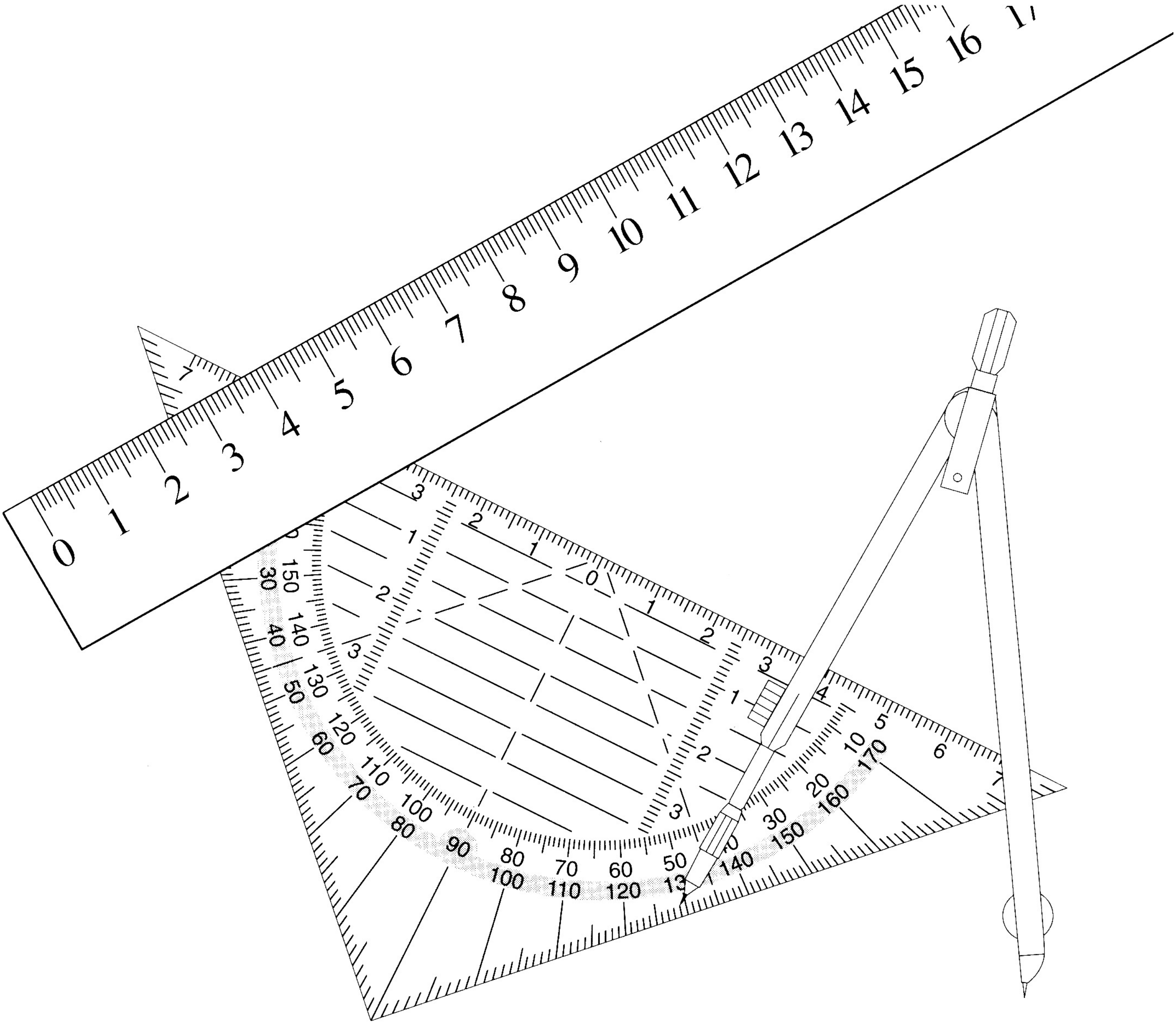
CYCLE D'ORIENTATION DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

MATHÉMATIQUES 8E

L, S, M, GnivA — NB

CAHIER DE GÉOMÉTRIE



DÉPARTEMENT DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

GENÈVE 1998

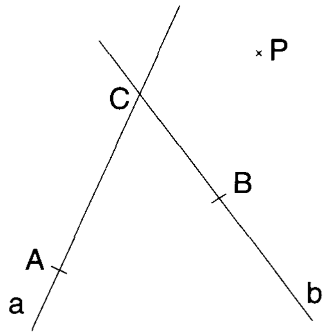
THÉORIE

1. RAPPELS DE 7e

A) POINTS ET DROITES

Un point est désigné par une lettre majuscule (A, B, C, O, P, .).

Une droite est désignée par une lettre minuscule (a, b, c, d, ...).



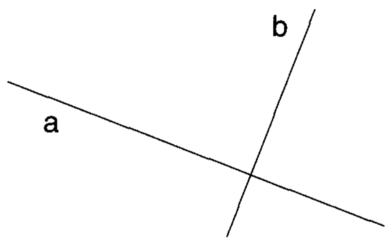
Par **deux points distincts,** il passe **une et une seule droite.**

La droite qui passe par les points A et B est notée (AB).

la droite (AB)

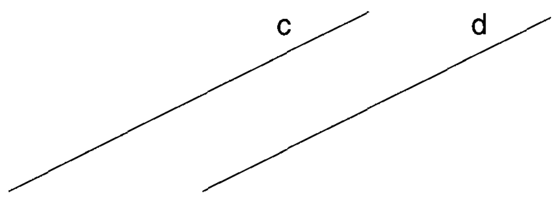
Lorsque deux droites sont distinctes, soit elles ont un seul point commun, soit elles n'ont aucun point commun.

Si deux droites ont **un seul** point commun, on dit qu'elles sont **sécantes.**



a et b sont sécantes

Si deux droites n'ont **aucun** point commun, on dit qu'elles sont **parallèles.**



c et d sont parallèles

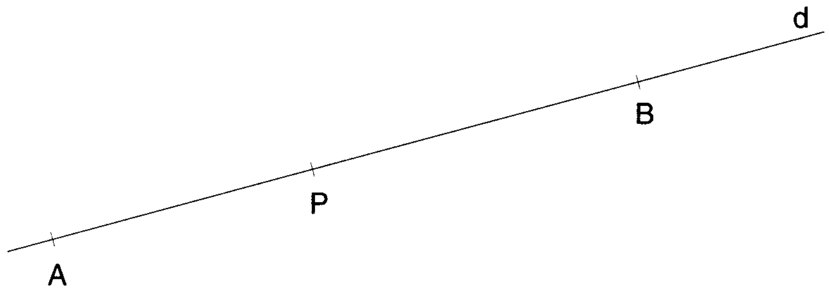
B) SEGMENTS ET DEMI-DROITES

Si A et B sont deux points distincts, le **segment** d'extrémités A et B est l'ensemble de tous les points de la droite (AB) qui sont entre A et B (les points A et B compris).

Ce segment est noté [AB].

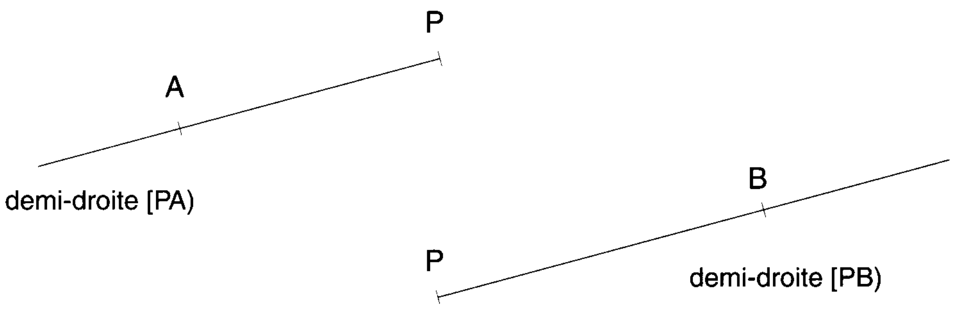
le segment [AB]

Considérons trois points A, B et P d'une droite d :



Le point P partage la droite d en deux parties, qu'on appelle des **demi-droites d'origine P**

On note [PA) la demi-droite d'origine P, qui passe par A.

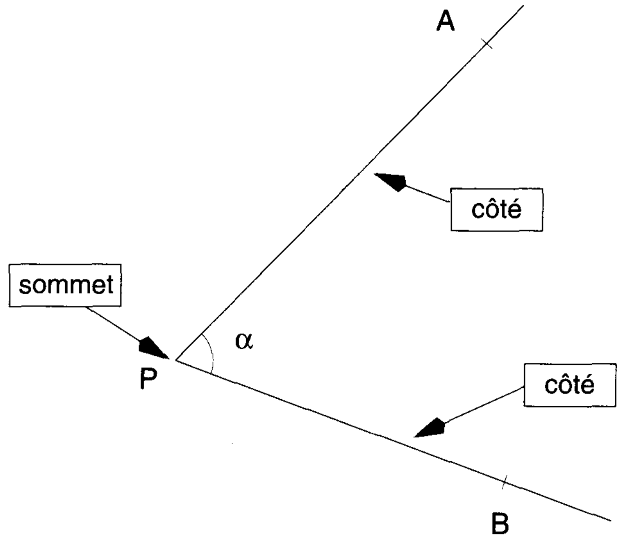


C) ANGLES

Un **angle** est une figure formée de deux demi-droites de même origine.

L'origine commune des deux demi-droites est le **sommet** de l'angle.

Les deux demi-droites sont les **côtés** de l'angle.

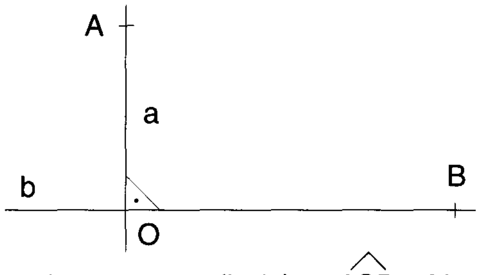


Notation $\widehat{\mathrm{APB}}$, ou α (lettre grecque)

D) LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

Lorsque deux droites se coupent en formant un angle droit, on dit qu'elles sont **perpendiculaires.**

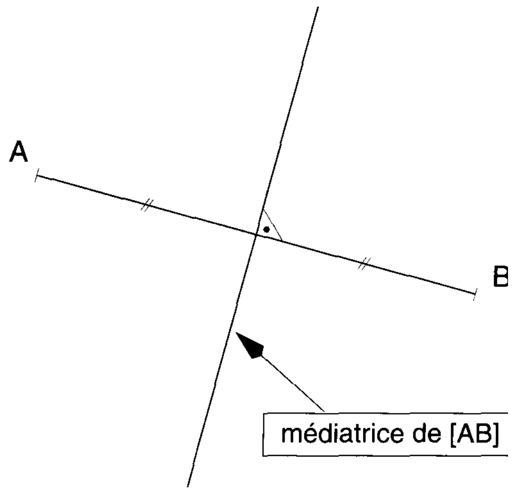
Si deux droites a et b sont perpendiculaires, on note: a $\perp$ b.



a et b sont perpendiculaires: $\widehat{AOB} = 90°$

La **médiatrice** d'un segment [AB] est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

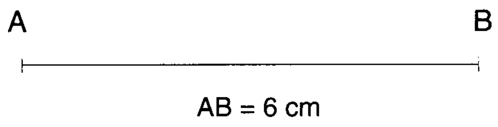
La médiatrice d'un segment [AB] est l'ensemble des points qui sont à égale distance de A et de B.



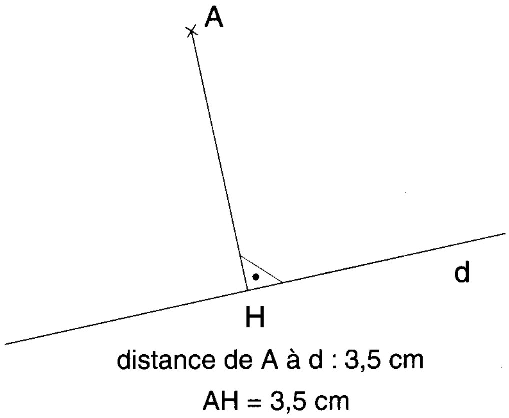
E) DISTANCES

La distance *entre deux points* A et B est la longueur du segment [AB].

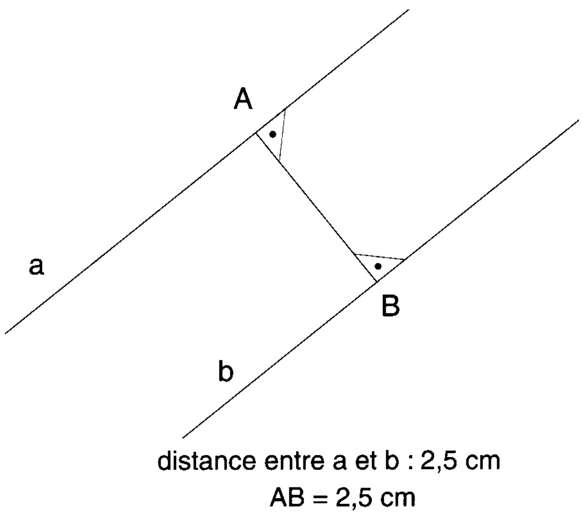
On note AB la longueur du segment [AB].



La distance *d'un point A à une droite d* est la longueur du segment [AH], perpendiculaire à la droite d.



La distance *entre deux droites parallèles* a et b est la longueur du segment [AB], perpendiculaire aux deux droites.



2. LES ANGLES (SUITE)

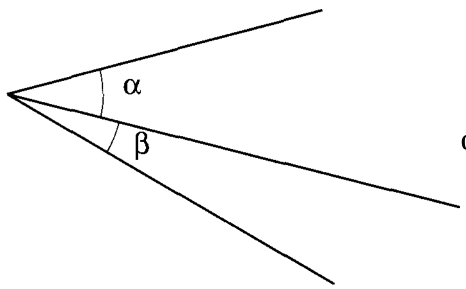
A) ANGLES ÉGAUX

On mesure les angles avec un rapporteur. L'unité d'angle est le **degré.**

On dit que deux angles sont égaux, s'ils ont la même mesure.

B) ANGLES ADJACENTS

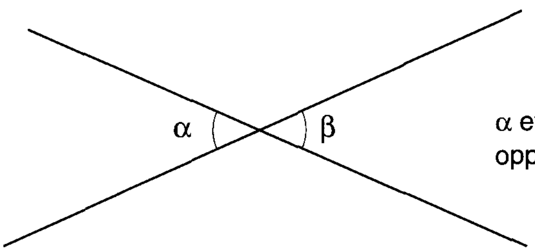
On dit que deux angles sont **adjacents** s'ils ont le même sommet et s'ils sont situés de part et d'autre d'un côté commun.



α et β sont des angles adjacents

C) ANGLES OPPOSÉS PAR LE SOMMET

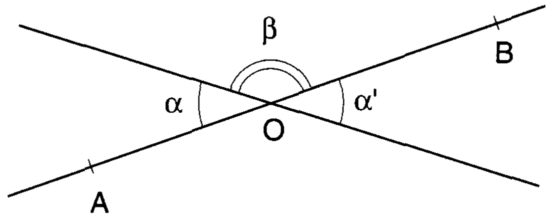
On dit que deux angles sont **opposés par le sommet** si les côtés de l'un sont les prolongements des côtés de l'autre.



α et β sont des angles opposés par le sommet

Théorème Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

Démonstration Soient α, α' et β comme sur la figure; α et α' sont opposés par le sommet.



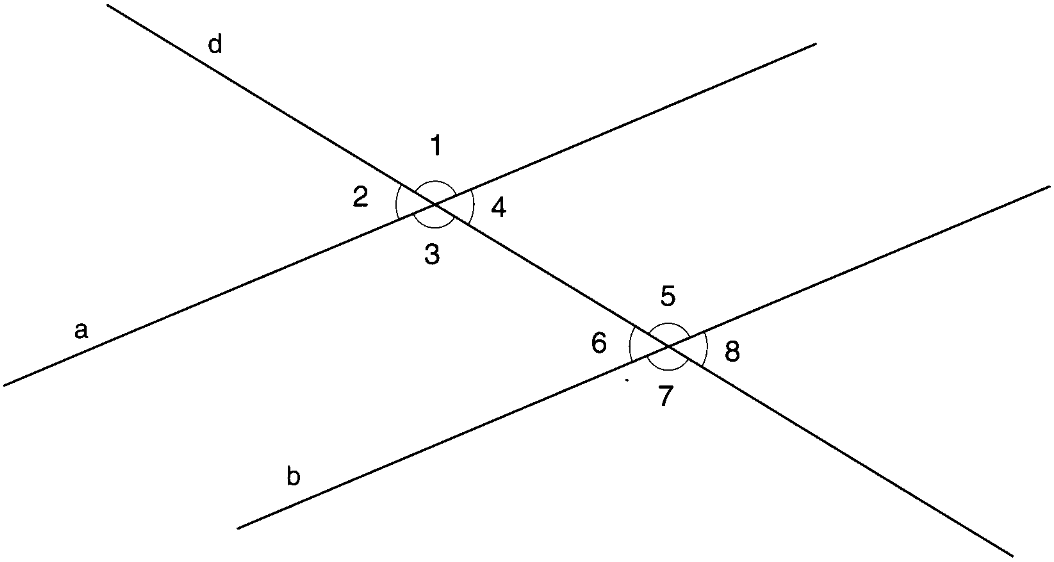
On a $\alpha + \beta = 180°$ car $\widehat{AOB}$ est un angle plat.

De même, on a $\alpha' + \beta = 180°$.

Donc $\alpha + \beta = \alpha' + \beta$ et par conséquent $\alpha = \alpha'$; c'est ce qu'on voulait démontrer.

D) ANGLES CORRESPONDANTS, ANGLES ALTERNES-INTERNES, ANGLES ALTERNES-EXTERNES

Une droite d qui coupe deux droites parallèles a et b détermine 8 angles:



On peut grouper ces angles par paires, de la manière suivante:

On appelle les angles 1 et 5 des angles **correspondants**
(de même que 2 et 6, 3 et 7, 4 et 8).

On appelle les angles 3 et 5 des angles **alternes-internes**
(de même que 4 et 6).

On appelle les angles 1 et 7 des angles **alternes-externes**
(de même que 2 et 8).

Le théorème suivant affirme que certains de ces angles sont égaux.

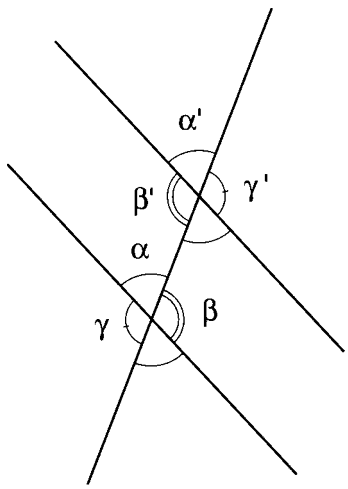
Théorème

(1) Deux angles correspondants sont égaux.

(2) Deux angles alternes-internes sont égaux.

(3) Deux angles alternes-externes sont égaux.

(Nous ne démontrerons pas ce théorème.)



$\alpha = \alpha'$ (angles correspondants)

$\beta = \beta'$ (angles alternes-internes)

$\gamma = \gamma'$ (angles alternes-externes)

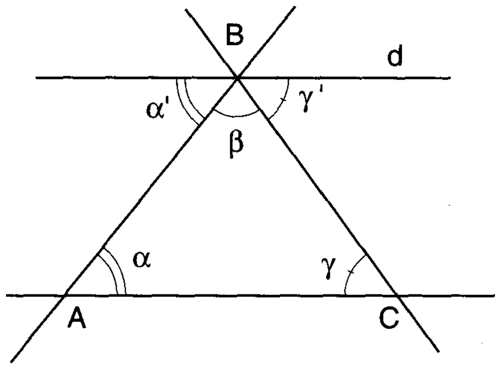
3. LA SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE

Théorème	Dans chaque triangle, la somme des angles est égale à 180°.

Démonstration Prolongeons les côtés du triangle ABC.

Par B, traçons la droite d parallèle à la droite (AC).

On a $\alpha = \alpha'$, car ces angles sont alternes-internes.



De même, on a $\gamma = \gamma'$.

Donc $\alpha + \beta + \gamma = \alpha' + \beta' + \gamma'$.

Mais $\alpha' + \beta' + \gamma' = 180°$.

Donc $\alpha + \beta + \gamma = 180°$;
c'est ce qu'on voulait démontrer.

4. LE THÉORÈME DE L'ANGLE DROIT

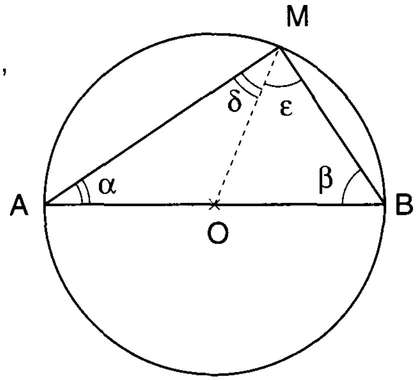
On considère un cercle, de centre O, et un diamètre [AB] de ce cercle.

On va démontrer le théorème suivant.

Théorème Si M est un point du cercle de diamètre [AB] (avec M $\neq$ A et M $\neq$ B), alors le triangle AMB est rectangle en M.

Démonstration Traçons le segment [OM]. Soient α, β, δ et ε les angles indiqués sur la figure.

Il s'agit de démontrer que $\delta + \varepsilon = 90°$.



Les segments [OA] et [OM] sont des rayons du cercle, donc OA = OM.

Ainsi, le triangle AOM est isocèle en O, et par conséquent on a

$\alpha = \beta$.

De même, OB = OM, d'où

$\beta = \varepsilon$.

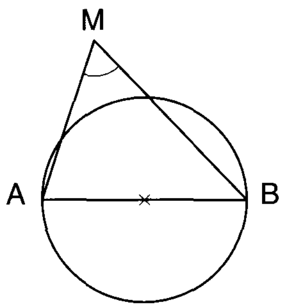
Donc $\alpha + \beta = \delta + \varepsilon$.

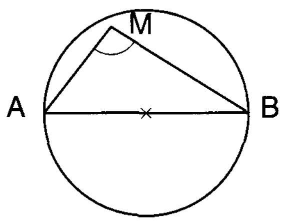
Mais $(\alpha + \beta) + (\delta + \varepsilon) = 180°$.

Par conséquent, $\delta + \varepsilon = 90°$; c'est ce qu'on voulait démontrer.

On pourrait aussi démontrer que

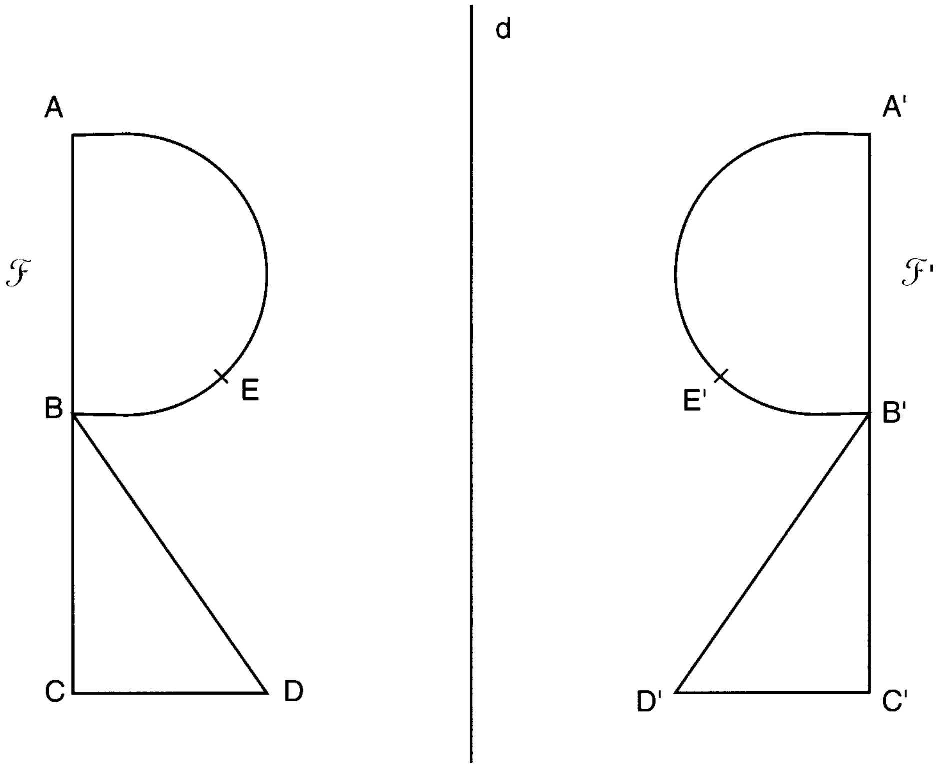
Si le point M n'est pas sur le cercle de diamètre [AB], alors le triangle AMB n'est pas rectangle en M.





5. SYMÉTRIE AXIALE

A) INTRODUCTION



Traçons une droite d sur une feuille de papier. Sur cette feuille, traçons à l'encre une figure ℑ Avant que l'encre ne sèche, plions la feuille en deux le long de la droite d. En dépliant, nous verrons une nouvelle figure: ℑ '.

(On pourrait aussi obtenir ℑ ' comme reflet de ℑ dans un miroir qu'on placerait perpendiculairement à la feuille de papier, le long de la droite d.)

On dit que ℑ ' est **l'image de ℑ par la symétrie d'axe d.**

On dit que le point A' est **l'image** du point A, que B' est l'image de B,

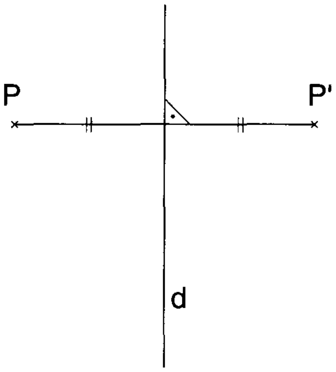
(On dit aussi que A' est le symétrique de A, ...)

B) L'IMAGE D'UN POINT

Traçons une droite d, et plaçons un point P qui n'est pas sur d.

Cherchons, par pliage, l'image P' du point P par la symétrie d'axe d.

On constate que:



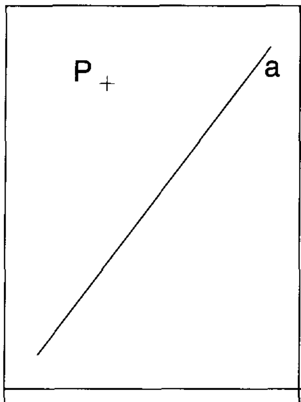
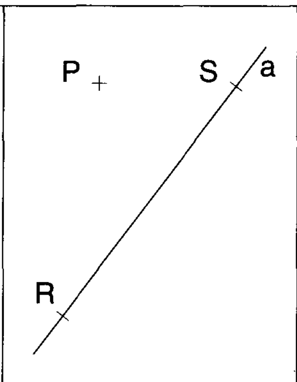
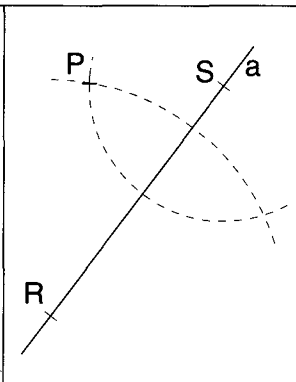
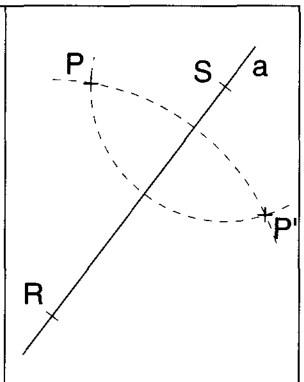
l'axe d est la médiatrice du segment [PP'].

