∇∇∇ EXERCICE 64

1) $-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)$

2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^3\cdot\left(-\frac{2}{6}\right)^2\cdot(-2)$

3) $\sqrt[3]{10^6}+(0{,}1)^2$

4) $\left(-\frac{12}{25}\right)\cdot(-6)\cdot\left(+\frac{55}{36}\right)$

5) $\frac{4}{3}\cdot\left(\frac{7}{2}-\frac{5}{4}\right)-(-1-\frac{1}{2})\cdot\frac{1}{4}$

6) $\dfrac{\frac{4}{9}-4\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)+4}{-\frac{8}{27}-6\cdot\frac{4}{9}}$

Dans les exercices 65 à 67, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

∇∇∇ EXERCICE 65

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{9}{2}\right)^4 \cdot \left(+\frac{1}{36}\right)$

2) $0{,}\overline{3} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{75}{45} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right)^2$

3) $-(-3) + \frac{(-3)-(-5)}{(-3)+(-5)} - (-5+2)^2$

4) $\dfrac{\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-3) + (-1{,}2)}{\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)}$

5) $\left(+\frac{1}{6}\right) \cdot \left(4 + \left(-\frac{2}{3}\right)\right)$

6) $\left(-\frac{60}{105}\right) - \left(-\frac{44}{198}\right) - 0{,}3$

∇∇∇ EXERCICE 66

1) $(\frac{19}{3} - 4) \cdot \frac{21}{91}$

2) $\dfrac{\frac{4}{7} + \frac{2}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{3}{7}}$

3) $-\frac{3}{4} + \frac{5}{12} - 0{,}2$

4) $-\left(\frac{3}{35} + \frac{8}{21}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$

5) $\dfrac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - 1}{2 - \frac{3}{7} \cdot \frac{21}{6}}$

6) $\frac{39}{6} : \left(-\frac{65}{10}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 67

1) $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{6} - \frac{7}{6} \cdot 2 + \frac{4}{7} : \frac{12}{21}$

2) $\left(-\frac{16}{5}\right) \cdot \left(\left(+\frac{9}{14}\right) + \left(-\frac{21}{36}\right)\right)$

3) $\dfrac{\frac{91}{13} - \frac{49}{7} + \frac{1}{2}}{\frac{11}{121} + \frac{3}{33} - \frac{4}{11}}$

4) $(\frac{1}{2} - 1)^4$

5) $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} + 0{,}\overline{3}$

6) $0{,}2 \cdot \left(-\frac{3}{4} - \left(-\frac{5}{12}\right)\right) \cdot \frac{5}{4} - 0{,}4$