(On conviendra que P' = P, si le point P est sur l'axe d.)

L'image d'un point P par la symétrie d'axe d est le point P' tel que (1) P' = P, si P est sur d; (2) d est la médiatrice du segment [PP'], si P n'est pas sur d.

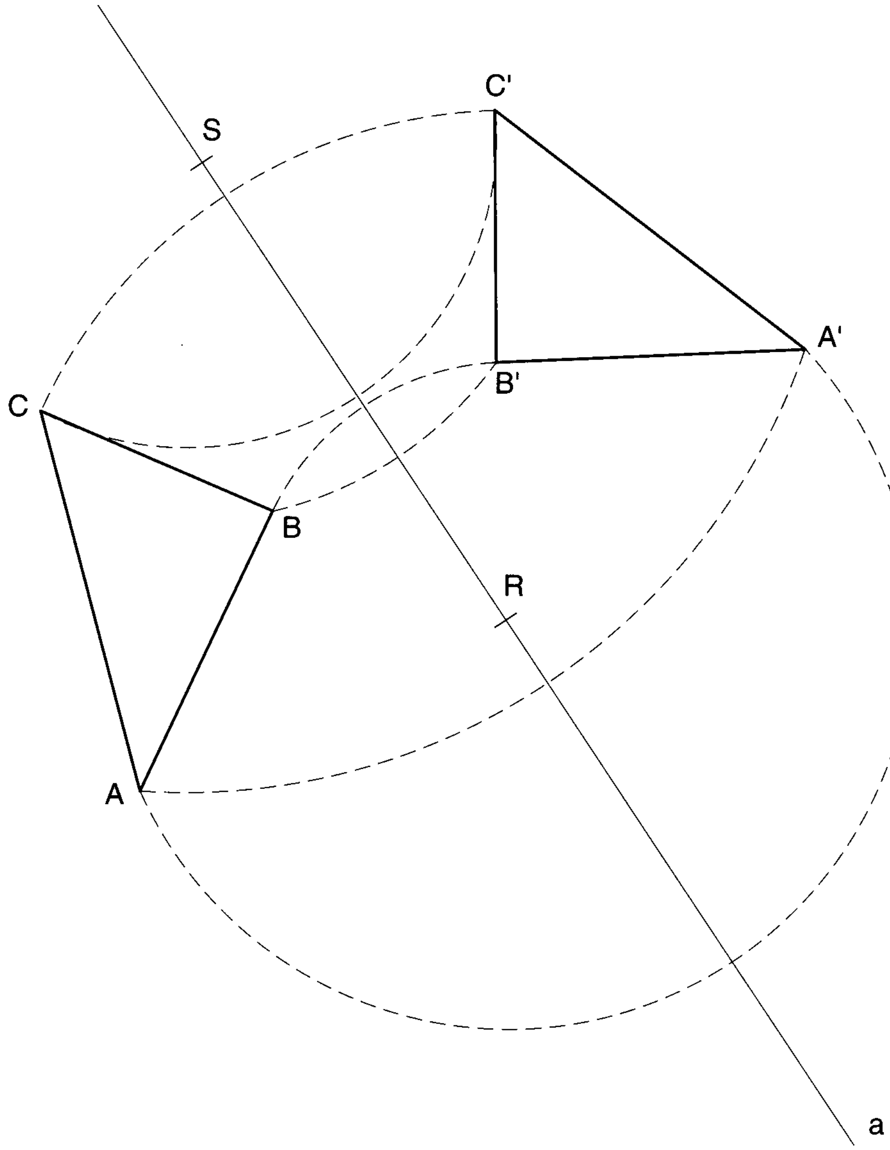
C) CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UN POINT

Voici une construction de l'image P' du point P par la symétrie d'axe a:

			
Données: l'axe a et le point P	On place deux points, R et S, sur a.	On trace deux arcs de cercle, de centres R et S, passant chacun par P.	P' est l'autre intersection des deux arcs de cercle.

D) CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UNE FIGURE

Voici un triangle ABC et son image, le triangle A'B'C', par la symétrie d'axe a.



On constate: les triangles ABC et A'B'C' ont les mêmes mesures.

E) PROPRIÉTÉS DE LA SYMÉTRIE AXIALE

Une symétrie axiale transforme:

— une droite en une droite;

— un segment en un segment;

— un cercle en un cercle de même rayon.

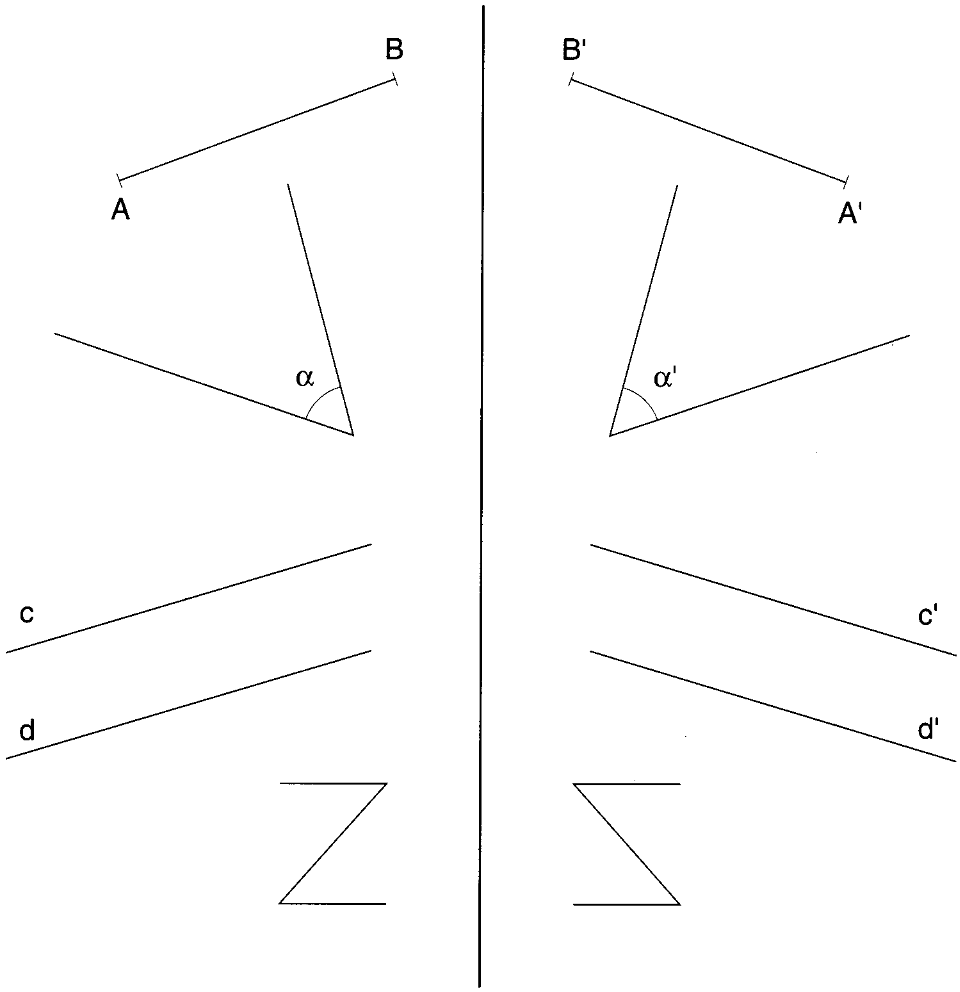
Une symétrie axiale conserve:

— les longueurs (un segment et son image ont la même longueur);

— les angles (un angle et son image ont la même mesure);

— le parallélisme (deux droites parallèles ont des images parallèles).

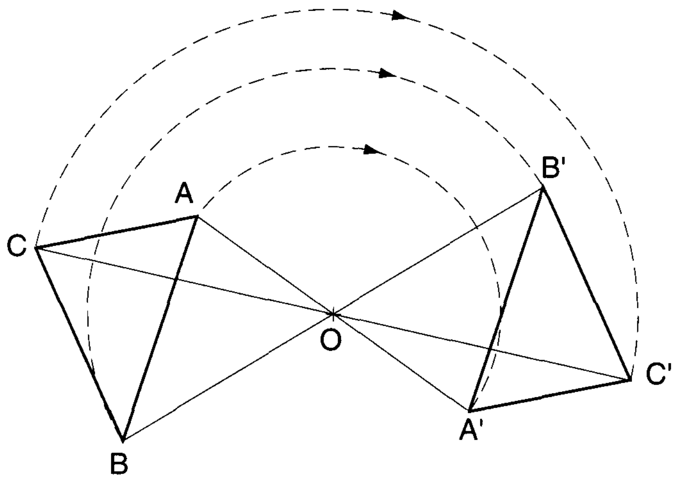
Par contre, les symétries axiales ne conservent pas l'orientation des figures:



6. SYMÉTRIE CENTRALE

A) INTRODUCTION

Si on "fait tourner" le triangle ABC de 180° autour du point O,
on obtient le triangle A'B'C' :



On dit que A' est **l'image de A par la symétrie de centre O.**

Et on dit que le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la symétrie de centre O.

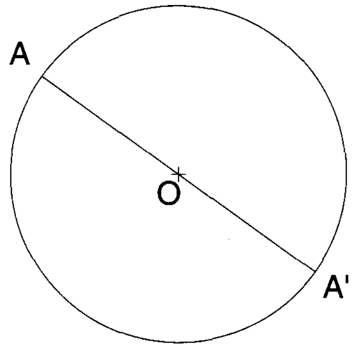
Chaque point a "tourné" de 180° autour du point O. Par conséquent, on a

$\widehat{AOA'} = 180°$, $\widehat{BOB'} = 180°$, $\widehat{COC'} = 180°$.

B) L'IMAGE D'UN POINT

Dans la figure ci-dessus, on a "fait tourner" le point A autour du point O et on a $\widehat{AOA'} = 180°$.

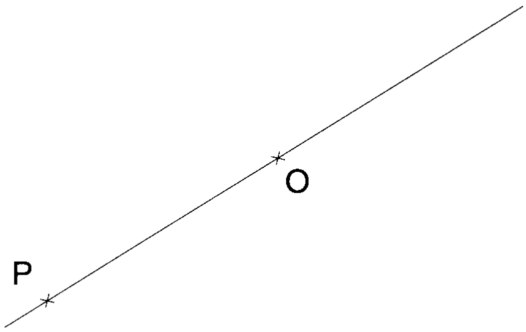
Donc A et A' sont les extrémités d'un diamètre du cercle de centre O et de rayon [0A] :



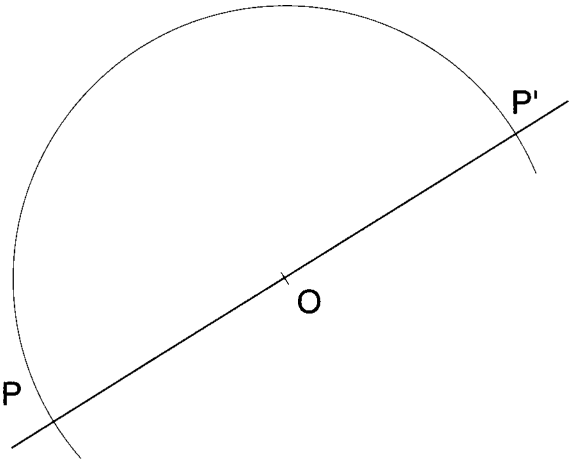
Si le point A' est l'image du point A par la symétrie de centre O, alors O est le milieu du segment [AN].

C) CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UN POINT

Pour construire l'image P' du point P par la symétrie de centre O,



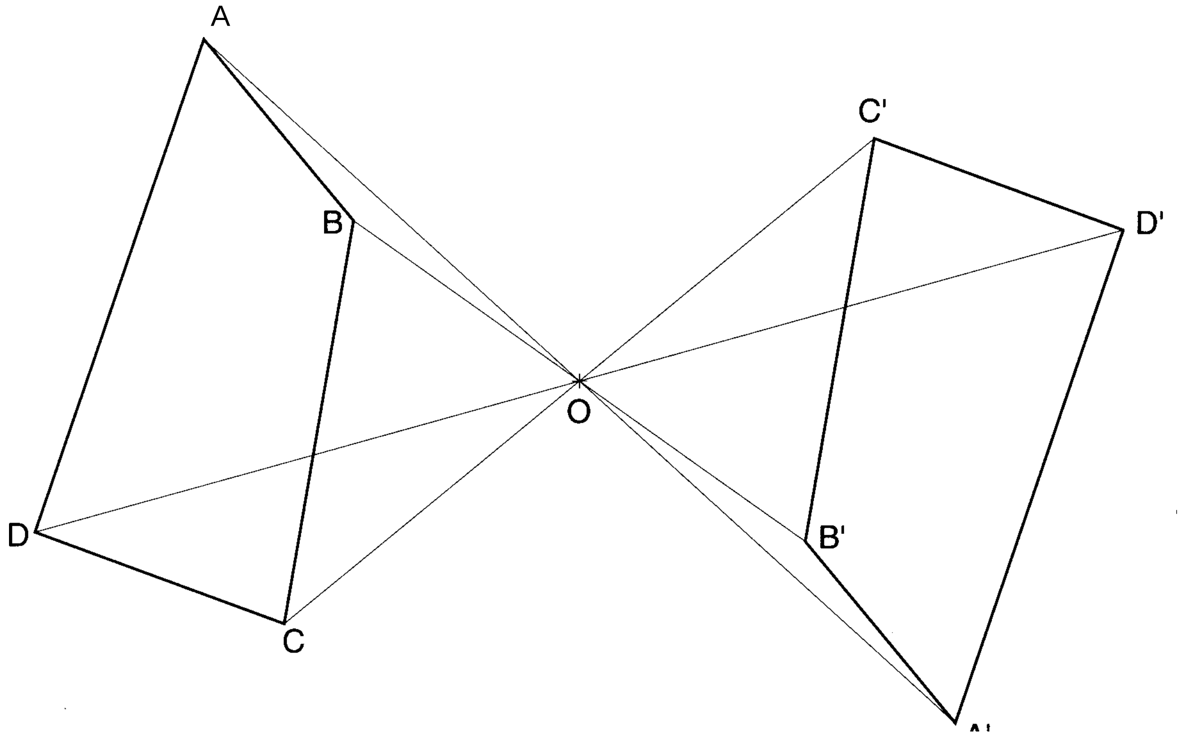
on trace d'abord la droite (OP);



on trace ensuite un arc de cercle de centre O et de rayon [OP]; son autre intersection avec la droite (OP) est le point P'.

D) CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UNE FIGURE

Voici un quadrilatère ABCD et son image, le quadrilatère A'B'C'D', par la symétrie de centre 0 :



On constate: les deux quadrilatères ont les mêmes mesures.

E) PROPRIÉTÉS DE LA SYMÉTRIE CENTRALE

Une symétrie centrale transforme:

— une droite en une droite qui lui est parallèle;

— un segment en un segment;

— un cercle en un cercle de même rayon.

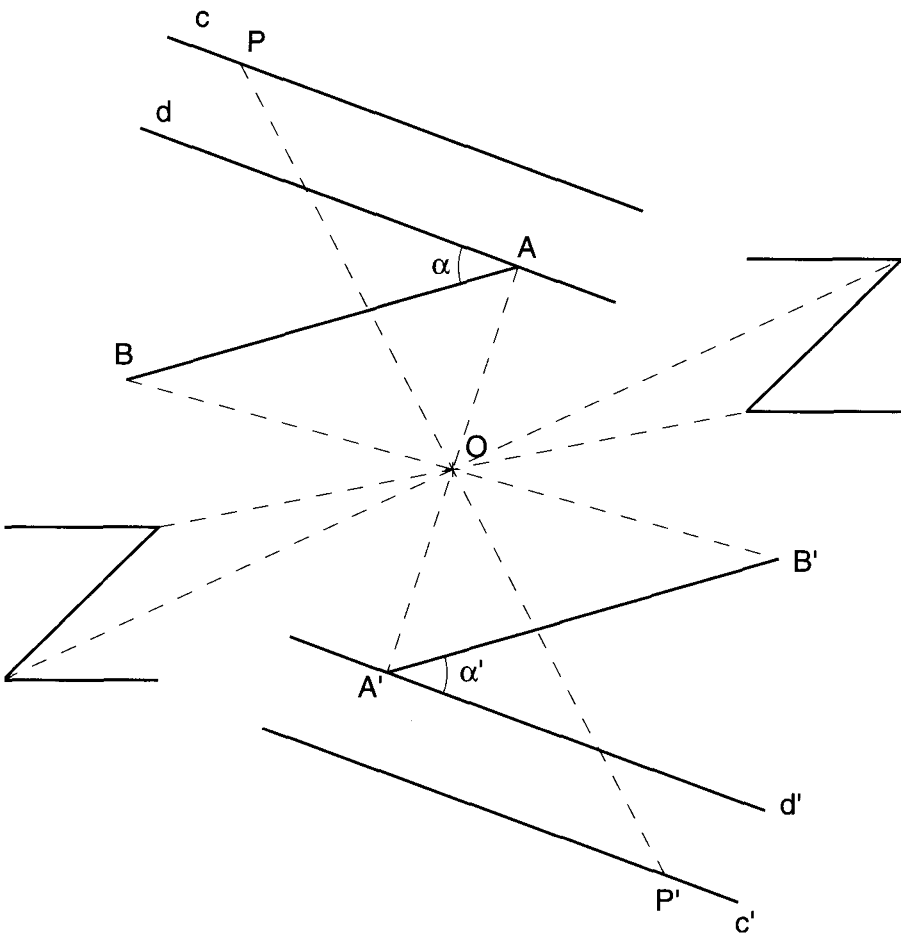
Une symétrie centrale conserve:

— les longueurs (un segment et son image ont la même longueur);

— les angles (un angle et son image ont la même mesure);

— le parallélisme (deux droites parallèles ont des images parallèles);

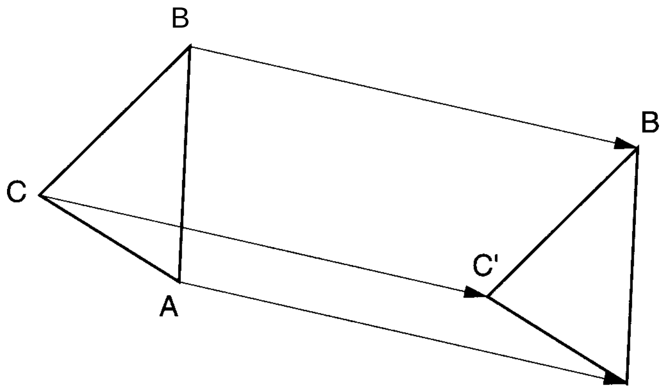
— l'orientation (l'image de **Z** est **Z**).



7. **TRANSLATION**

A) INTRODUCTION

Si on "fait glisser" le triangle ABC, on obtient le triangle A'B'C', comme sur cette figure:



Dans cette figure,

— les segments [AA'], [BB'] et [CC'] ont la même longueur;

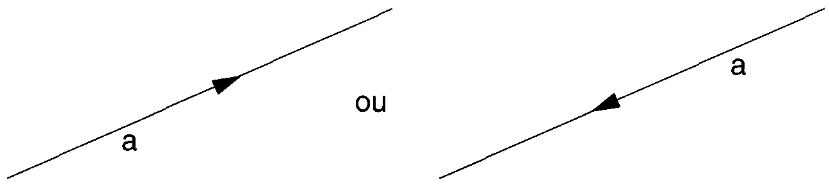
— les droites (AA'), (BB') et (CC') sont parallèles;

— le "sens est le même" pour aller de A vers A' que pour aller de B vers B' ou de C vers C' (ce sens est indiqué par les pointes de flèche).

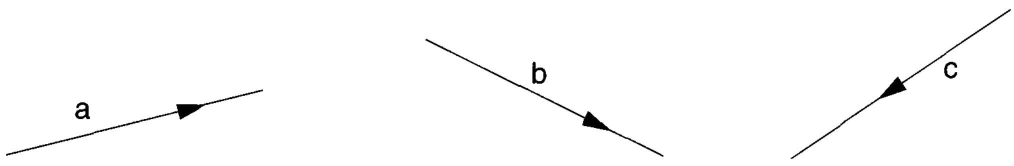
On dit que le triangle A'B'C' est **l'image du triangle ABC par la translation de vecteur** $\overrightarrow{AA'}$.

B) LE SENS ET LA DIRECTION D'UNE DROITE

Une droite peut être parcourue dans deux **sens:**

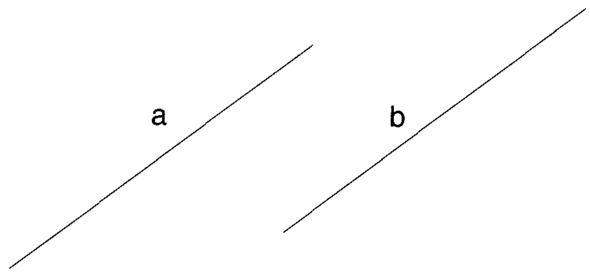


Lorsqu'on indique un sens de parcours sur une droite (par une flèche), on dit que la droite est **orientée:**



a, b et c sont des droites orientées

On dit que des droites parallèles ont la **même direction:**



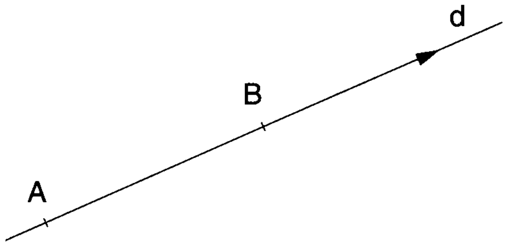
a et b ont la même direction

Deux droites qui ont la même direction peuvent avoir le même sens, ou non:

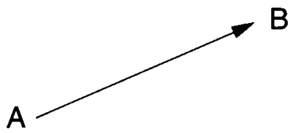
a et b ont le même sens c et d n'ont pas le même sens

C) LES VECTEURS

Prenons deux points A et B
sur une droite orientée d :



On dit que A et B déterminent le **vecteur** $\overrightarrow{AB}$**.**



Ce vecteur a

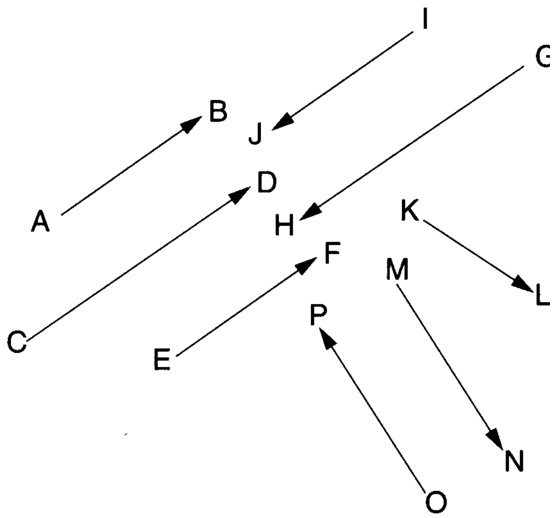
– une direction (c'est la direction de la droite d);

– un sens, indiqué par la flèche (c'est le sens de la droite d);

– une longueur (c'est la distance AB).

D) L'ÉGALITÉ DES VECTEURS

Voici des vecteurs:



Certains de ces vecteurs
ont la **même direction.**

Par exemple,

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ ont la même direction;

$\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{OP}$ ont la même direction;

mais $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ n'ont pas la même direction.

Certains ont le **même sens** (rappelons que pour avoir
le même sens, il faut d'abord avoir la même direction). Par exemple,

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ ont le même sens; mais $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{EF}$ n'ont pas le même sens.

Certains ont la **même longueur:** $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{IJ}$ ont la même longueur;

mais $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{KL}$ n'ont pas la même longueur.

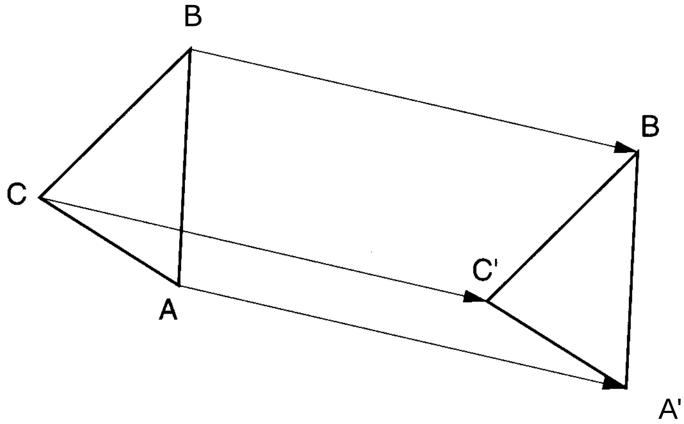
On dit que deux vecteurs sont égaux, s'ils ont même direction, même sens et même longueur.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont les seuls vecteurs égaux, parmi ceux de la figure ci-dessus.

On écrit: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

E) L'IMAGE D'UN POINT

Reprenons la figure
de la page 18.

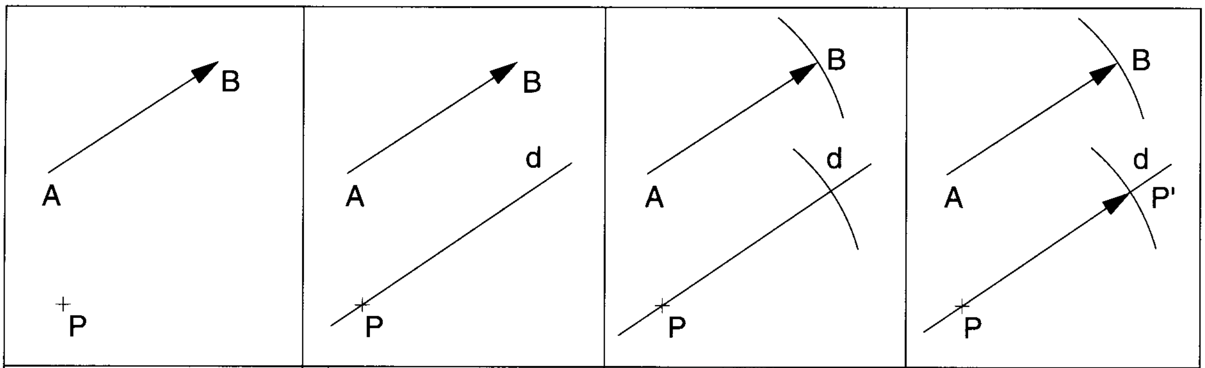


Nous avons observé que dans cette figure, les droites (AA') et (BB') sont parallèles et les segments [AA'] et [BB'] ont la même longueur; donc

> le quadrilatère ABB'A' est un parallélogramme.

F) CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UN POINT

Voici la construction de l'image P' du point P par la translation de vecteur AB .

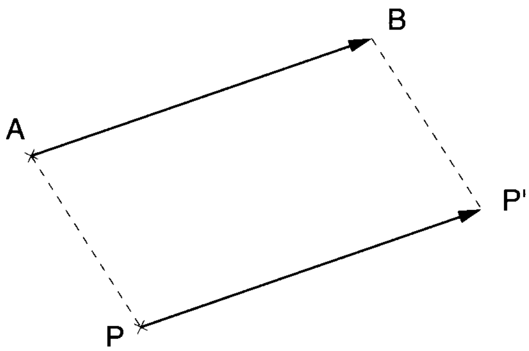


Données: le point P et le vecteur $\overrightarrow{AB}$	Par P, on trace une droite d parallèle à $\overrightarrow{AB}$.	Avec un compas, on reporte la longueur AB sur d, à partir de P, dans le sens du vecteur $\overrightarrow{AB}$.	P' est l'intersection de l'arc de cercle avec la droite d.

Les vecteurs AB et PP' sont égaux:

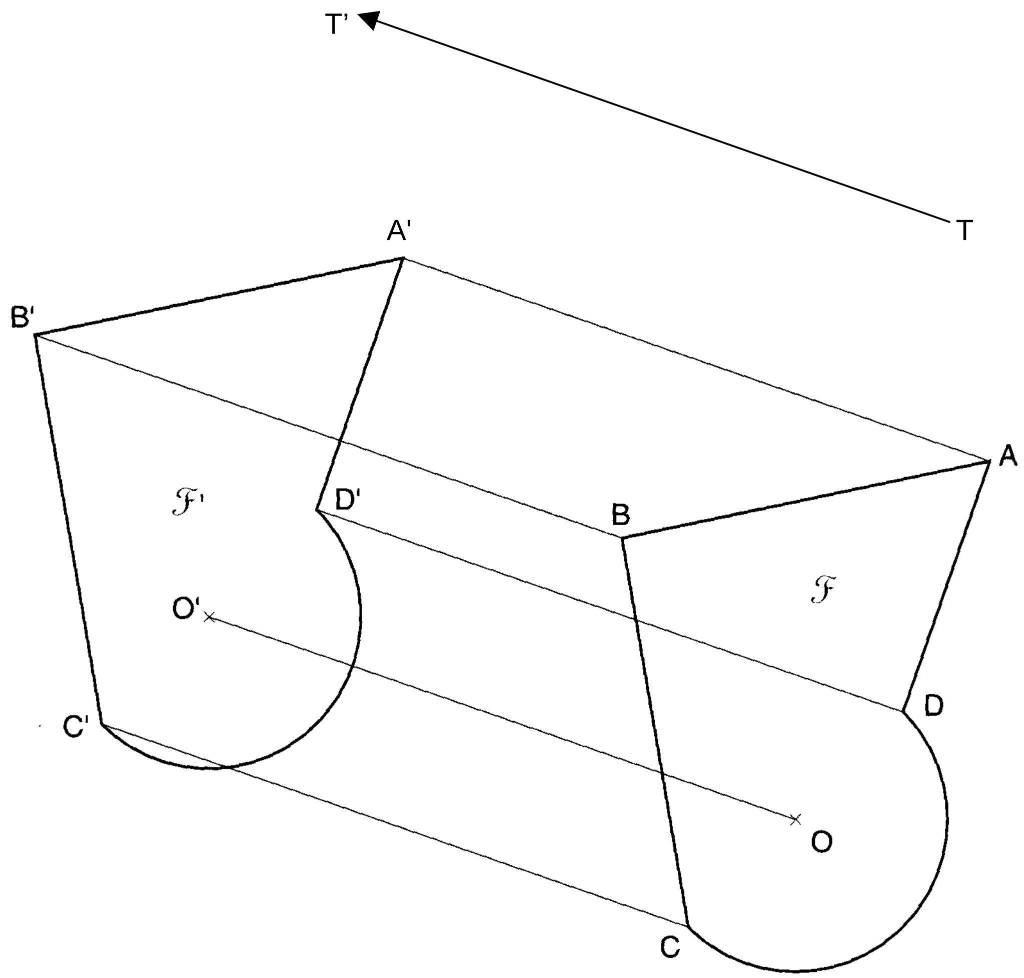
ils ont
— même direction,
— même sens,
— même longueur.

Les points A, B, P' et P sont
les sommets d'un parallélogramme.



G) CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UNE FIGURE

Voici une figure $\mathfrak{F}$ et son image , $\mathfrak{F}'$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{TT'}$:



On constate: $\mathfrak{F}$ et $\mathfrak{F}'$ ont les mêmes mesures.

H) PROPRIÉTÉS DE LA TRANSLATION

Une translation transforme:

— une droite en une droite qui lui est parallèle;

— un segment en un segment;

— un cercle en un cercle de même rayon.

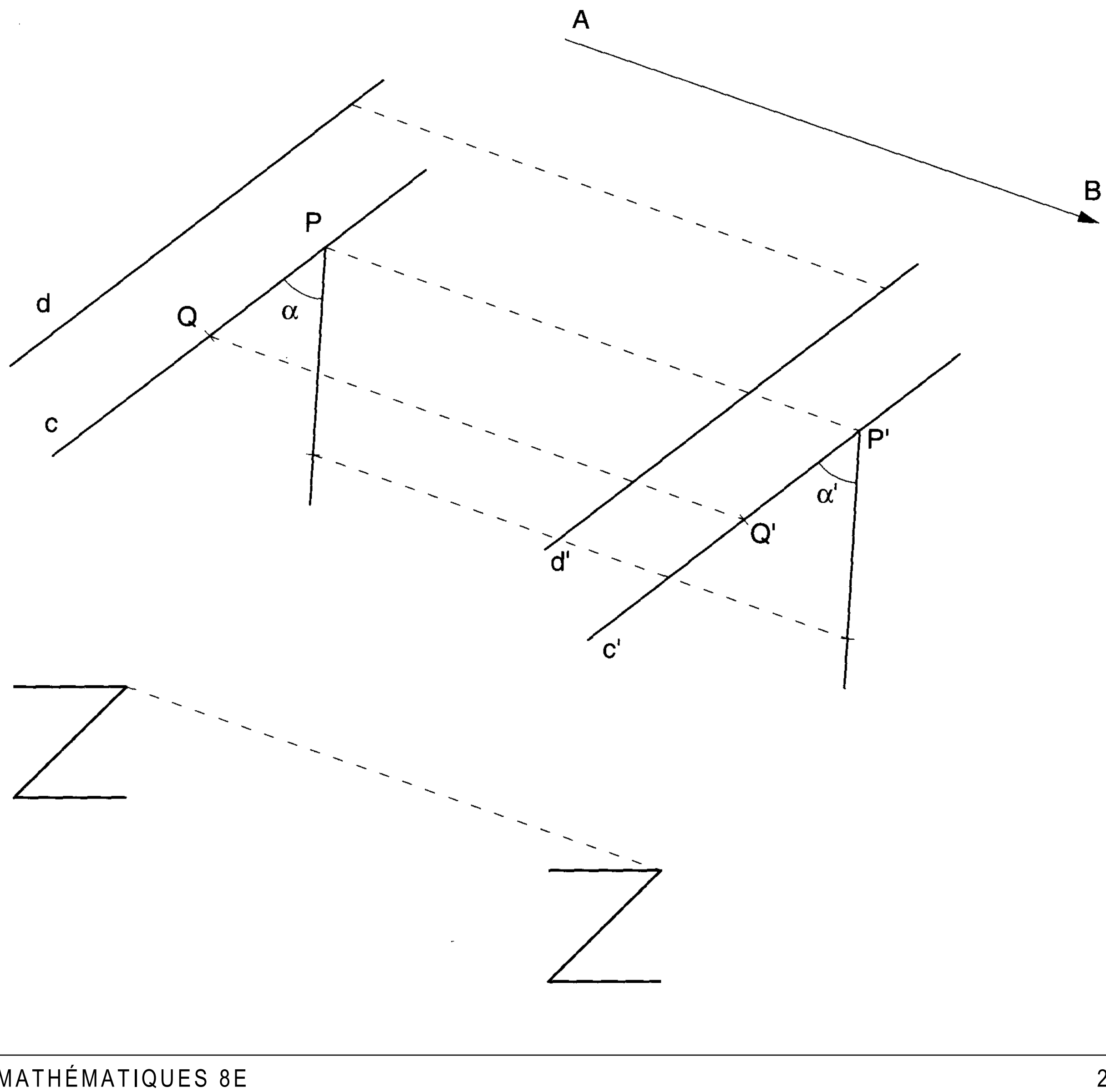
Une translation conserve:

— les longueurs (un segment et son image ont la même longueur);

— les angles (un angle et son image ont la même mesure);

— le parallélisme (deux droites parallèles ont des images parallèles);

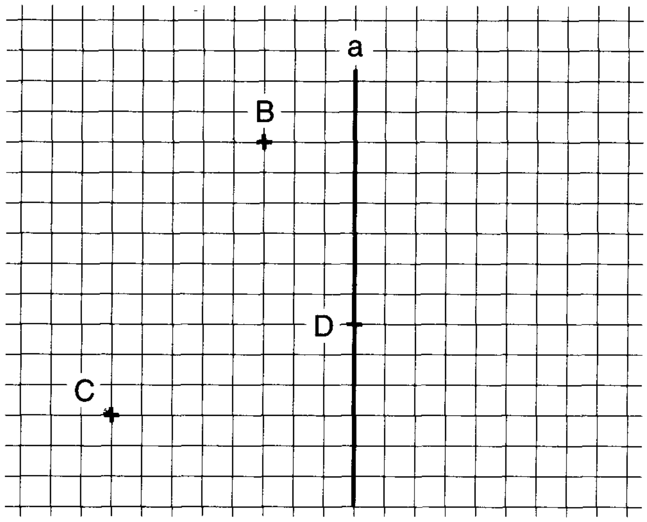
— l'orientation (l'image de **Z** est **Z**).



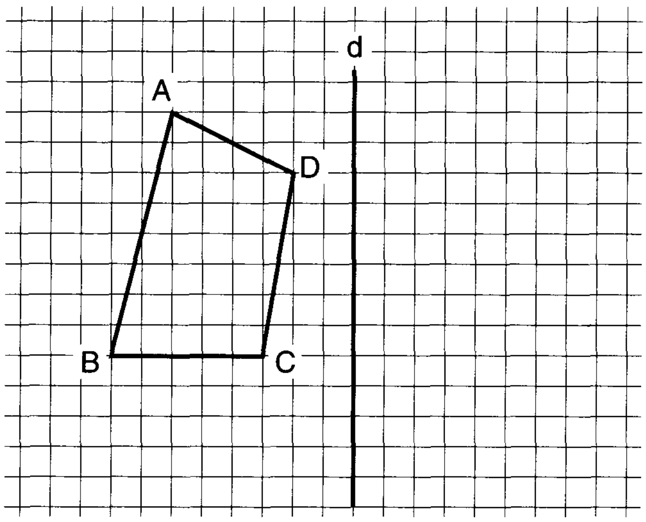
EXERCICES

1 À l'aide du quadrillage, placer:

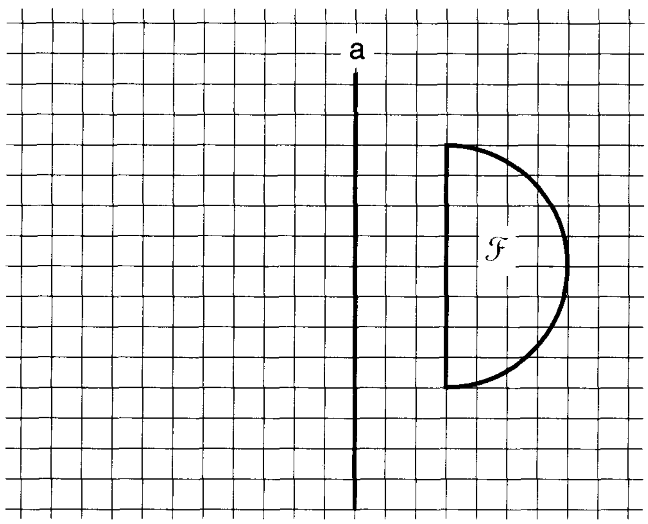
1) Limage B' du point B par la symétrie d'axe a.
2) L'image C' du point C par la symétrie d'axe a.
3) Limage D' du point D par la symétrie d'axe a.

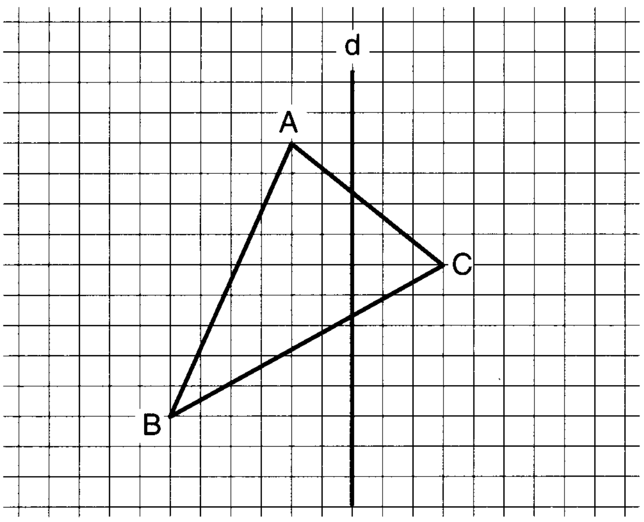


2 À l'aide du quadrillage, placer l'image du quadrilatère ABCD par la symétrie d'axe d.

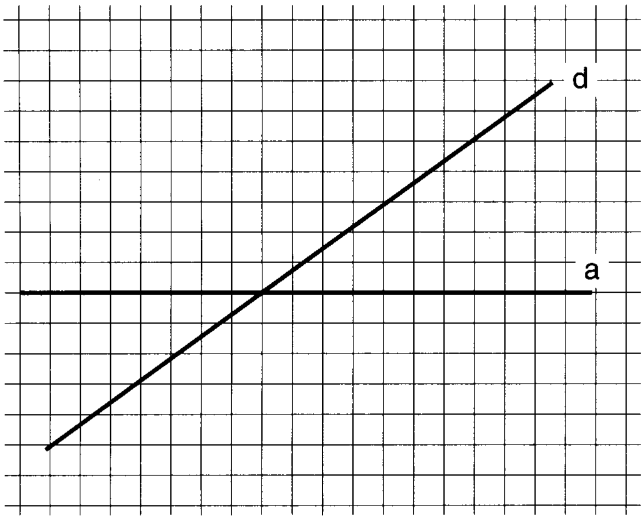


3 À l'aide du quadrillage, placer l'image de la figure Y par la symétrie d'axe a.

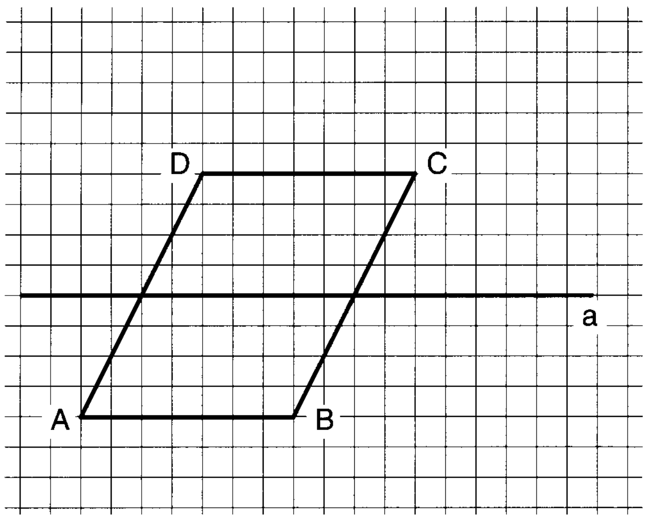




4 À l'aide du quadrillage, construire l'image du triangle ABC par la symétrie d'axe d.

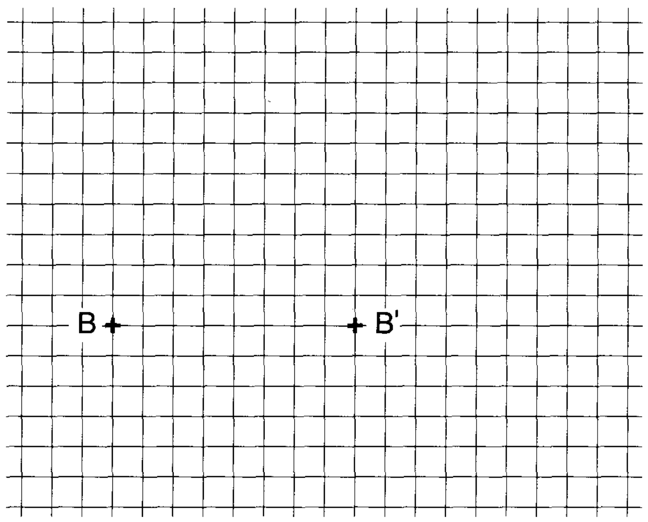


5 À l'aide du quadrillage, tracer l'image d' de la droite d par la symétrie d'axe a.



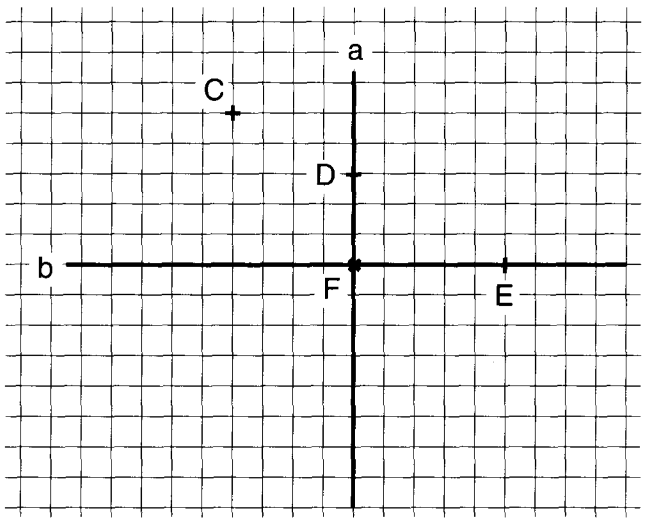
6 À l'aide du quadrillage, construire l'image du parallélogramme ABCD par la symétrie d'axe a.

7 B' est l'image de B par la symétrie d'axe a. Tracer l'axe a.

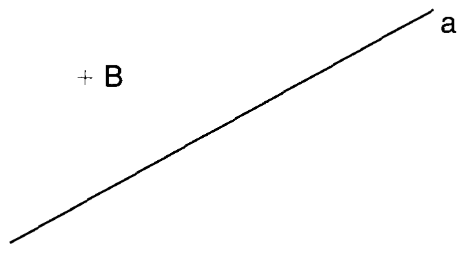


8 Construire les points suivants:

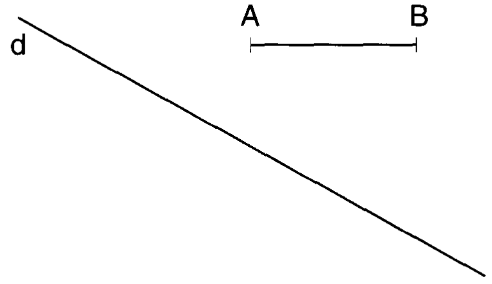
1) Limage C' du point C par la symétrie d'axe a.
2) Limage C" du point C par la symétrie d'axe b.
3) Limage D' du point D par la symétrie d'axe a.
4) Limage D" du point D par la symétrie d'axe b.
5) Les images E' et F' des points E et F par la symétrie d'axe a.
6) Les images E" et F" des points E et F par la symétrie d'axe b.



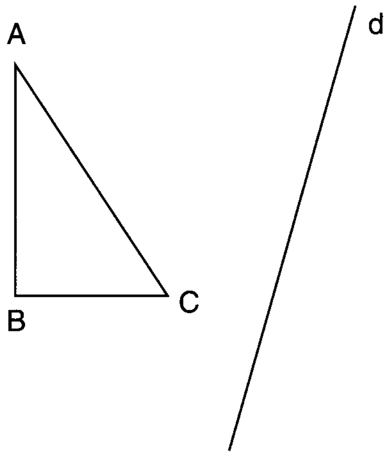
9 Construire le symétrique B' du point B par la symétrie d'axe a.



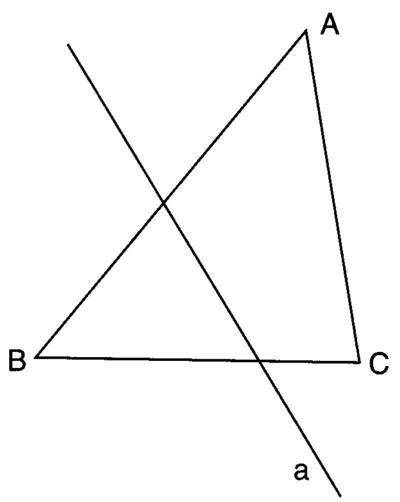
10 Construire l'image [A'B'] du segment [AB] par la symétrie d'axe d.



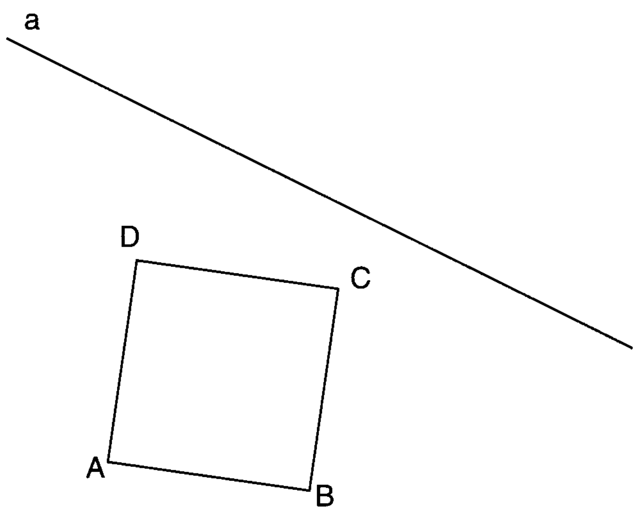
11 Construire l'image du triangle ABC par la symétrie d'axe d.



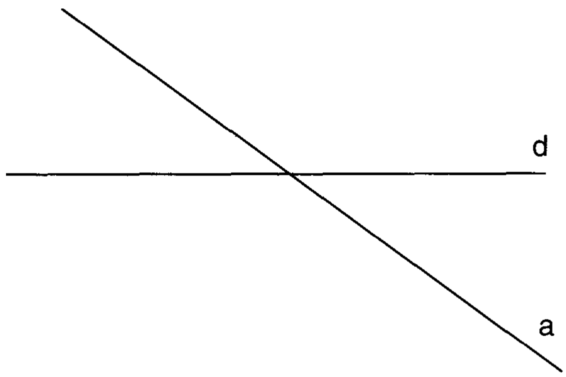
12 Construire l'image du triangle ABC par la symétrie d'axe a.



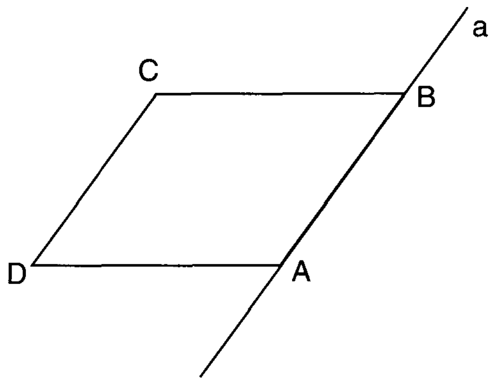
13 Construire l'image du carré ABCD par la symétrie d'axe a.



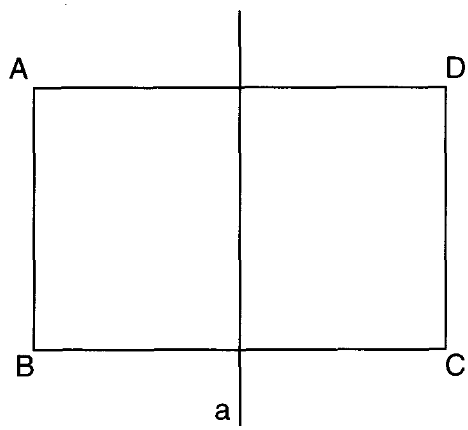
14 Construire l'image de la droite d par la symétrie d'axe a.



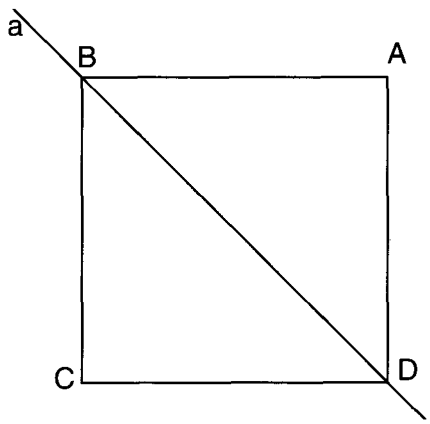
15 Construire l'image du parallélogramme ABCD par la symétrie d'axe a.

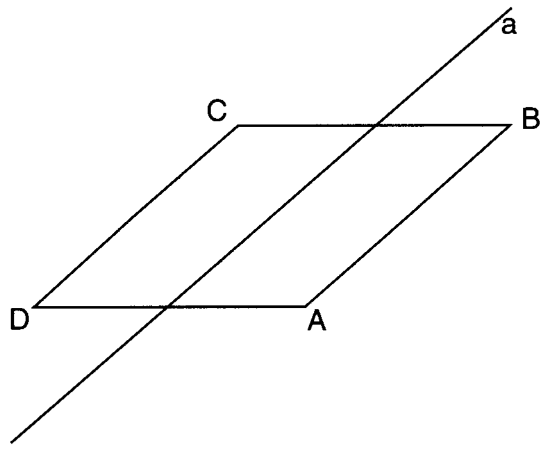


16 Construire (en rouge) l'image du rectangle ABCD par la symétrie d'axe a.

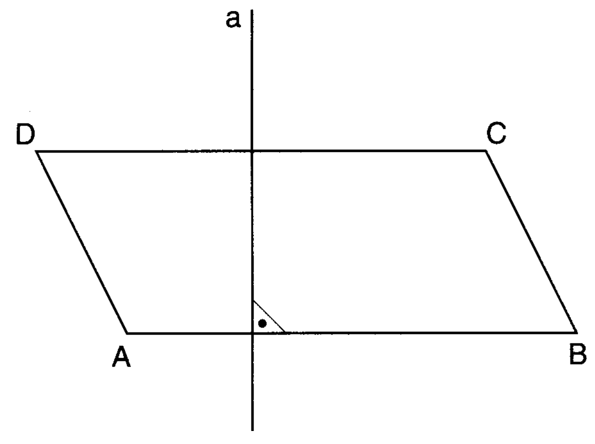


17 Construire (en rouge) l'image du carré ABCD par la symétrie d'axe a.

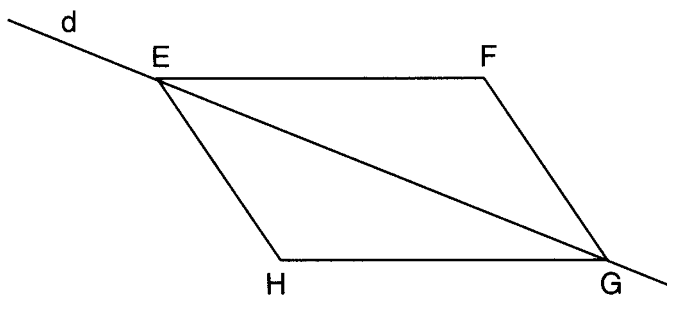




18 Construire l'image du losange ABCD par la symétrie d'axe a.

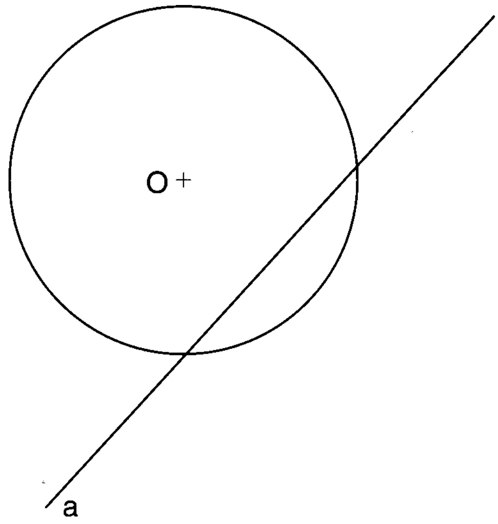


19 Construire l'image du parallélogramme ABCD par la symétrie d'axe a.

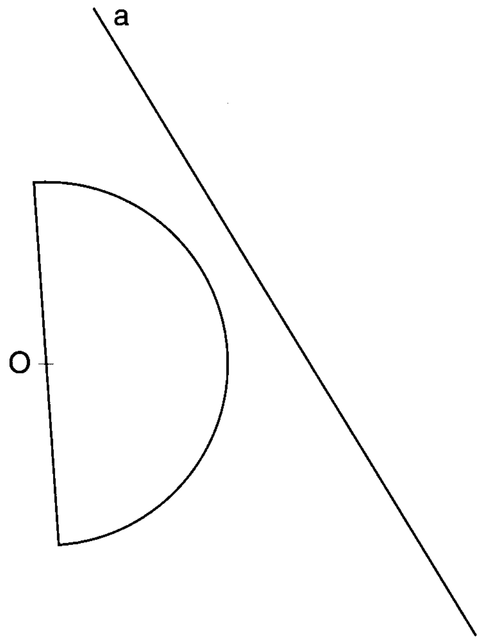


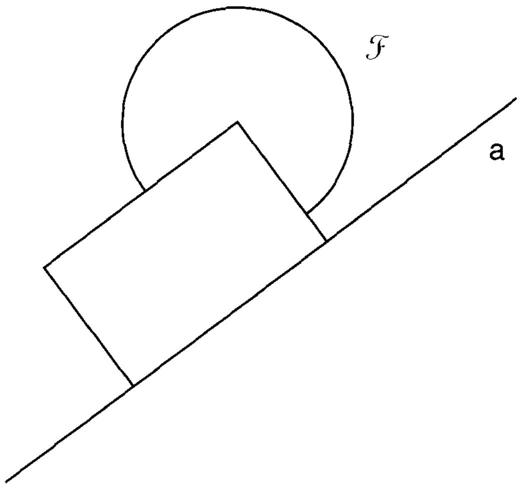
20 Construire l'image du parallélogramme EFGH par la symétrie d'axe d.

21 Construire l'image du cercle de centre O par la symétrie d'axe a.

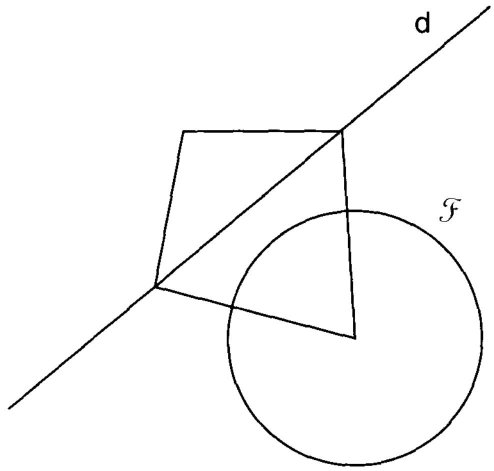


22 Construire l'image de ce demi-disque par la symétrie d'axe a.

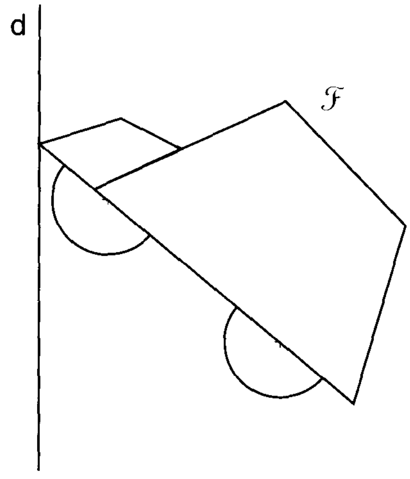




23 Construire l'image de la figurec par la symétrie d'axe a.

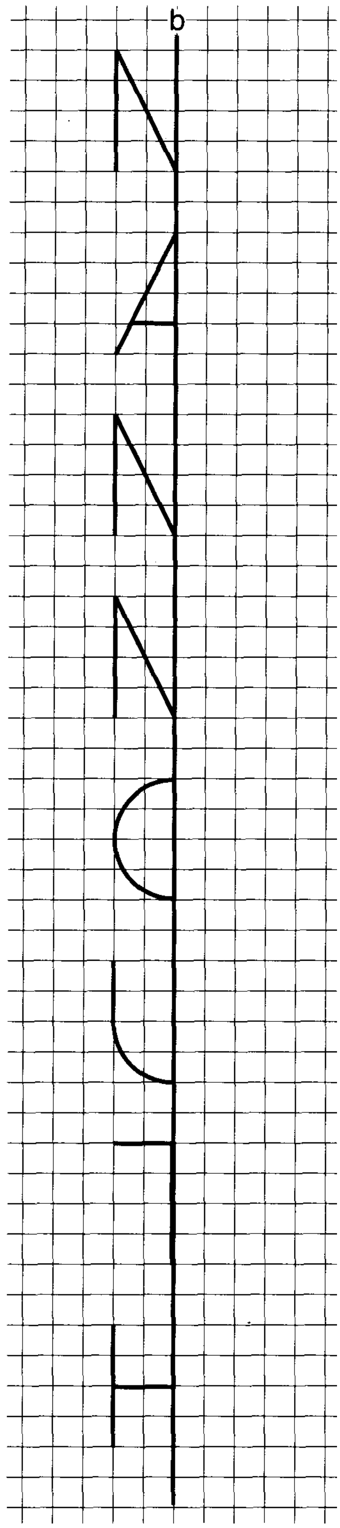


24 Construire l'image de la figure ℑ par la symétrie d'axe d.

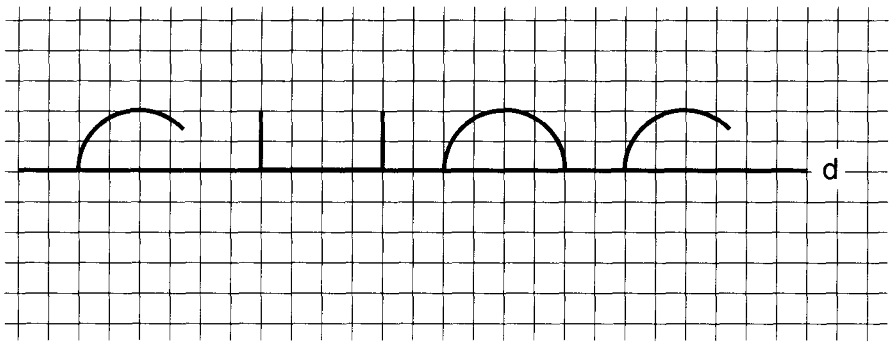


25 Construire l'image de la figure ℑ par la symétrie d'axe d.

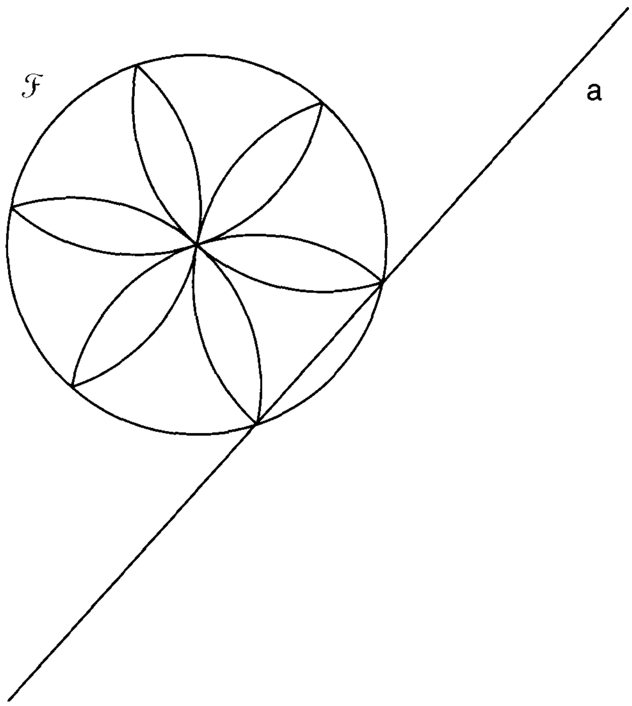
26 À l'aide du quadrillage, tracer l'image de la figure ci-contre par la symétrie d'axe b.



27 À l'aide du quadrillage, tracer l'image de la figure ci-dessous par la symétrie d'axe d.

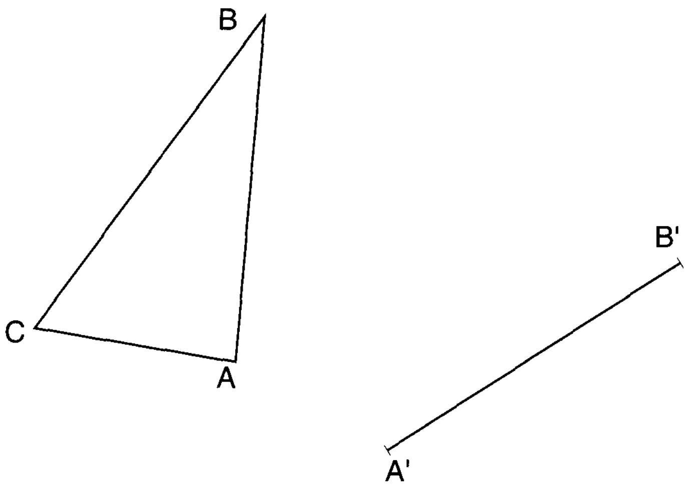


28 Construire l'image de la figure $\mathfrak{I}$ - par la symétrie d'axe a.

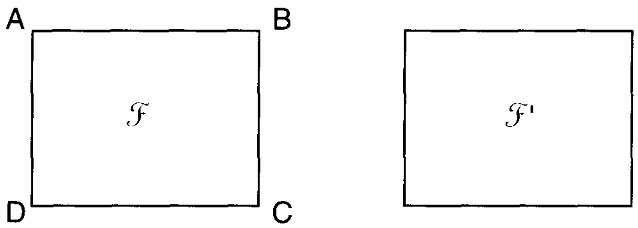


29 B' est le symétrique de B par une symétrie axiale.
Construire l'axe de symétrie a.

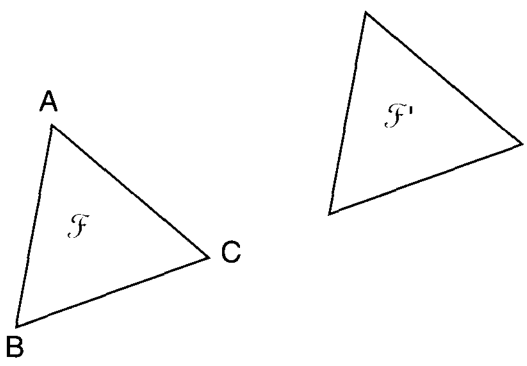
30 Limage du triangle ABC par une symétrie axiale est un triangle A'B'C'.
Construire le point C'.



31 La figure $\mathfrak{I}$ ' est l'image du rectangle $\mathfrak{I}$ par une symétrie axiale.
Indiquer les images A', B', C', D' des sommets A, B, C, D.



32 La figure , $\mathfrak{I}$ ' est l'image du triangle équilatéral $\mathfrak{I}$ par une symétrie axiale.
Indiquer les images A', B', C' des sommets A, B, C.

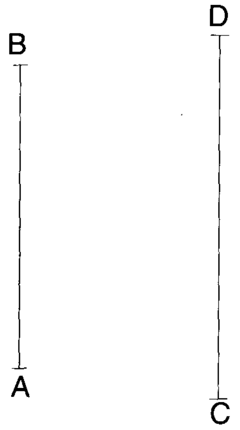


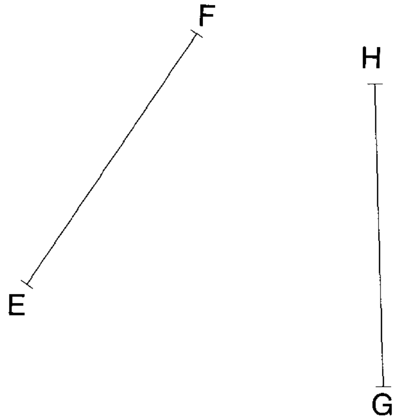
33 Le segment [CD] est-il l'image du segment [AB] par une symétrie axiale? _____

Si oui, construire l'axe de symétrie.
Si non, expliquer pourquoi.

____

____





34 Le segment [EF] est-il l'image du segment [GH] par une symétrie axiale? _____

Si oui, construire l'axe de symétrie.
Si non, expliquer pourquoi.

____

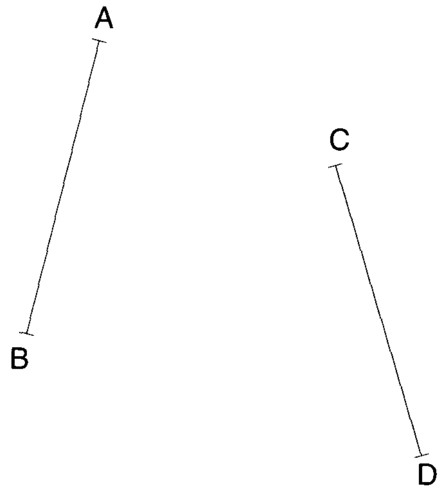
____

35 Le segment [CD] est-il l'image du segment [AB] par une symétrie axiale? _____

Si oui, construire l'axe de symétrie.
Si non, expliquer pourquoi.

____

____

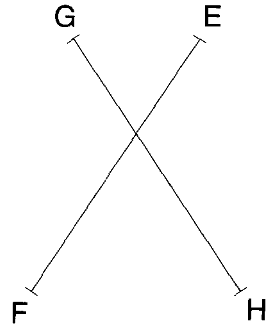


36 Le segment [EF] est-il l'image du segment [GH] par une symétrie axiale? _____

Si oui, construire l'axe de symétrie.
Si non, expliquer pourquoi.

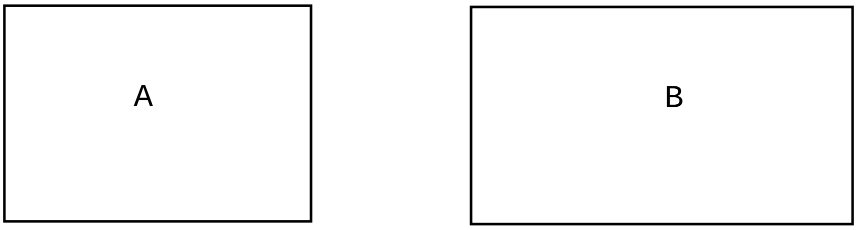
____

____

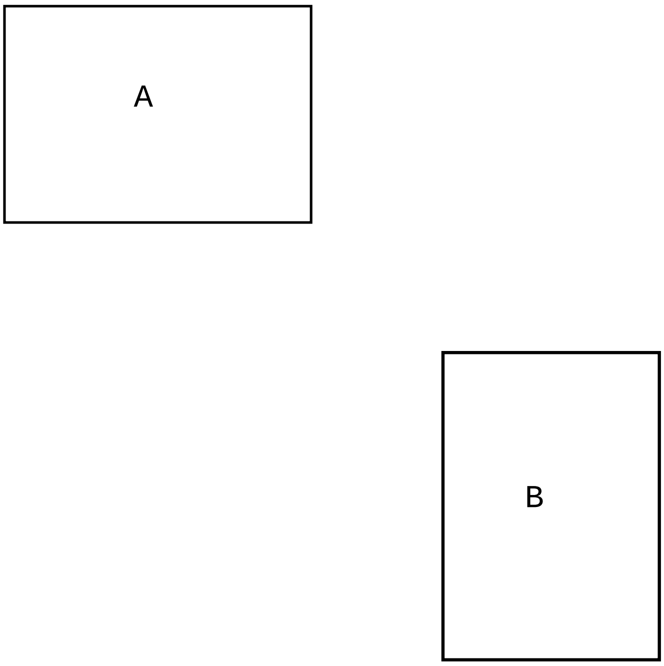


37 Le rectangle B est-il l'image du rectangle A par une symétrie axiale? Si oui, construire l'axe de symétrie.

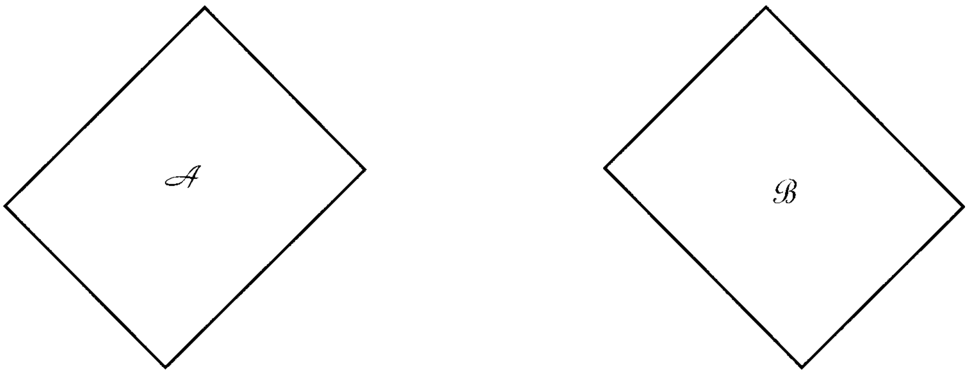
1)



2)



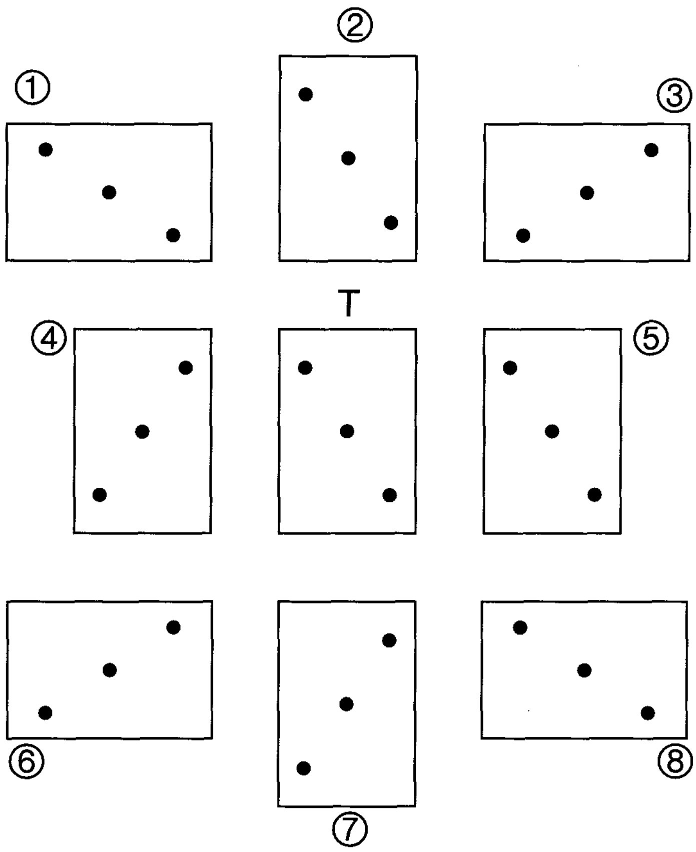
3)



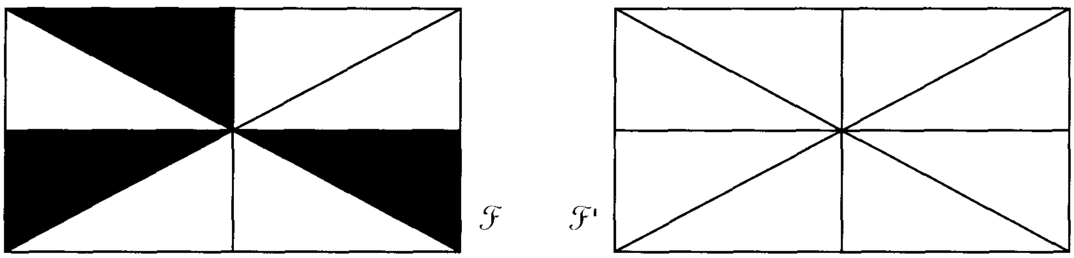
38 Quelles sont les images de la carte T par une symétrie axiale?

____

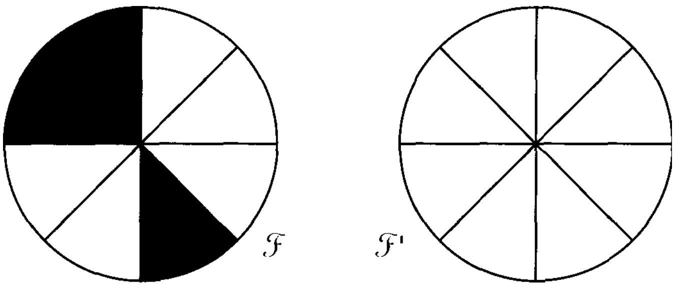
____



39 Compléter la figure ℑ ' pour qu'elle soit l'image de la figure ℑ par une symétrie axiale.

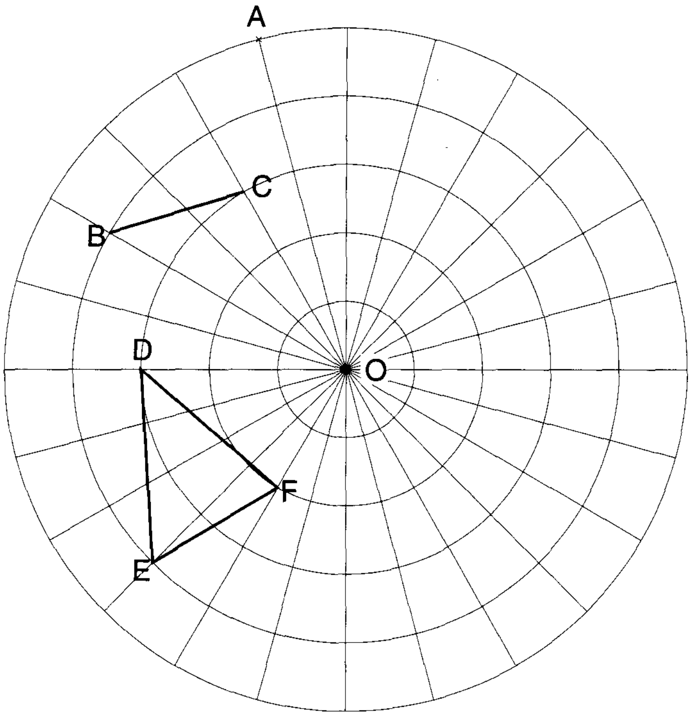


40 Compléter la figure ℑ ' pour qu'elle soit l'image de la figure ℑ par une symétrie axiale.



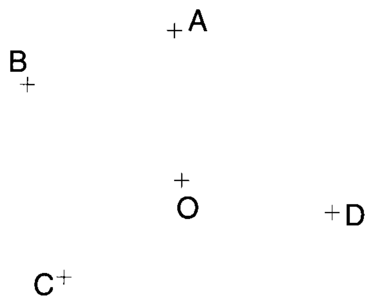
41 Construire:

1) L'image A' du point A par la **symétrie centrale** de centre O.
2) Limage [B'C'] du segment [BC] par la symétrie de centre O.
3) Limage du triangle DEF par la symétrie de centre O.

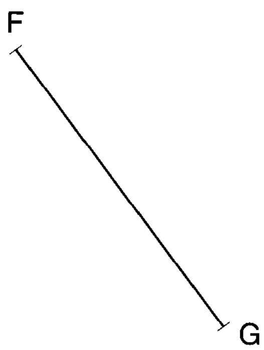


42 Construire l'image A' du point A par la symétrie de centre O.

43 Construire les images A', B', C', D' des points A, B, C, D par la symétrie de centre O.

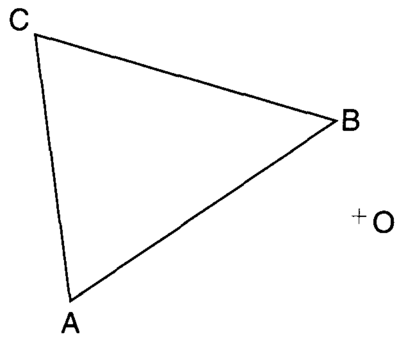


44 Construire l'image [F'G'] du segment [FG] par la symétrie de centre O.

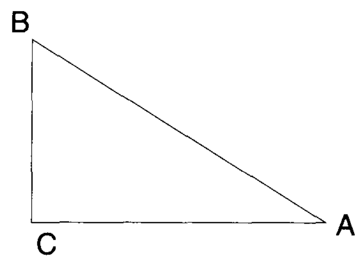


45 Construire l'image [A'B'] du segment [AB] par la symétrie de centre O.

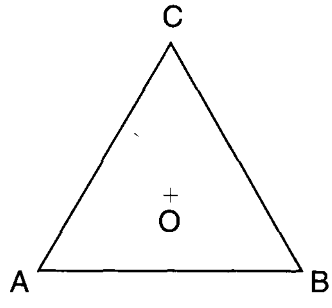
46 Construire l'image A'B'C' du triangle ABC par la symétrie de centre O.

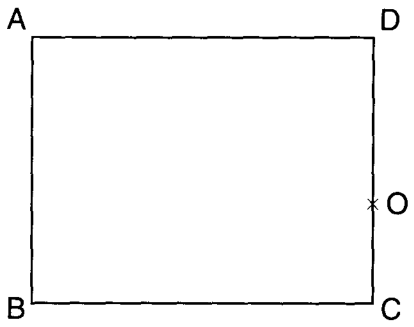


47 Construire l'image A'B'C' du triangle ABC par la symétrie de centre C.



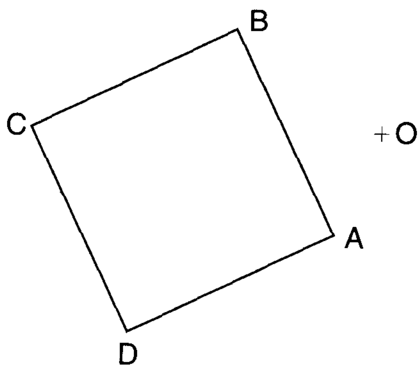
48 Construire l'image du triangle ABC par la symétrie de centre O.

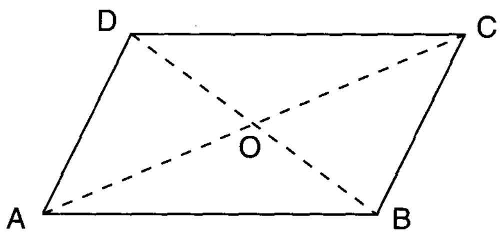




49 Construire l'image de ce rectangle ABCD par la symétrie de centre O.

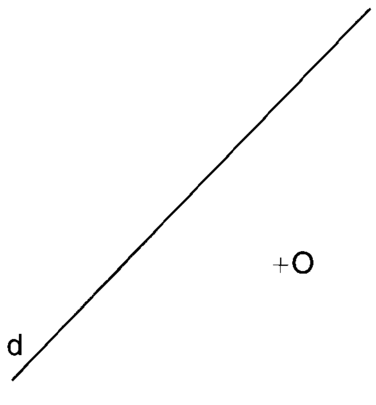
50 Construire l'image de ce carré par la symétrie de centre O.



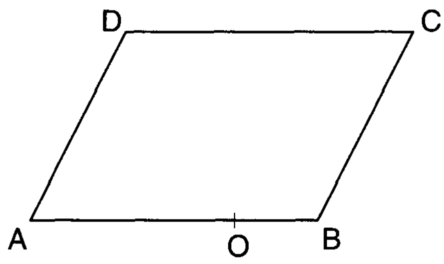


51 Construire (en rouge) l'image de ce parallélogramme par la symétrie de centre O.

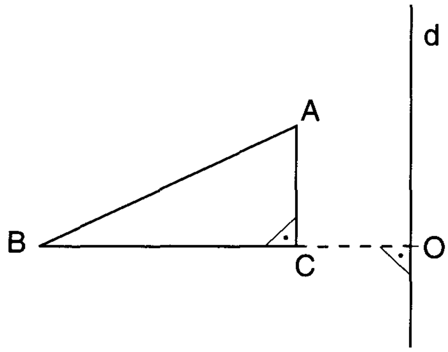
52 Construire l'image d' de la droite d par la symétrie de centre O.



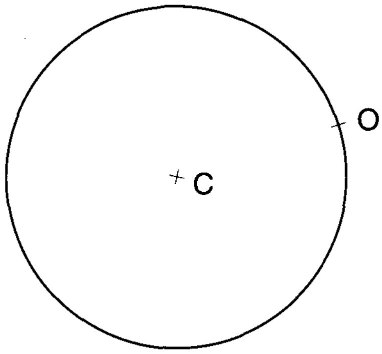
53 Construire l'image de ce parallélogramme par la symétrie de centre O.



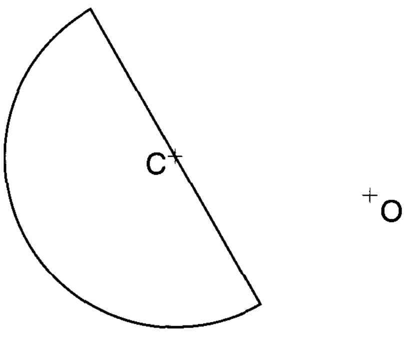
54 Construire
1) Limage A'B'C' du triangle ABC par la symétrie de centre O.
2) Limage A"B"C" du triangle ABC par la symétrie d'axe d.



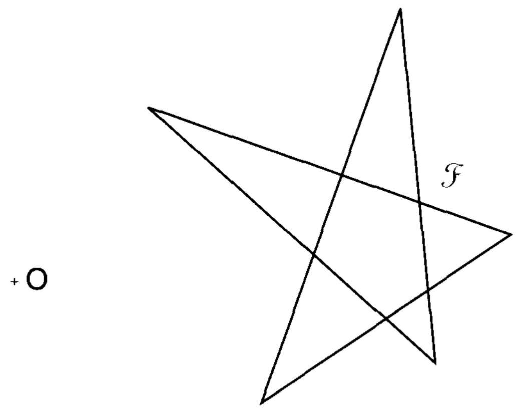
55 Construire l'image de ce cercle par la symétrie de centre O.



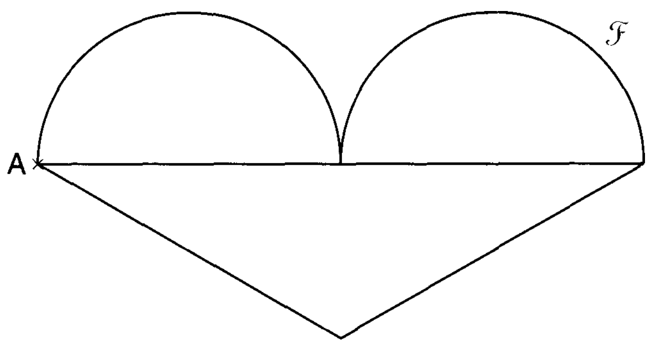
56 Construire l'image de ce demi-disque par la symétrie de centre O.



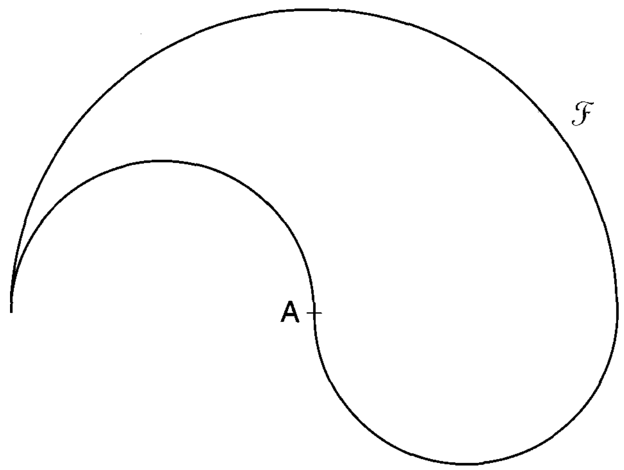
57 Construire l'image de la figure ℑ par la symétrie de centre O.



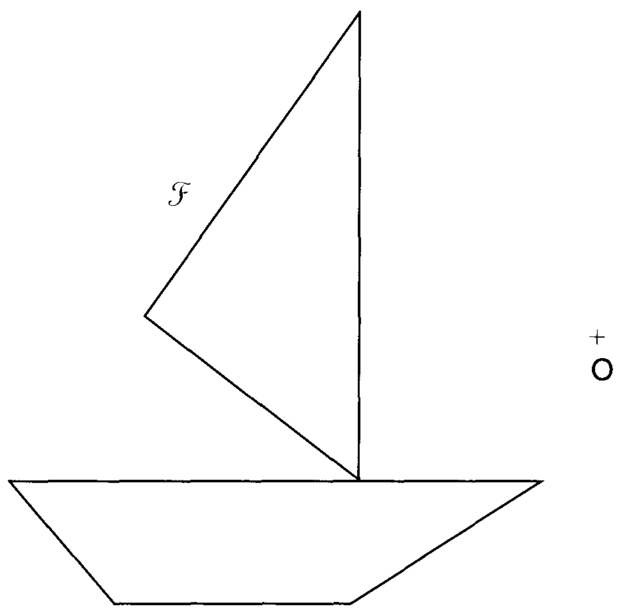
58 Construire l'image de la figure ℑ par la symétrie de centre A.



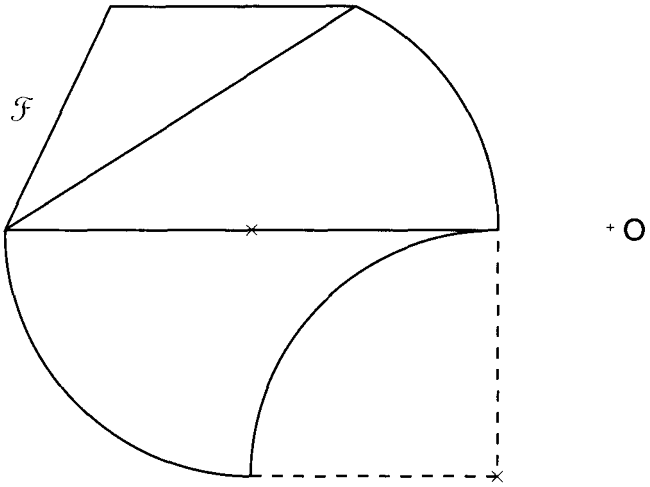
59 Construire l'image de la figure $\mathfrak{I}$ par la symétrie de centre A.



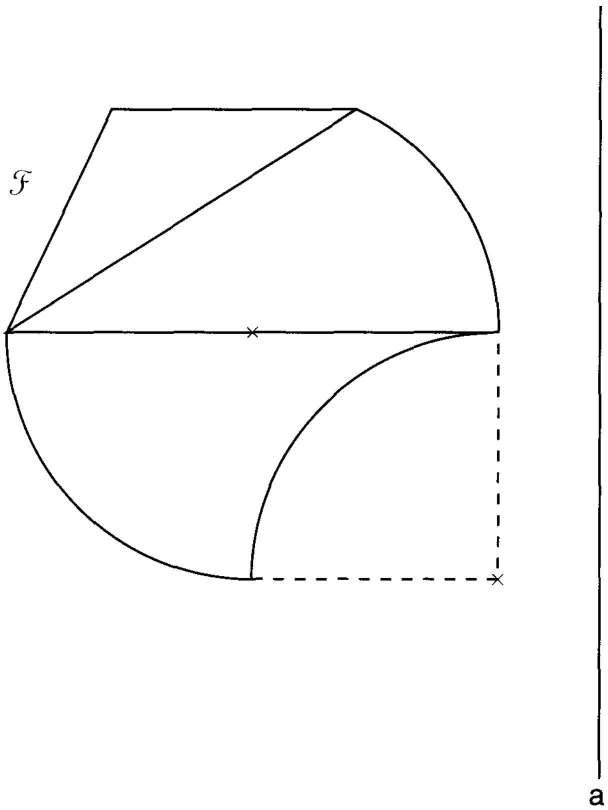
60 Construire l'image de la figure $\mathfrak{I}$ par la symétrie de centre O.



61 Construire l'image de la figure ℑ par la **symétrie centrale de** centre O.

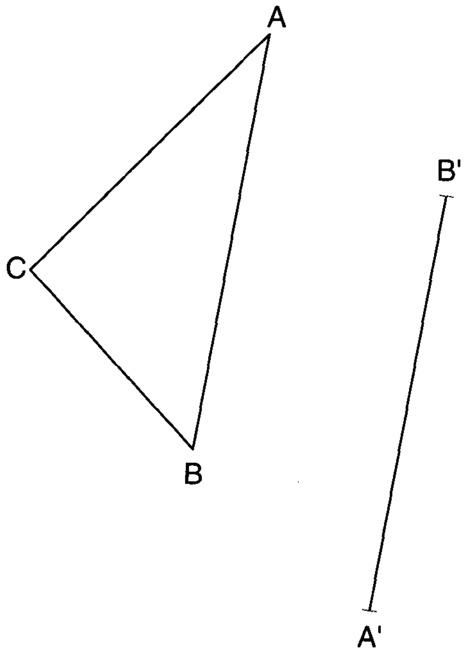


62 Construire l'image de la figure ℑ par la **symétrie axiale** d'axe a.

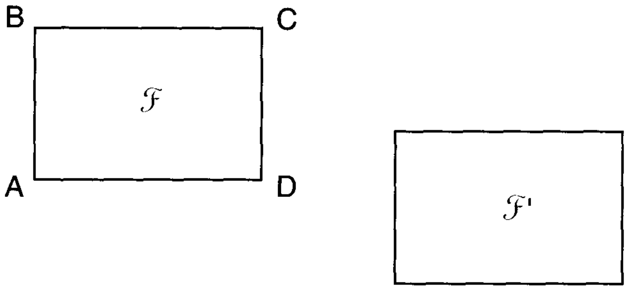


63 A' est l'image de A par une symétrie centrale.
Construire le centre de symétrie O.

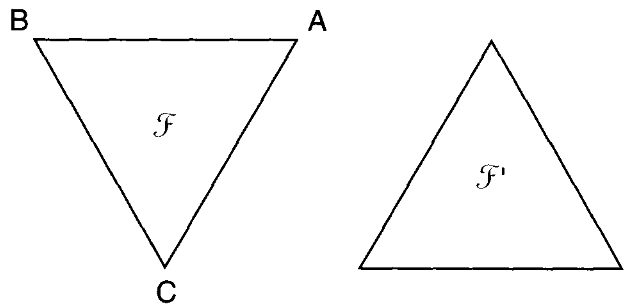
64 L'image du triangle ABC par une symétrie centrale est un triangle A'B'C'.
Construire le point C'.



65 La figure $\mathcal{F}'$ est l'image du rectangle $\mathcal{F}$ - par une symétrie centrale.
Indiquer les images A',B',C',D' des sommets A, B, C, D.



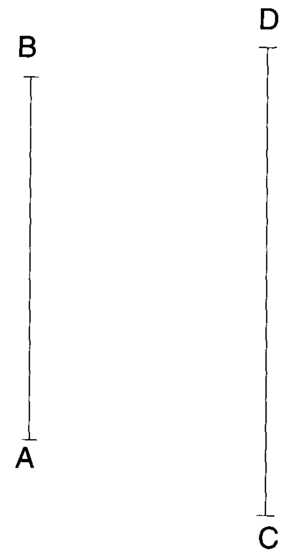
66 La figure $\mathcal{F}'$ est l'image du triangle équilatéral ABC par une symétrie centrale.
Indiquer les images A',B',C' des sommets A, B, C.



67 Le segment [CD] est-il l'image du segment [AB] par une symétrie centrale?

Si oui, construire le centre de symétrie.

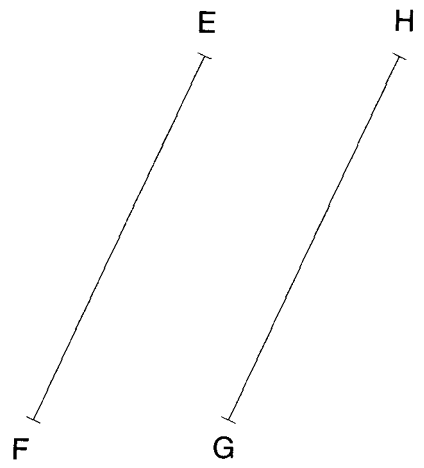
Si non, expliquer pourquoi.



68 Le segment [GH] est-il l'image du segment [EF] par une symétrie centrale?

Si oui, construire le centre de symétrie.

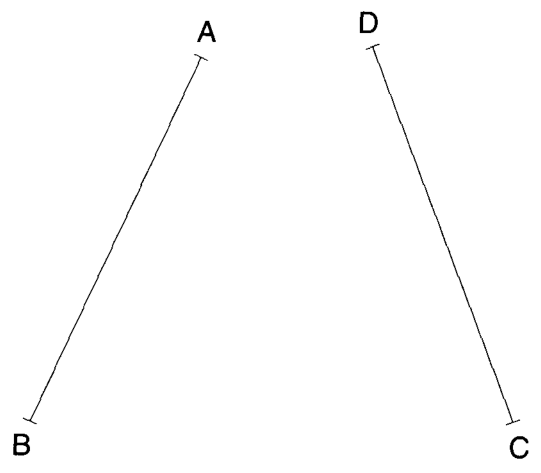
Si non, expliquer pourquoi.



69 Le segment [CD] est-il l'image du segment [AB] par une symétrie centrale?

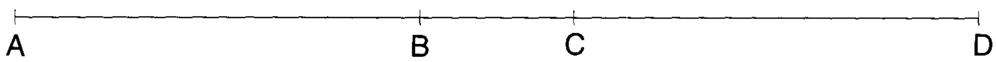
Si oui, construire le centre de symétrie.

Si non, expliquer pourquoi.



70 Le segment [CD] est l'image du segment [AB] par une symétrie centrale.
Construire le centre de symétrie O.

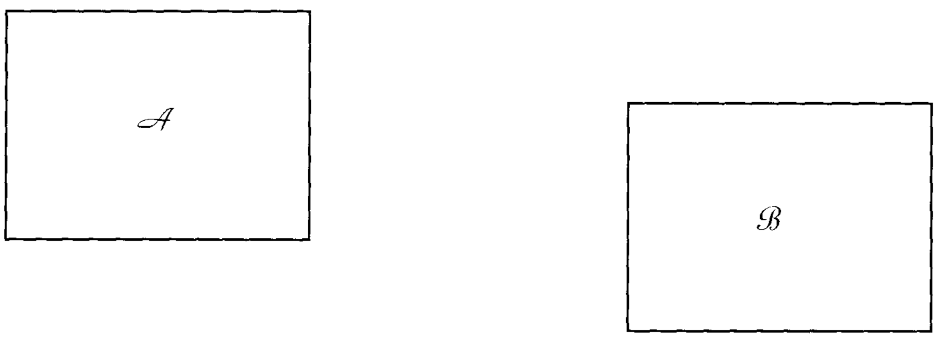
71 Le segment [CD] est-il l'image du segment [AB] par une symétrie centrale? Si oui, construire le centre de symétrie O.



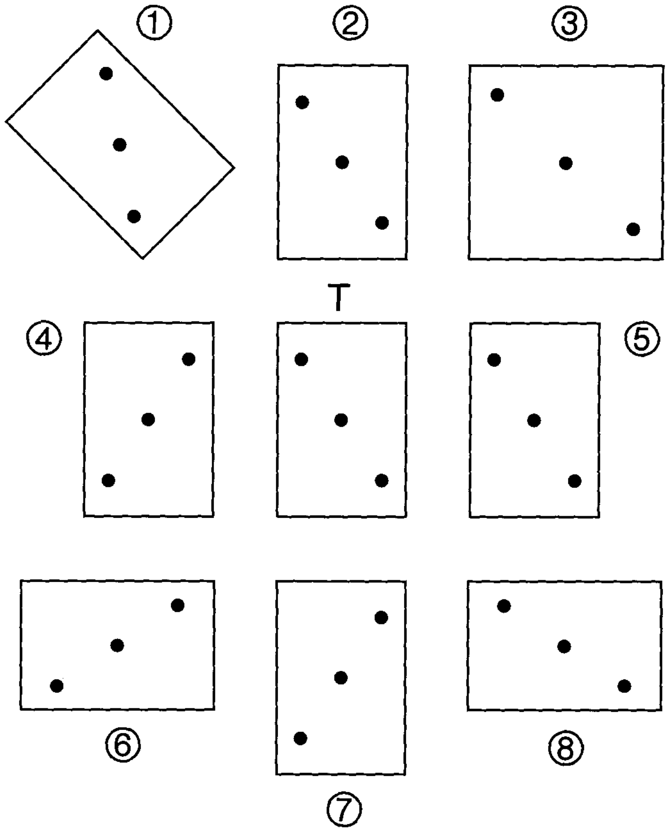
72 Le rectangle B est-il l'image du rectangle A par une symétrie centrale?
Si oui, construire le centre de symétrie O.

1)

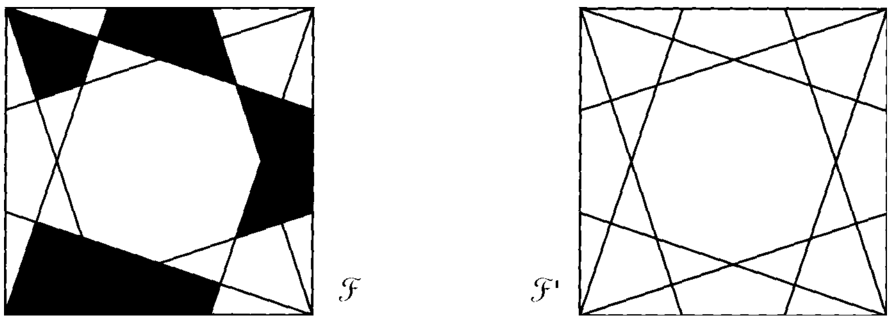
2)



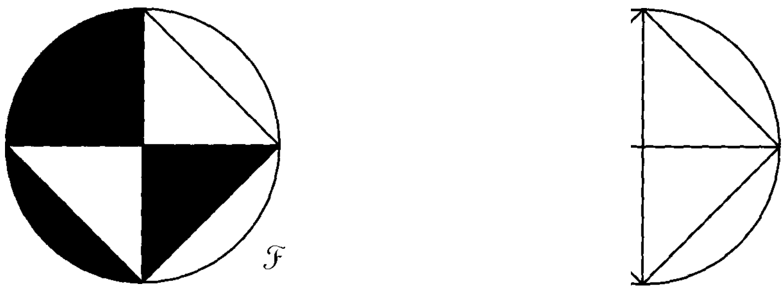
73 Quelles sont les cartes images de la carte T par une symétrie centrale?



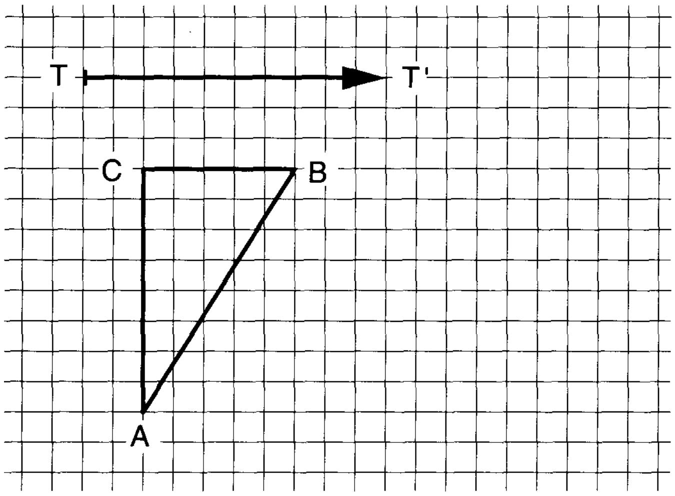
74 Compléter la figure ℑ ' pour qu'elle soit l'image de la figure ℑ par une symétrie centrale.



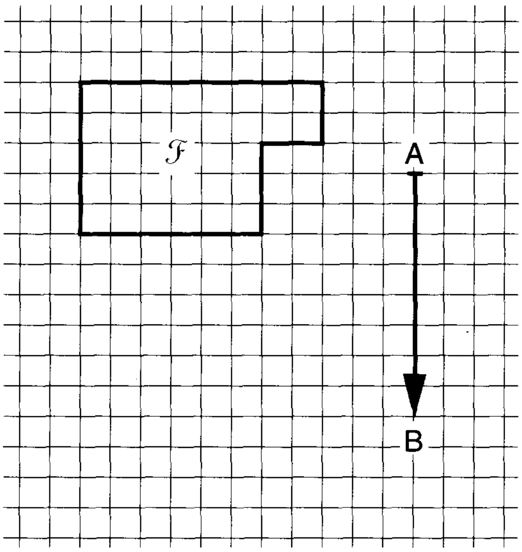
75 Compléter la figure ℑ ' pour qu'elle soit l'image de la figure ℑ - par une symétrie centrale.



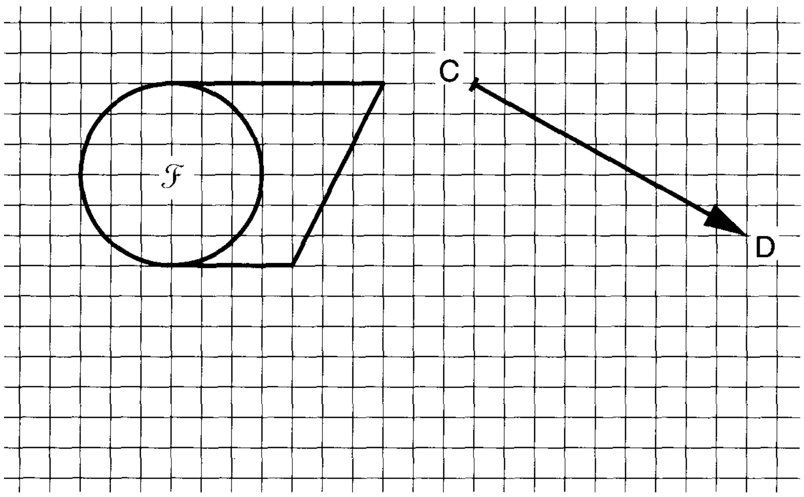
76 À l'aide du quadrillage, construire l'image du triangle ABC par la **translation** de vecteur $\overrightarrow{TT'}$.



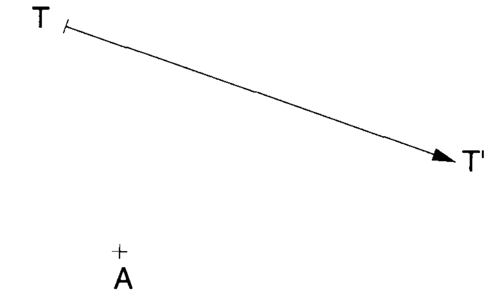
77 À l'aide du quadrillage, construire l'image $\mathfrak{I}'$ de la figure $\mathfrak{I}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



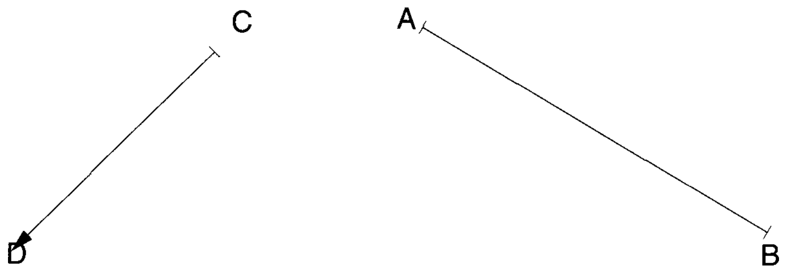
78 À l'aide du quadrillage, construire l'image de la figure $\mathfrak{I}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.



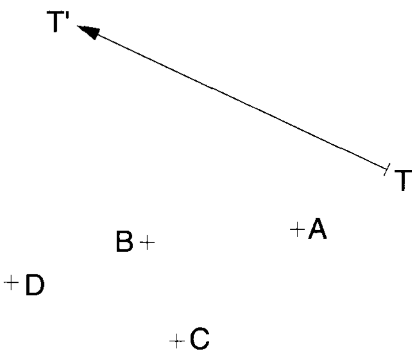
79 Construire l'image A' du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{TT'}$.



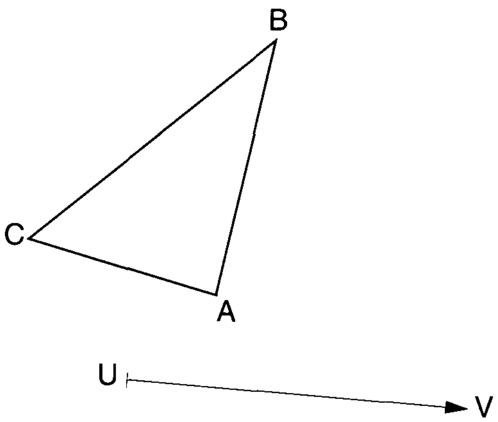
80 Construire l'image [A'B'] de [AB] par la translation d vecteur $\overrightarrow{CD}$.



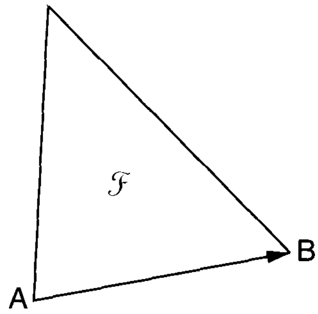
81 Construire les images des points A, B, C, D par la translation de vecteur $\overrightarrow{TT'}$.



82 Construire l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{UV}$.

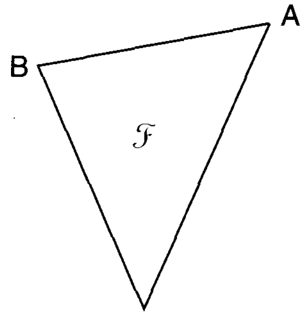


83 Construire l'image $\mathfrak{I}'$ du triangle $\mathfrak{I}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

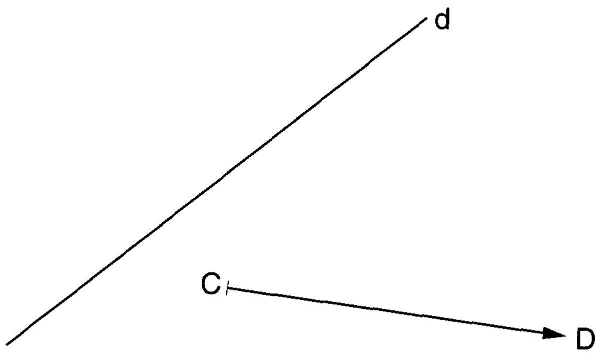


84 Construire:

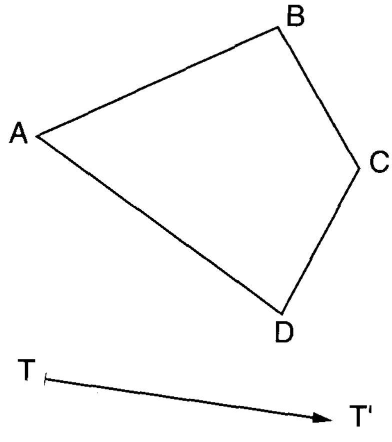
1) l'image $\mathfrak{I}'$ du triangle $\mathfrak{I}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;
2) l'image $\mathfrak{I}''$ du triangle $\mathfrak{I}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.



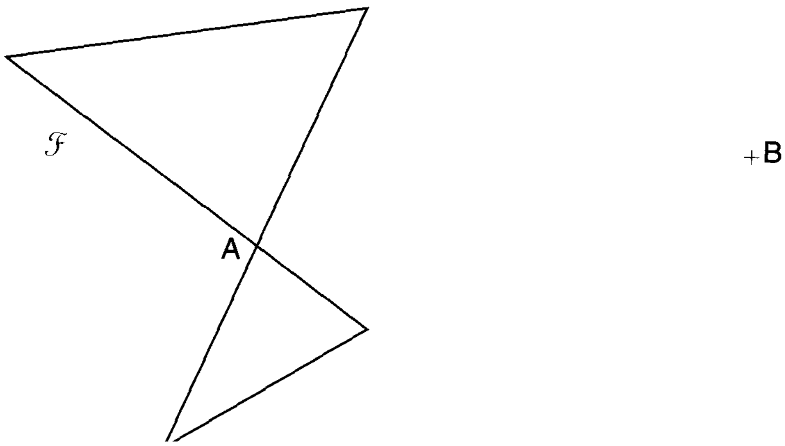
85 Construire l'image d' de la droite d par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$



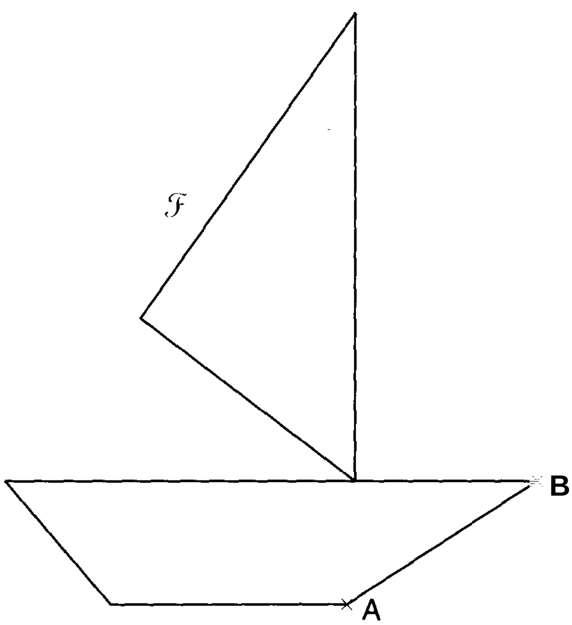
86 Construire l'image du quadrilatère ABCD par la translation de vecteur $\overrightarrow{TT'}$



87 Construire l'image de la figure $\mathfrak{F}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

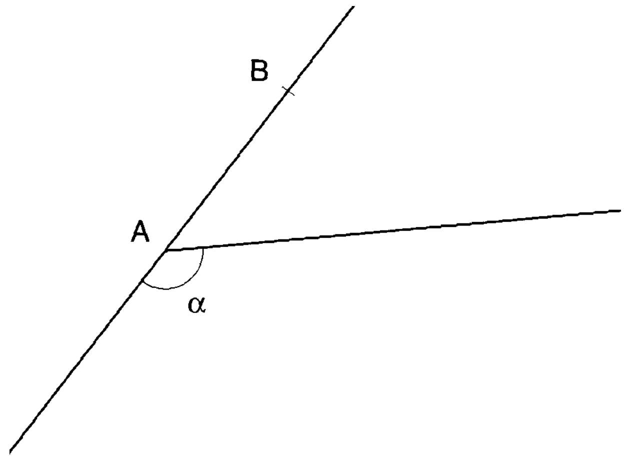


88 Construire l'image de la figure $\mathfrak{F}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



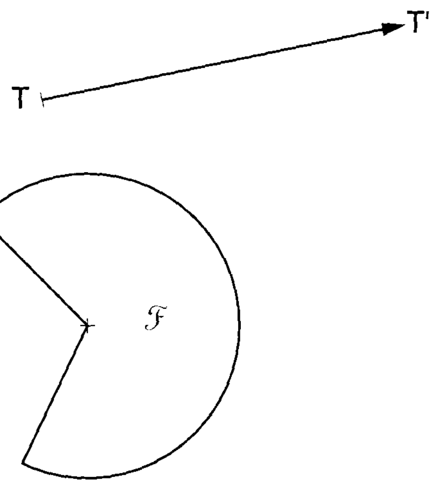
89 Construire l'image α' de l'angle α

par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

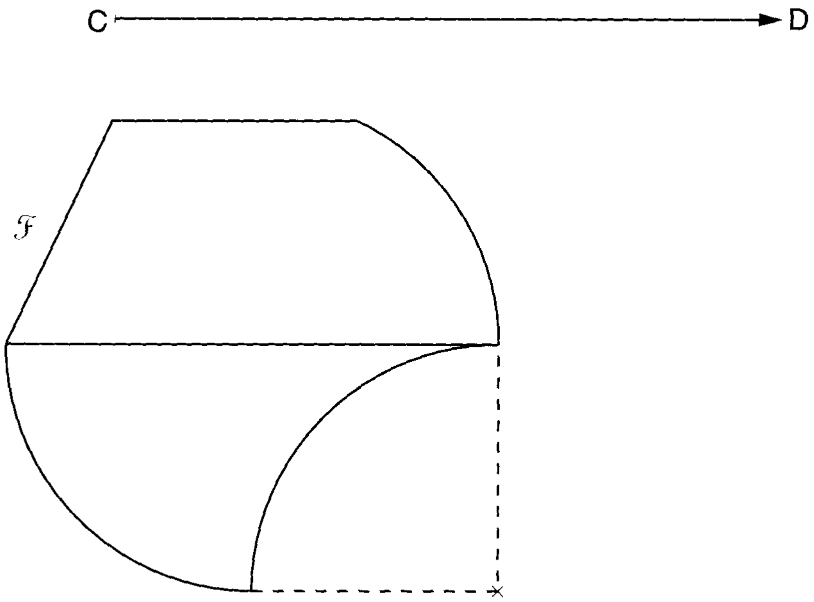


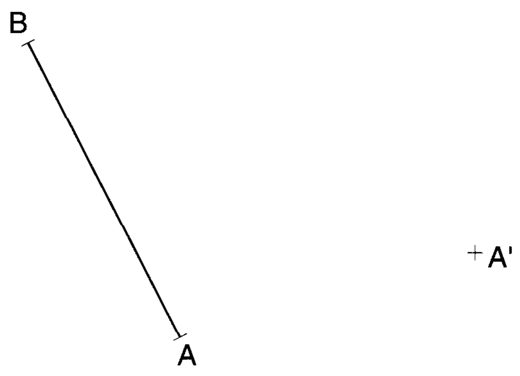
90 Construire l'image de $\Im$ par la

translation de vecteur $\overrightarrow{TT'}$.



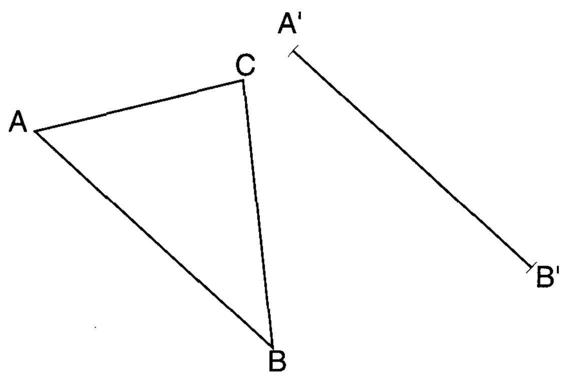
91 Construire l'image de la figure $\Im$
par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.





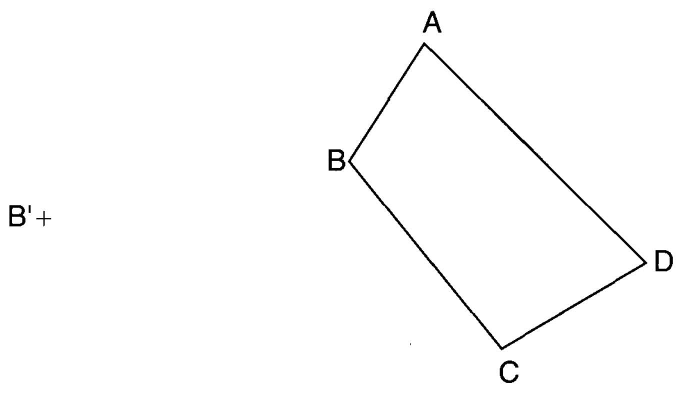
92 A' est l'image de A par une translation.

Construire l'image B' de B par cette translation.



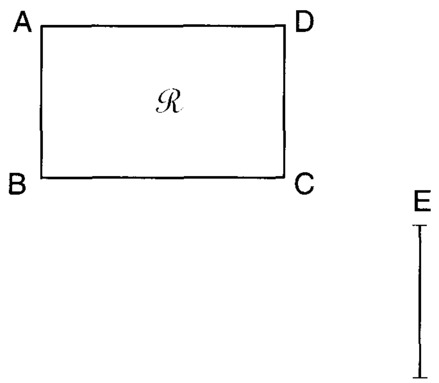
93 L'image du triangle ABC par une translation est un triangle A'B'C'.

Construire le point C'.



94 L'image du quadrilatère ABCD par une translation est un quadrilatère A'B'C'D'.

Construire ce quadrilatère A'B'C'D'.



95 Le segment [EF] est l'image d'un des côtés du rectangle $\mathfrak{R}$? par une translation.

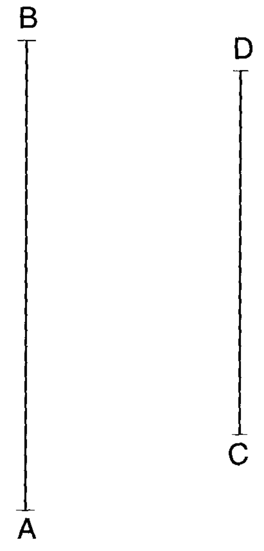
Construire l'image $\mathfrak{R}'$ de $\mathfrak{R}$ par cette translation.

Existe-t-il plusieurs solutions?

96 [CD] est-il l'image de [AB] par une translation?

Si oui, construire le vecteur de la translation.

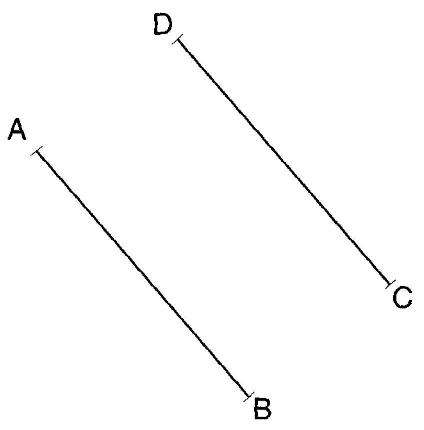
Si non, expliquer pourquoi.



97 [DC] est-il l'image de [AB] par une translation?

Si oui, construire le vecteur de la translation.

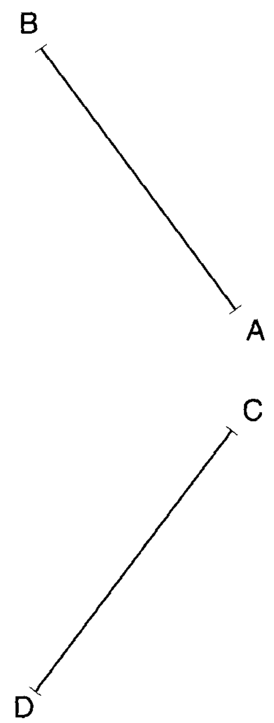
Si non, expliquer pourquoi.



98 [CD] est-il l'image de [AB] par une translation? _______

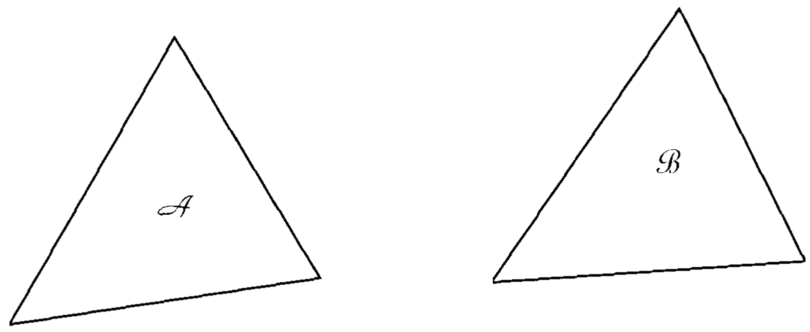
Si oui, construire le vecteur de la translation.

Si non, expliquer pourquoi.



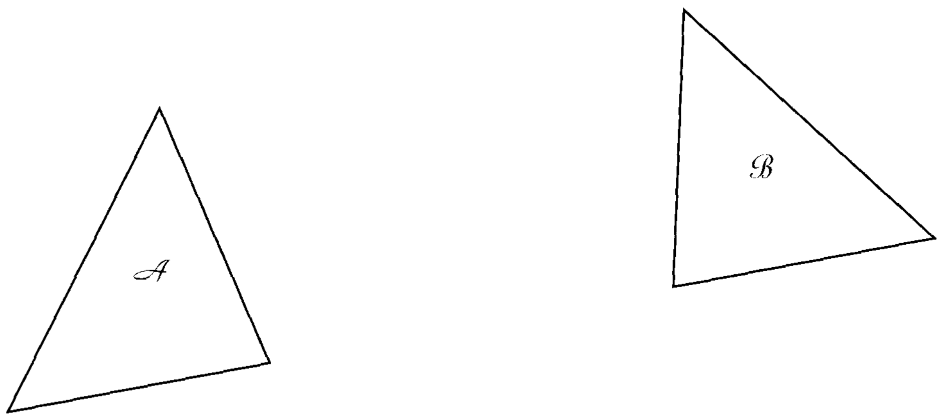
99 Le triangle B est-il l'image du triangle A par une translation? Si oui, construire le vecteur de la translation.
Si non, expliquer pourquoi.

1)

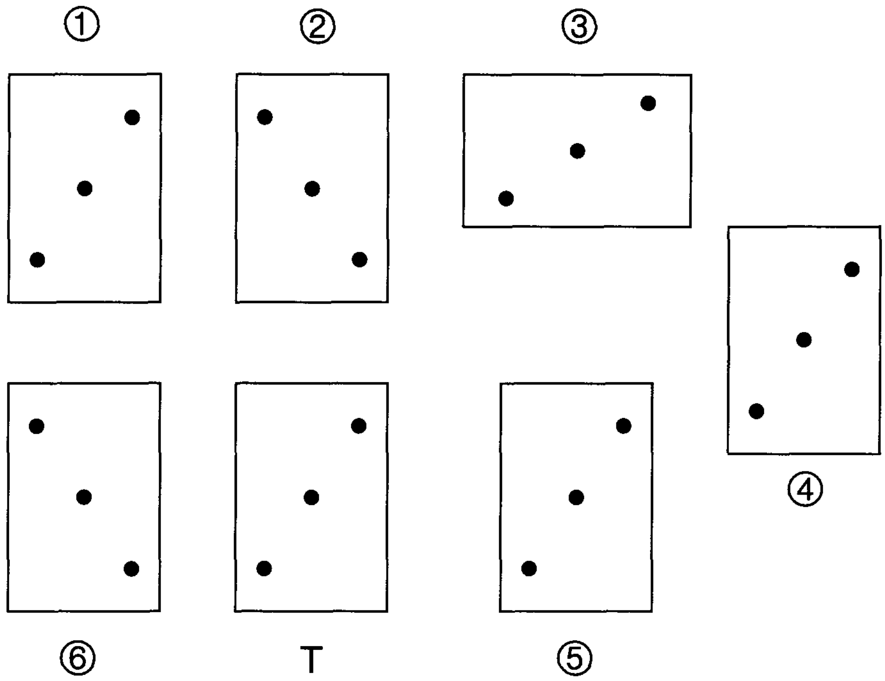


2)

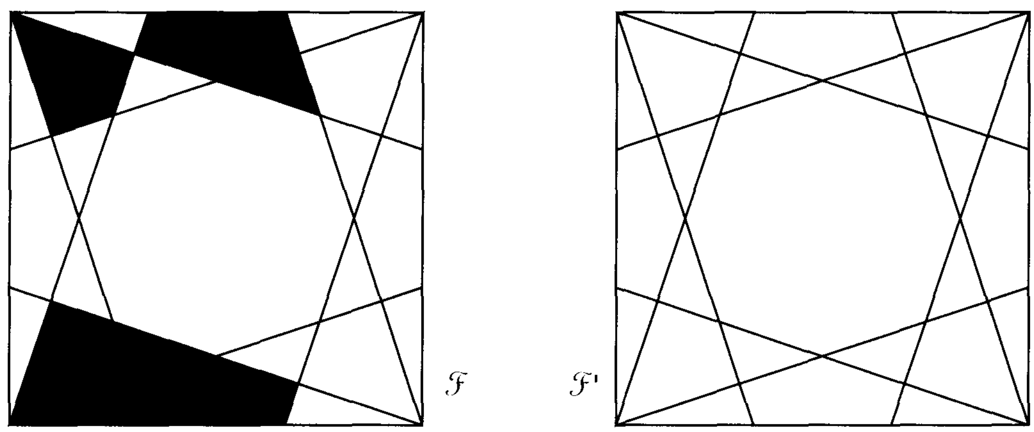
3)



100 Quelles sont les cartes images de la carte T par une translation?

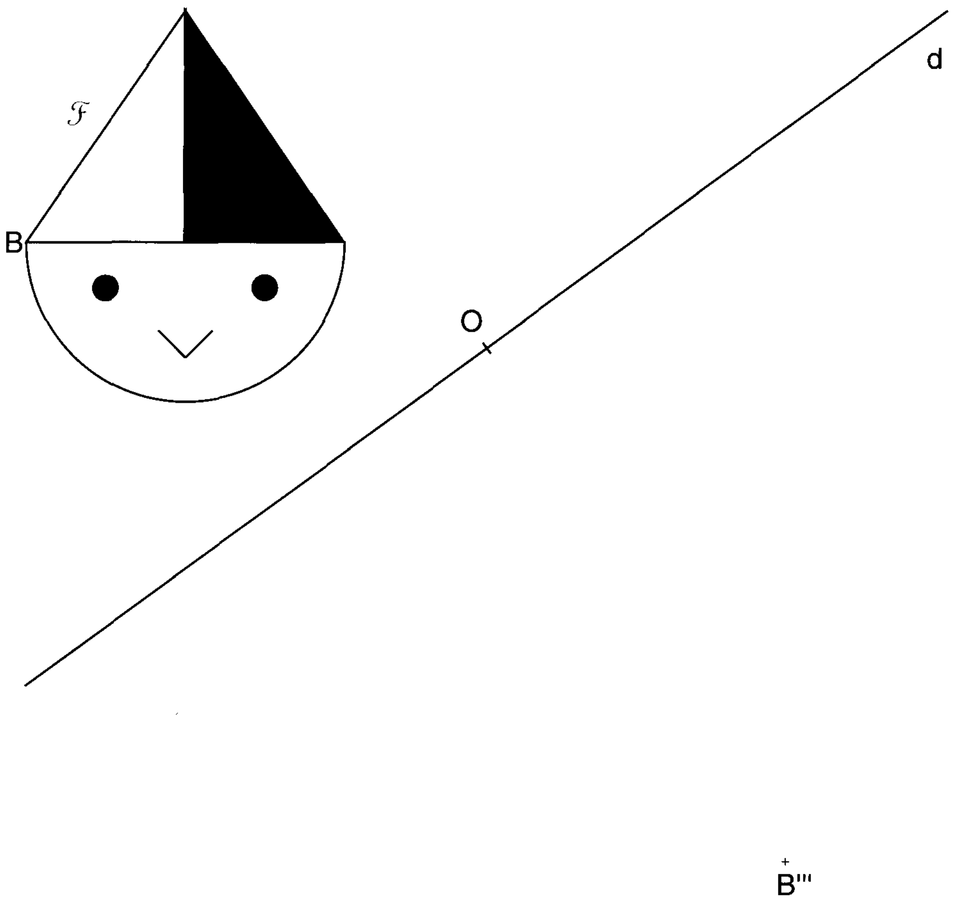


101 Compléter la figure $\mathcal{F}'$ pour qu'elle soit l'image de la figure $\mathcal{F}$ par une translation.



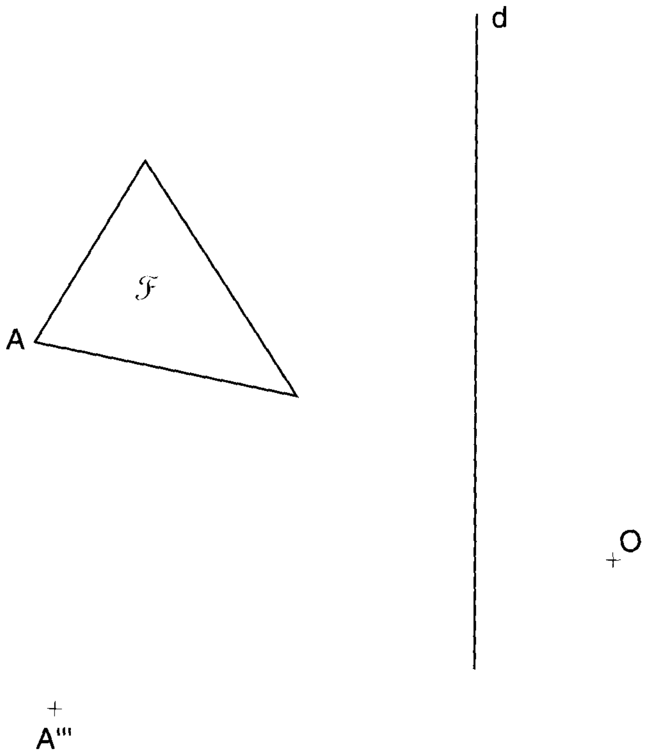
102 Construire:

1) Limage $\Im'$ de la figure $\Im$ par la symétrie d'axe d.
2) Limage $\Im''$ de la figure $\Im$ par la symétrie de centre O.
3) **3)** Limage $\Im'''$ de la figure $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{BB'''}$.



103 Construire:

1) Limage $\Im'$ de la figure $\Im$ par la symétrie d'axe d.
2) Limage $\Im''$ de la figure $\Im$ par la symétrie de centre O.
3) Limage $\Im'''$ de la figure $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'''}$.

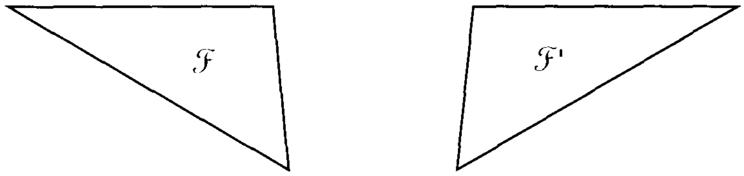


104 $\Im'$ est-elle l'image de $\Im$ par une symétrie axiale, une symétrie centrale, ou une translation?

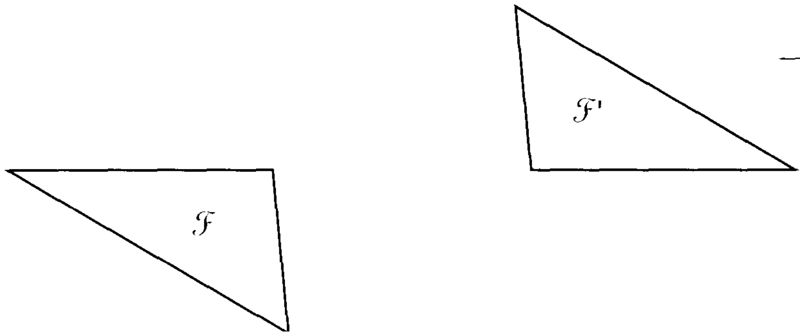
105 ℑ' est-elle l'image de ℑ par une symétrie axiale, une symétrie centrale, ou une translation? Construire, selon le cas, l'axe de symétrie, le centre de symétrie ou le vecteur de translation.

Réponses:

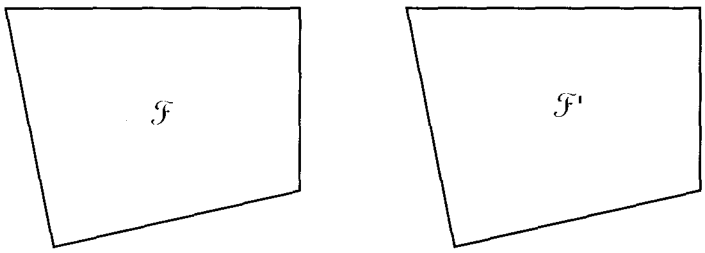
1)



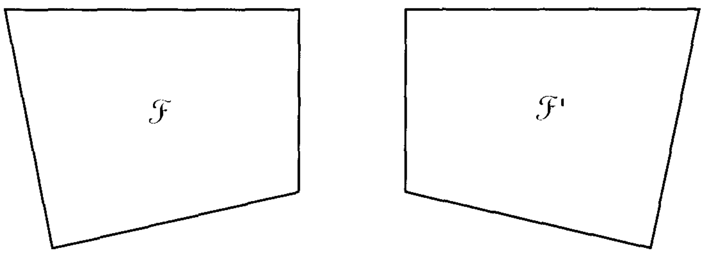
2)



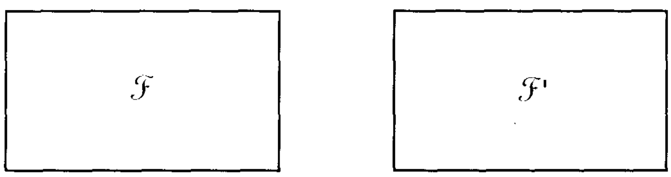
3)



4)

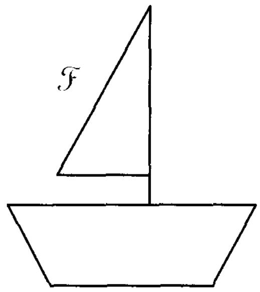


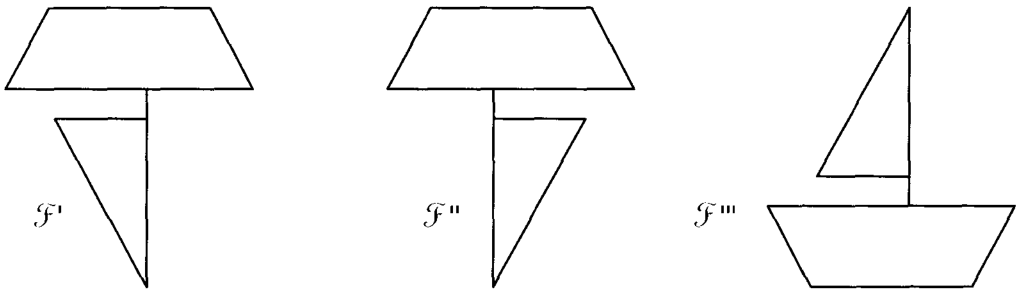
5)



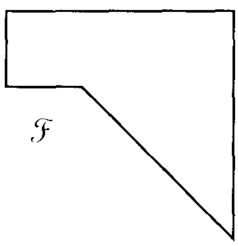
106 Parmi les figures ℑ', ℑ'', ℑ''', images de ℑ, quelle est celle obtenue:

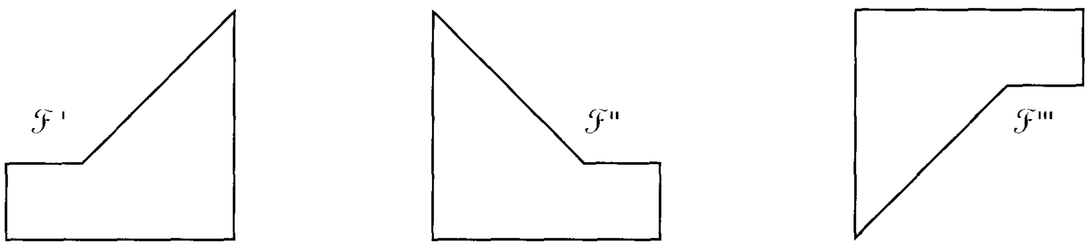
1) par une symétrie axiale? Construire l'axe.
2) par une symétrie centrale? Construire le centre de symétrie.
3) par une translation?



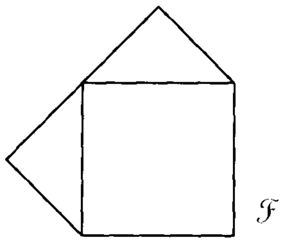


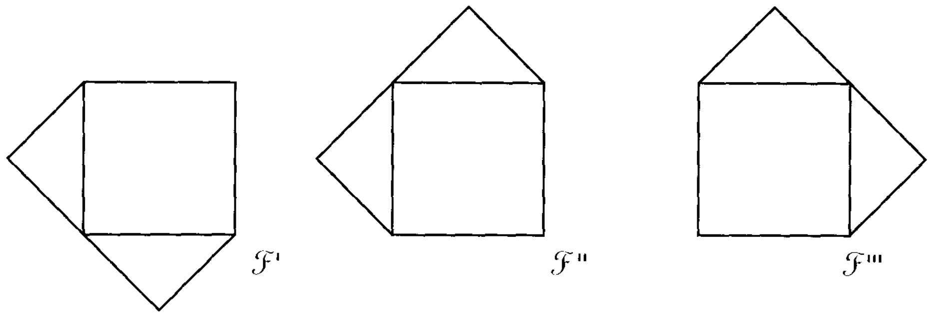
107 Parmi les figures ℑ', ℑ'', ℑ''', images de ℑ, quelle est celle qui n'est obtenue ni par une symétrie axiale, ni par une symétrie centrale, ni par une translation?



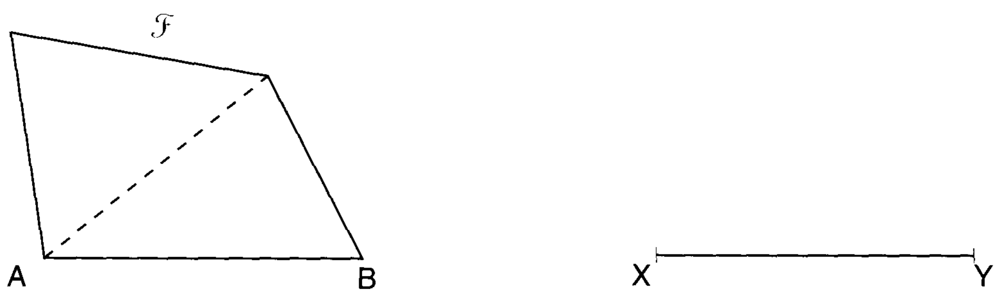


108 Parmi les figures $\Im'$, $\Im''$, $\Im'''$, images de $\Im$ quelle est celle qui n'est obtenue ni par une symétrie axiale, ni par une symétrie centrale, ni par une translation? __



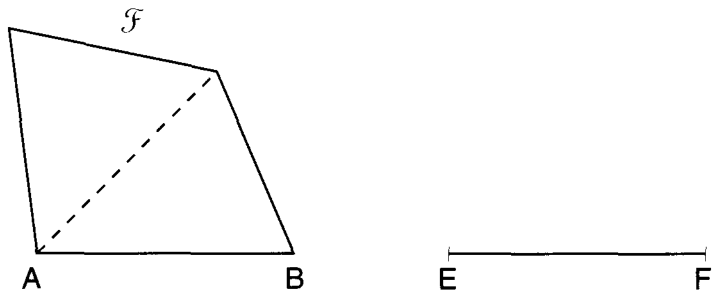


109 Le segment [XY] est l'image du segment [AB] par une translation.
Sans tracer le vecteur de cette translation, construire l'image $\Im'$ de la figure $\Im$ par cette translation.



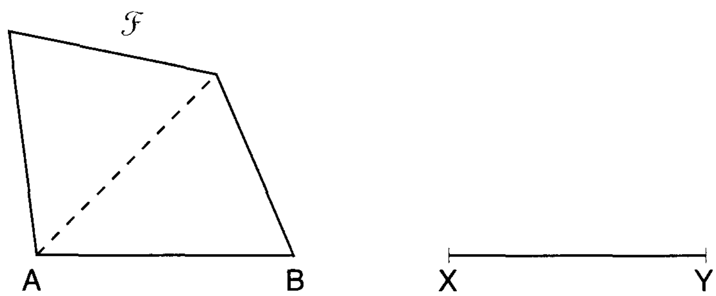
110 Le segment [EF] est l'image du segment [AB] par une symétrie centrale.

Sans construire le centre de symétrie, construire l'image ℑ' de la figure ℑ par cette symétrie centrale.

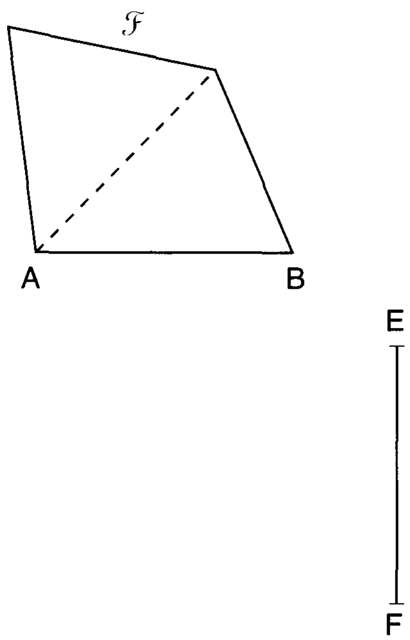


111 Le segment [XY] est l'image du segment [AB] par une symétrie axiale.

Sans construire l'axe de symétrie, construire l'image ℑ' de la figure ℑ par cette symétrie axiale.



112 Le segment [EF] est l'image du segment [AB] par une symétrie axiale.
Sans construire l'axe de symétrie, construire l'image ℑ' de la figure ℑ par cette symétrie axiale.

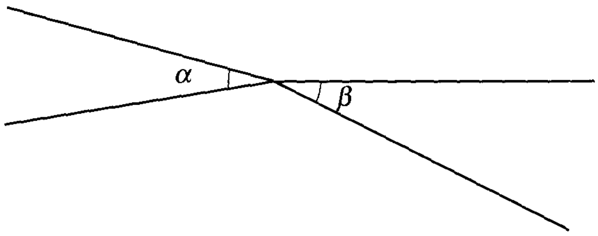


113 Quelles sont les figures où α et β sont

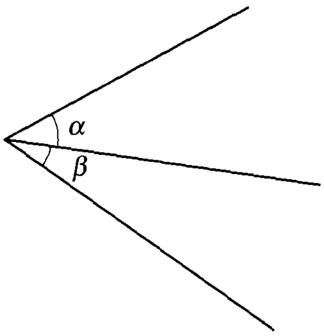
a) des angles opposés par le sommet? ____________________

b) des angles adjacents? ____________________

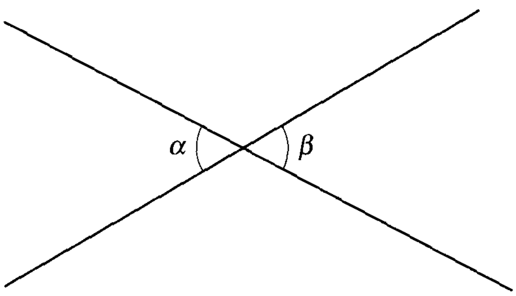
①



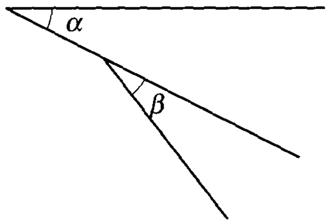
②



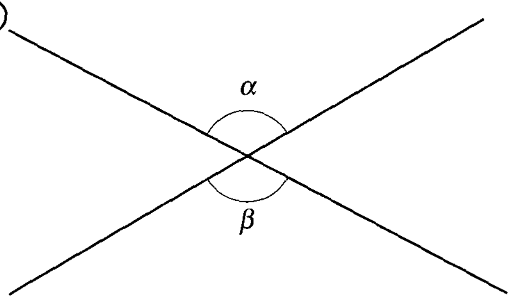
③



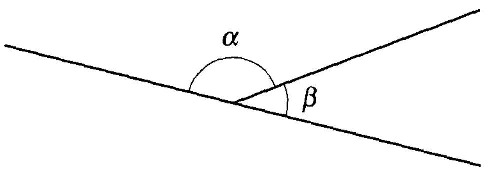
④



⑤



⑥

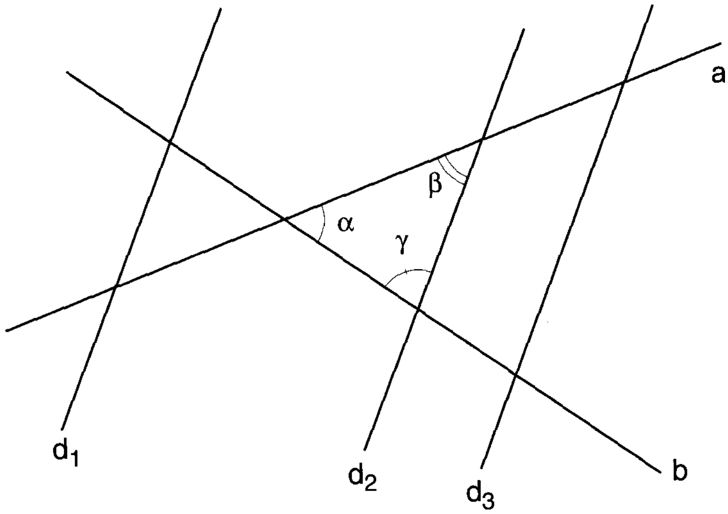


118 Les droites d_1, d_2 et d_3 sont parallèles.

Indiquer en rouge tous les angles égaux à α.

Indiquer en vert tous les angles égaux à β.

Indiquer en bleu tous les angles égaux à γ.



119 Les droites (AB) et (ED) sont parallèles.
De plus, $\alpha = \alpha' = 90^\circ$.

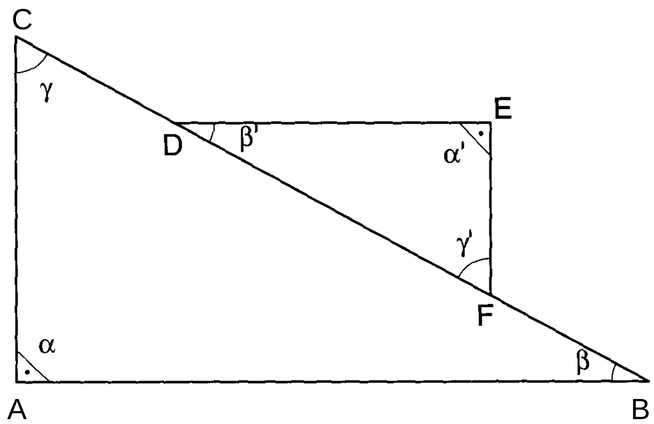
Les angles du triangle DEF sont-ils égaux aux angles du triangle ABC?

Expliquer la réponse:

____

____

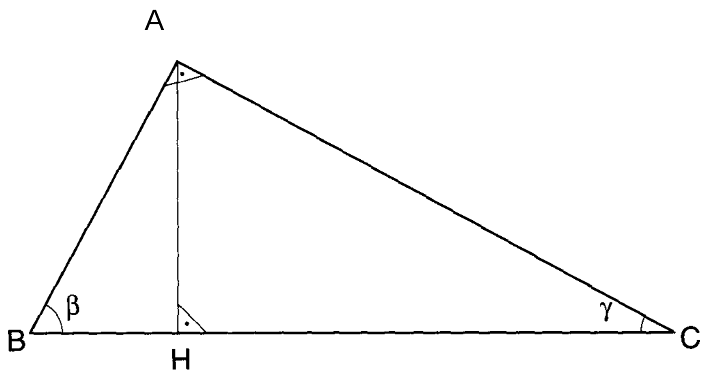
____

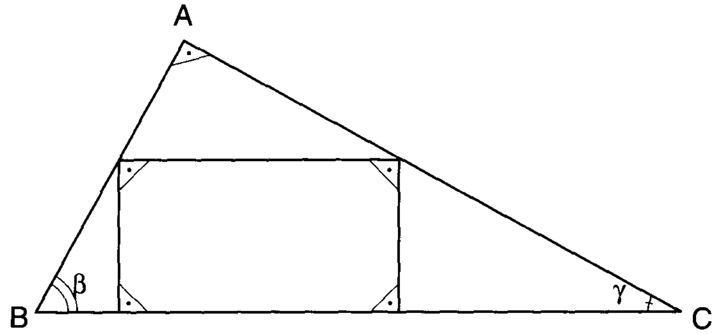


120 On sait que γ = 38°.

Trouver un angle de cette figure égal à γ.

Trouver un angle de cette figure égal à β.

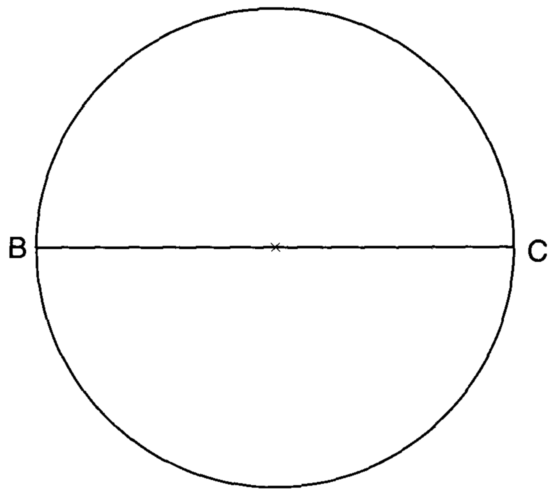




121 On sait que $\gamma = 28°$.

Trouver tous les angles égaux à γ.

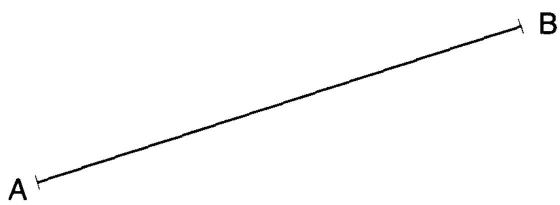
Trouver tous les angles égaux à β.



122 Construire quatre triangles rectangles tels que chacun ait [BC] comme hypoténuse.

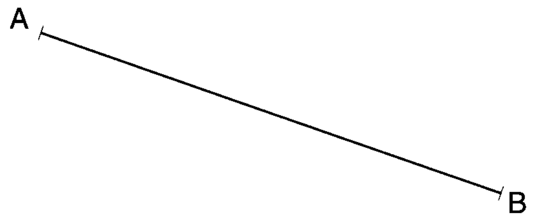
Remarque

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit s'appelle **l'hypoténuse.** C'est le côté le plus long.

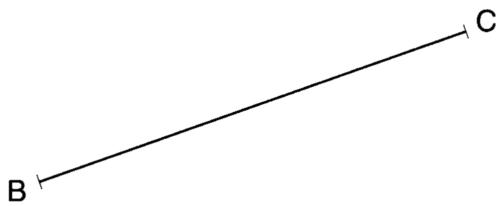


123 Construire un triangle rectangle ABC, d'hypoténuse [AB].

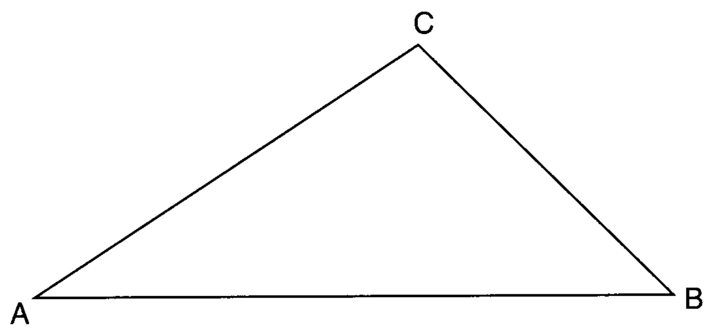
124 Construire un triangle isocèle ABC, rectangle en C, d'hypoténuse [AB].

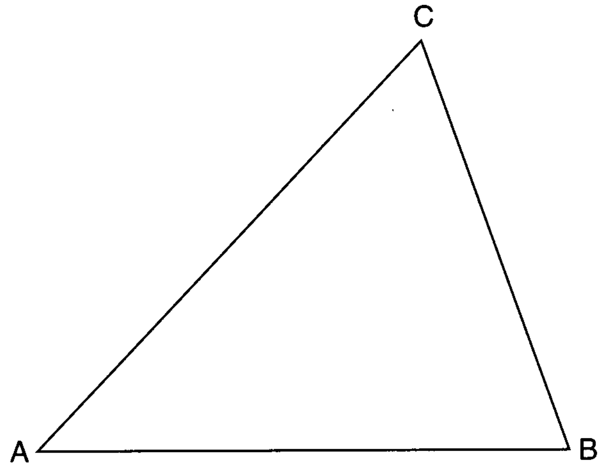


125 Construire un triangle ABC, rectangle en A, dont la hauteur issue de A mesure 2 cm.



126 Construire un triangle ABC', rectangle en C' et de même aire que le triangle ABC.





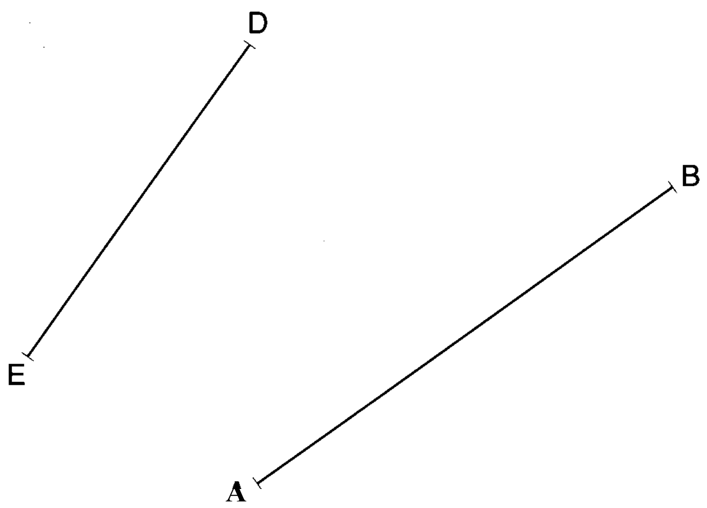
127 Peut-on construire un triangle ABC', rectangle en C' et ayant la même aire que le triangle ABC?

Donner des explications:

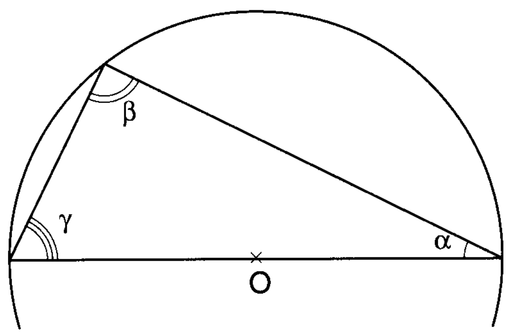
____

____

____



128 Construire un point C tel que les triangles ABC et CDE soient tous deux rectangles en C.



129 Si α = 35°, quelle est la mesure de β ? de γ?

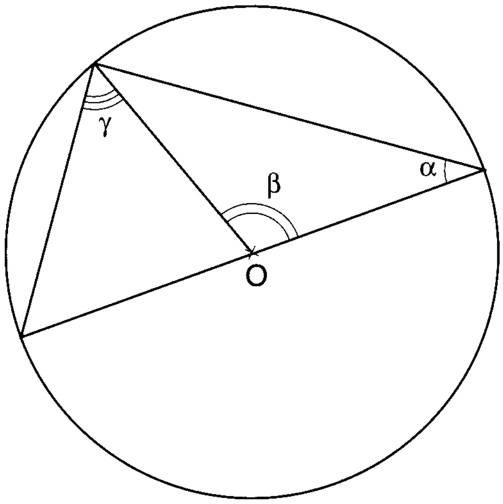
Réponse:

β = __ γ = ______

130 Si α = 40°, quelle est la mesure de β ? de γ ?

Réponses:

β = ______ γ = ______



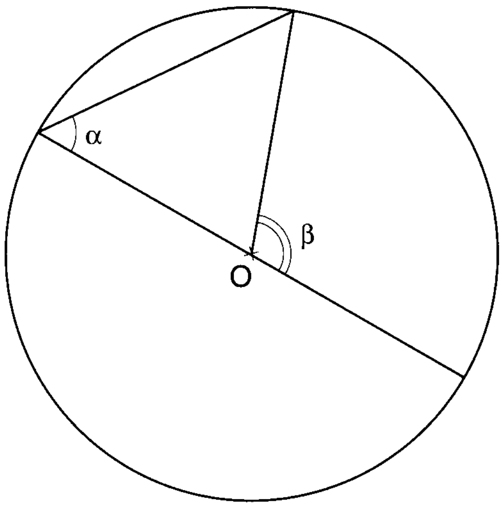
131 Si α = 50°, quelle est la mesure de β ?

Réponse:

____

Si β = 140°, quelle est la mesure de α ?

Réponse:

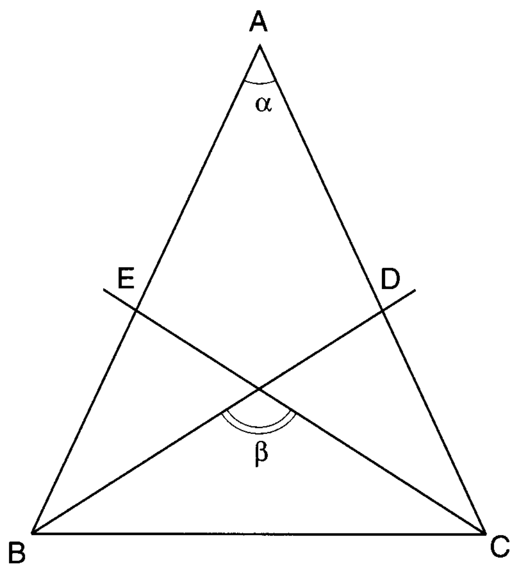


132 Le triangle ABC est isocèle en A; [BD) et [CE) sont deux bissectrices de ce triangle.

1) Si α = 40°, quelle est la mesure de β ?

   Réponse:

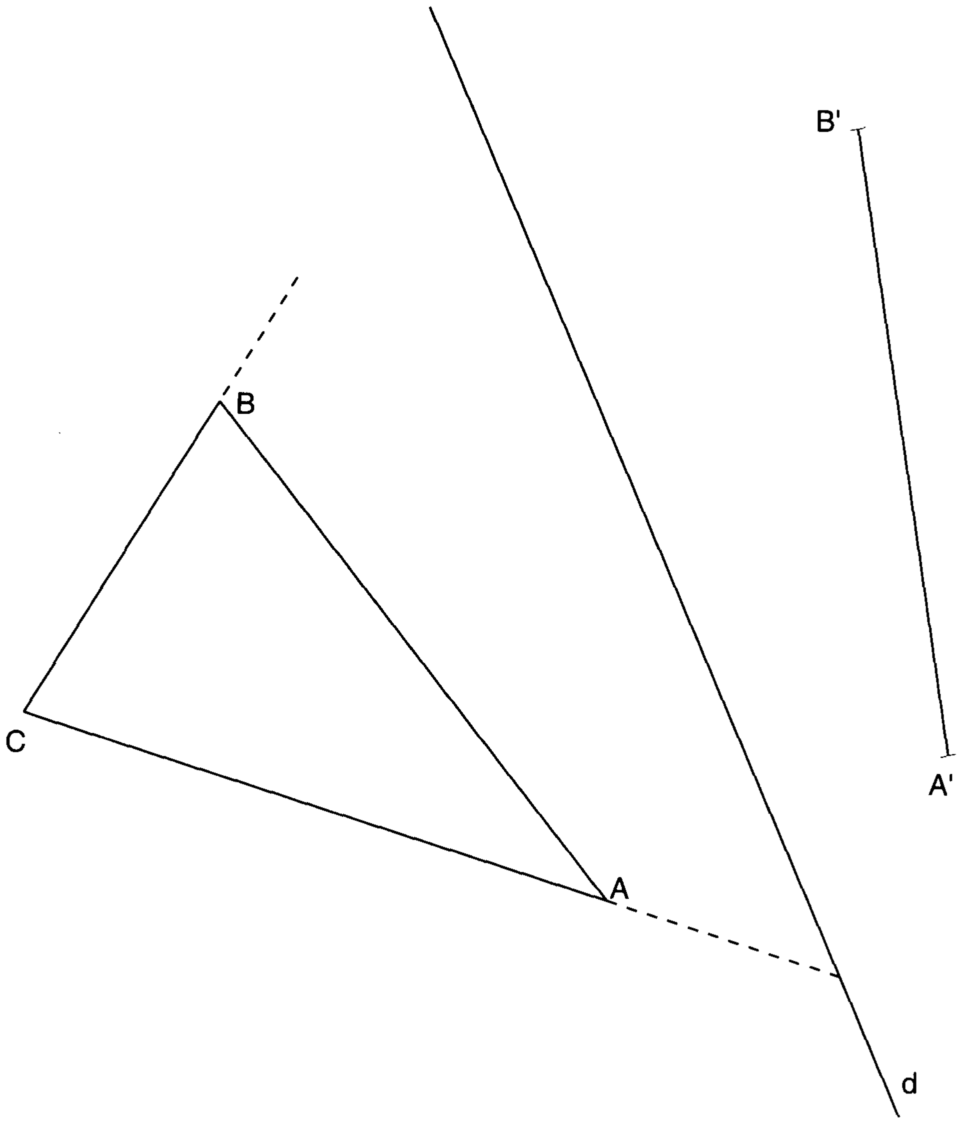
2) Si β = 140°, quelle est la mesure de α ?
   Réponse:



EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

133 A' et B' sont les images de A et B par la symétrie d'axe d.

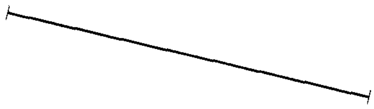
Construire l'image C' de C en n'utilisant qu'une règle non graduée (sans compas, sans équerre, sans prendre de mesures).



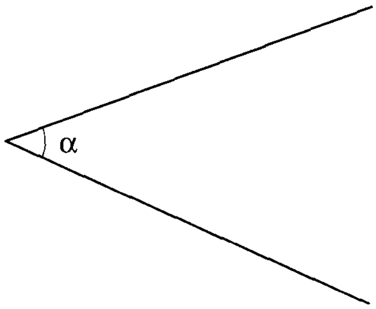
Indication: Il suffit de tracer des droites.

134 Construire tous les axes de symétrie de chacune des figures suivantes:

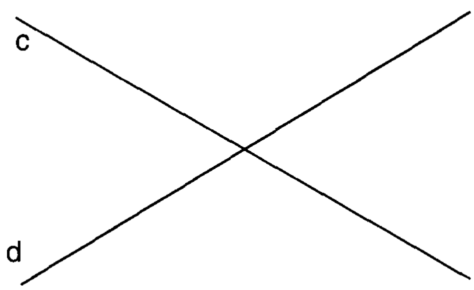
1) Un segment



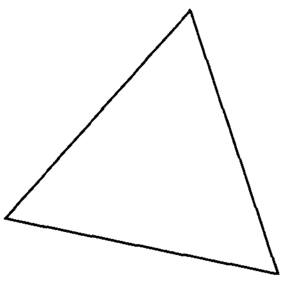
2) Un angle



3) Deux droites sécantes

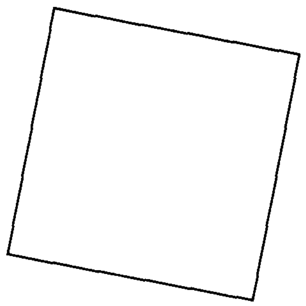


4) Un triangle équilatéral

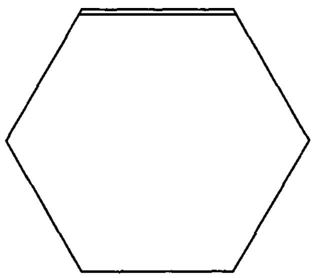


5) Un rectangle

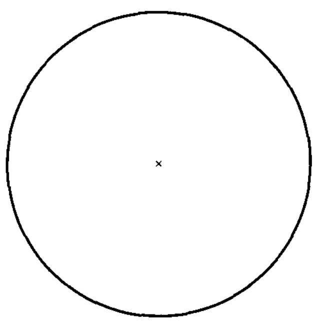
6) Un carré



7) Un hexagone régulier

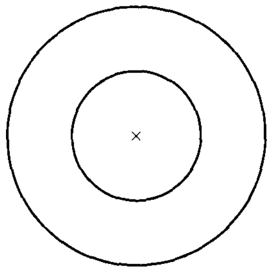


8) Un disque

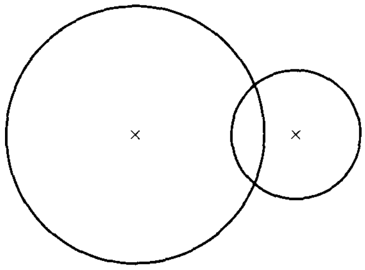


135 Dessiner le ou les axes de symétrie de chacune des figures suivantes:

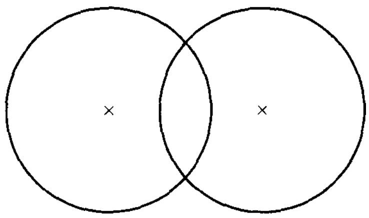
1)



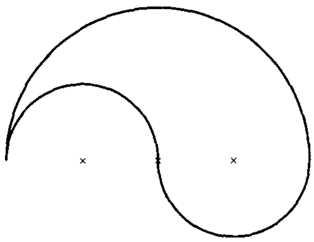
2)



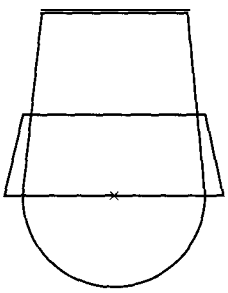
3)



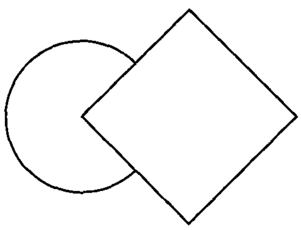
4)



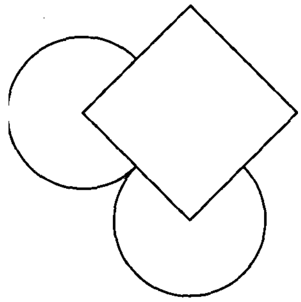
5)



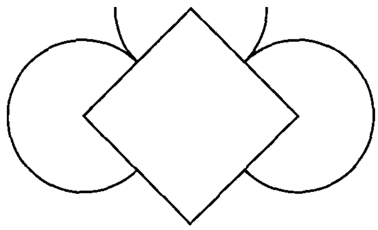
6)



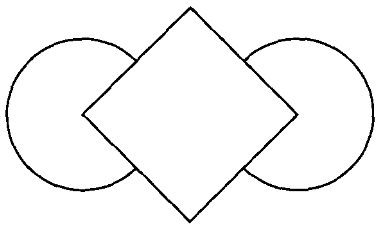
7)



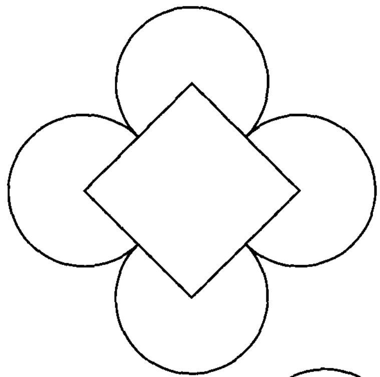
9)



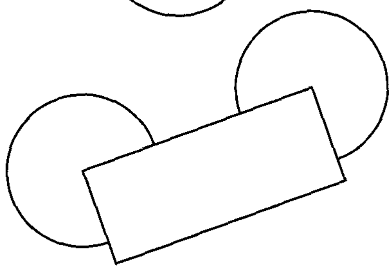
11)



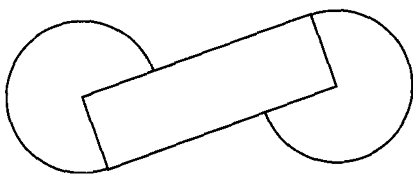
13)



15)

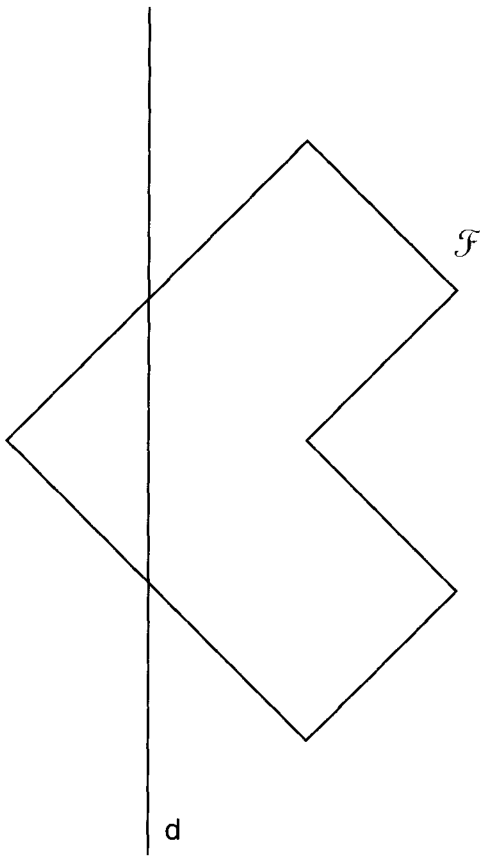


17)

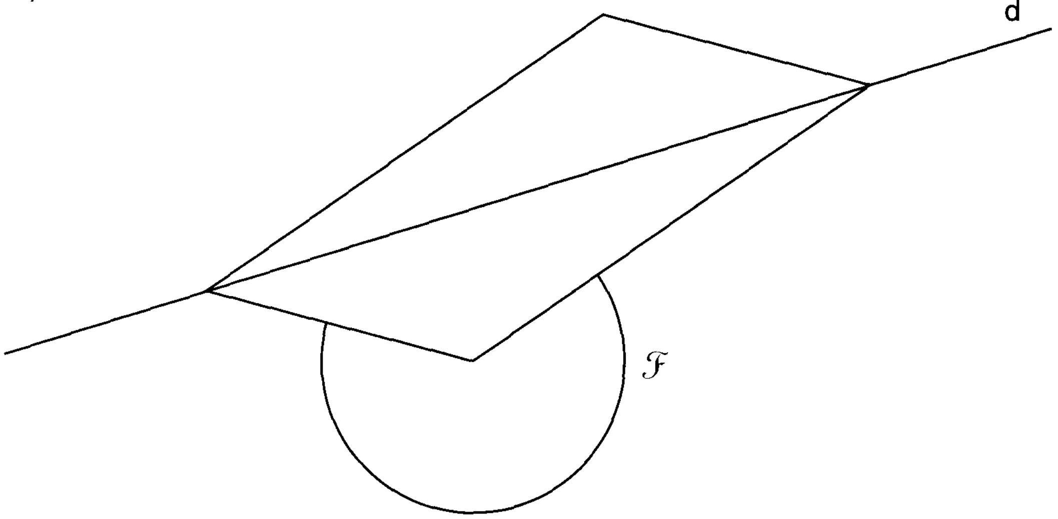


136 Compléter la figure $\mathfrak{F}$ de manière que la droite d soit un axe de symétrie de la figure complétée.

1)

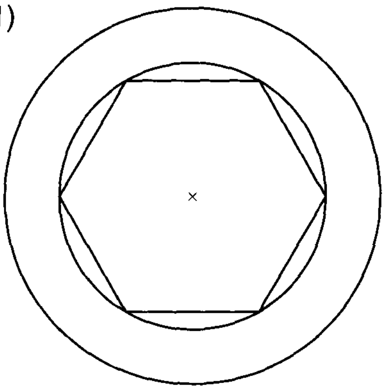


2)

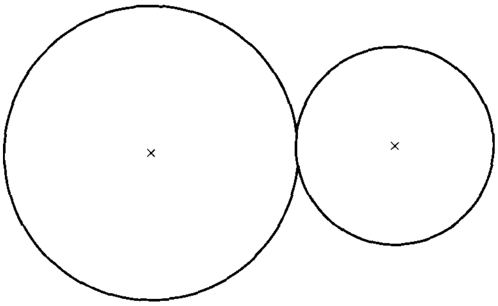


137 Dessiner, en rouge, les éventuels centres de symétrie de chacune des figures suivantes:

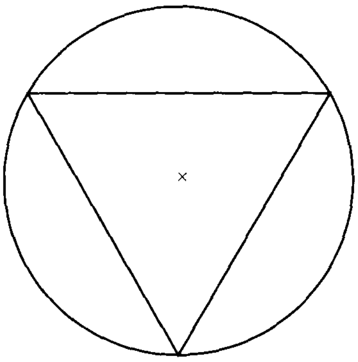
1)



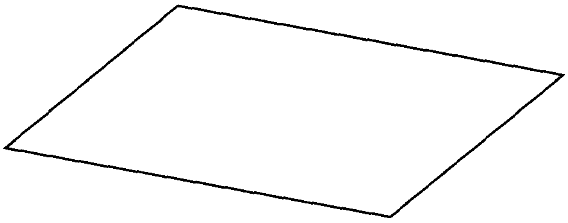
2)



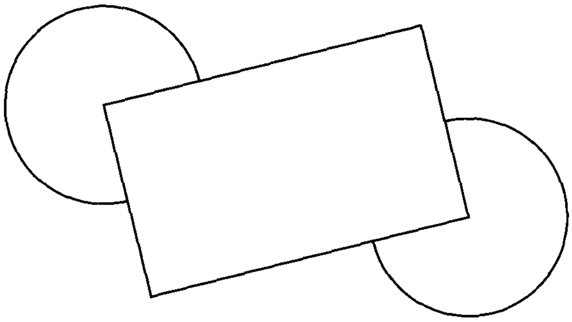
3)



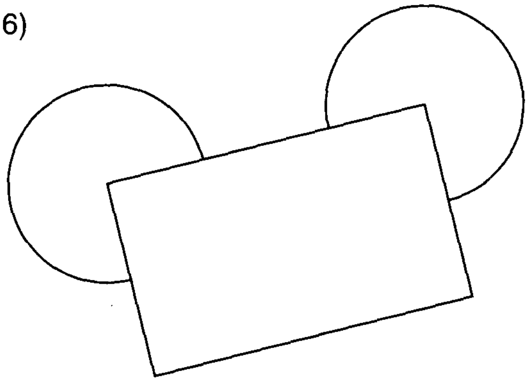
4)



5)

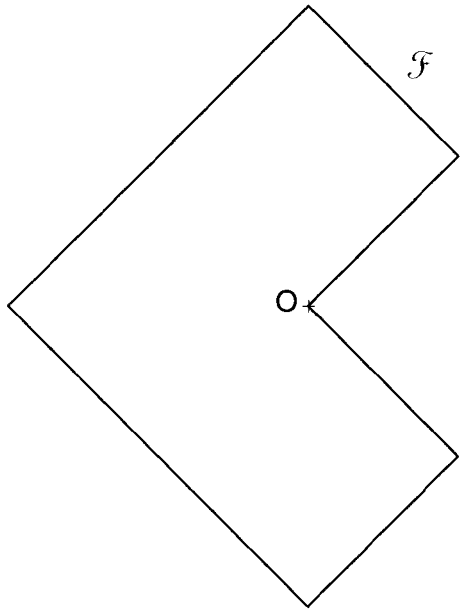


6)

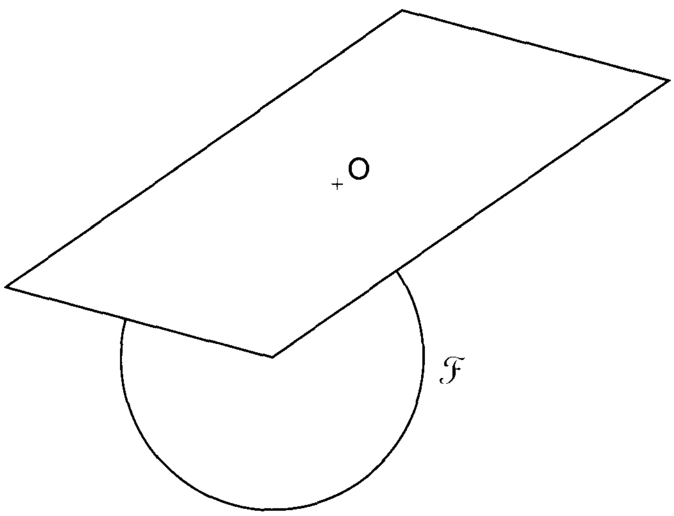


138 Compléter la figure ℑ de manière que le point O soit le centre de symétrie de la figure complétée.

1)



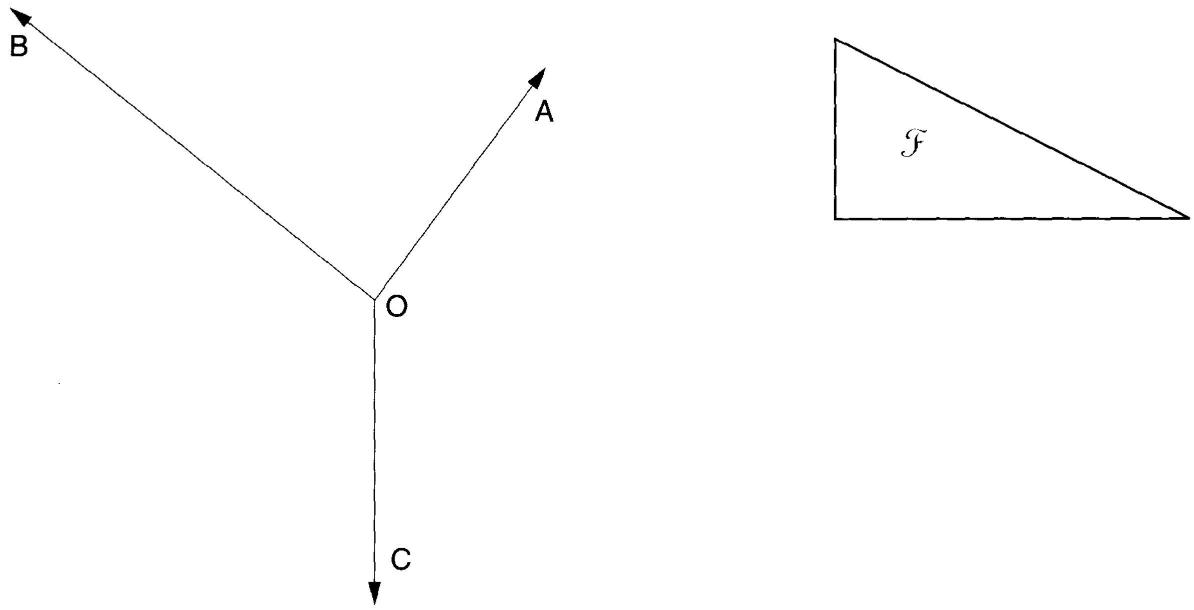
2)



139 1) Construire l'image $\Im'$ du triangle $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$.

2) Construire l'image $\Im''$ du triangle $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}$.

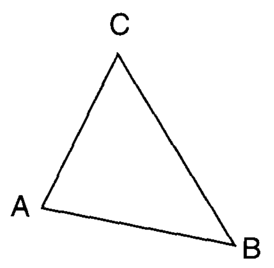
3) Construire l'image $\Im'''$ du triangle $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

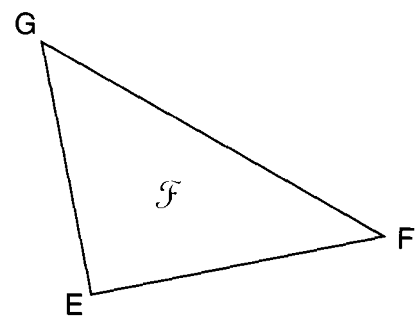


140 1) Construire l'image $\Im'$ du triangle $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ (en rouge).

2) Construire l'image $\Im''$ du triangle $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ (en vert).

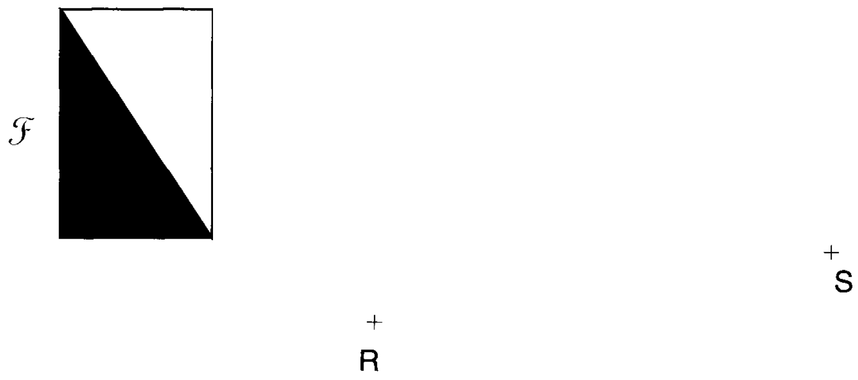
3) Construire l'image $\Im'''$ du triangle $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$ (en bleu).





Que constate-t-on?

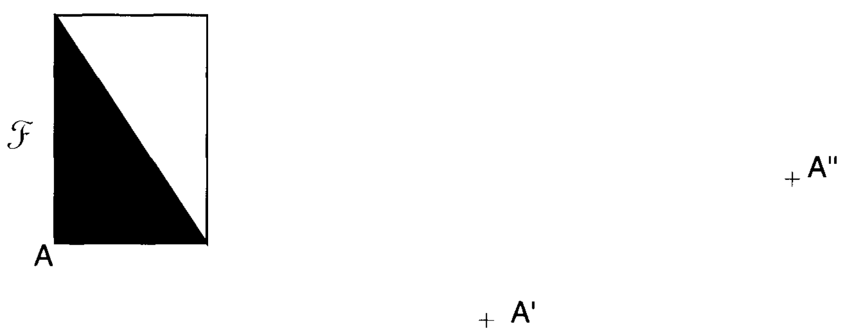
141 Construire l'image $\Im'$ de $\Im$ par la symétrie de centre R.
Construire l'image $\Im''$ de $\Im'$ par la symétrie de centre S.



Compléter:
On constate que $\Im''$ est l'image de $\Im$ par ________________________________

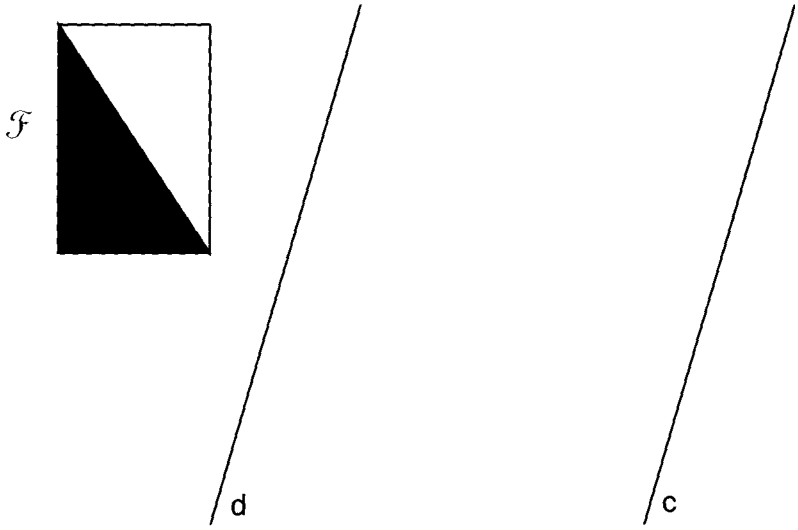
142 Construire l'image $\Im'$ de $\Im$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

Construire l'image $\Im''$ de $\Im'$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{A'A''}$.



Compléter:
On constate que $\Im''$ est l'image de $\Im$ par ________________________________

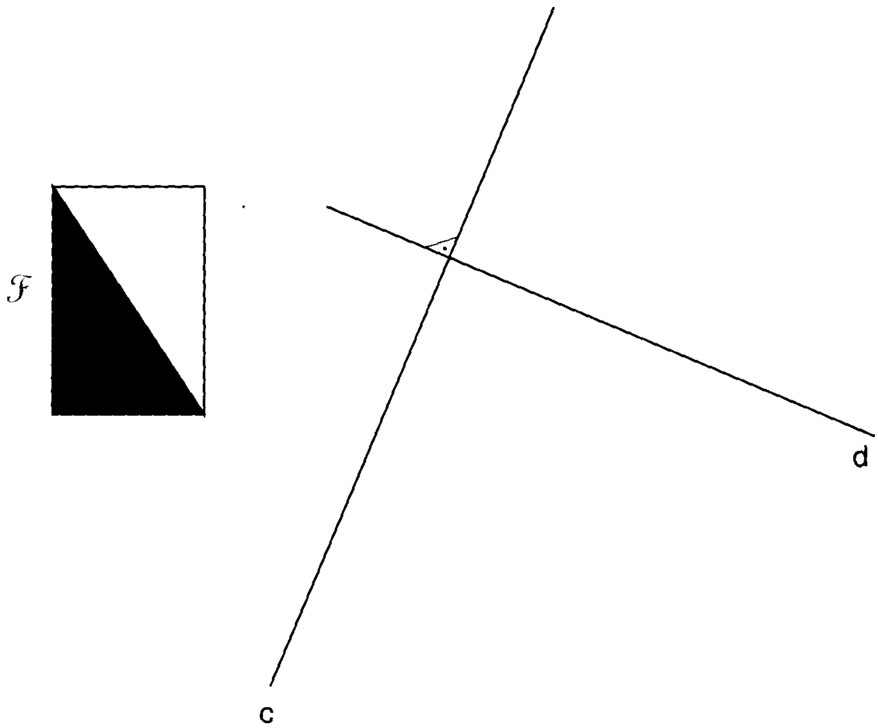
143 Construire l'image ℑ' de ℑ par la symétrie d'axe d.
Construire l'image ℑ" de ℑ' par la symétrie d'axe c, parallèle à d.



ℑ" est-elle l'image de ℑ par une symétrie axiale? ______________________

Si non, par quelle transformation ℑ" est-elle l'image de ℑ ? ________________________

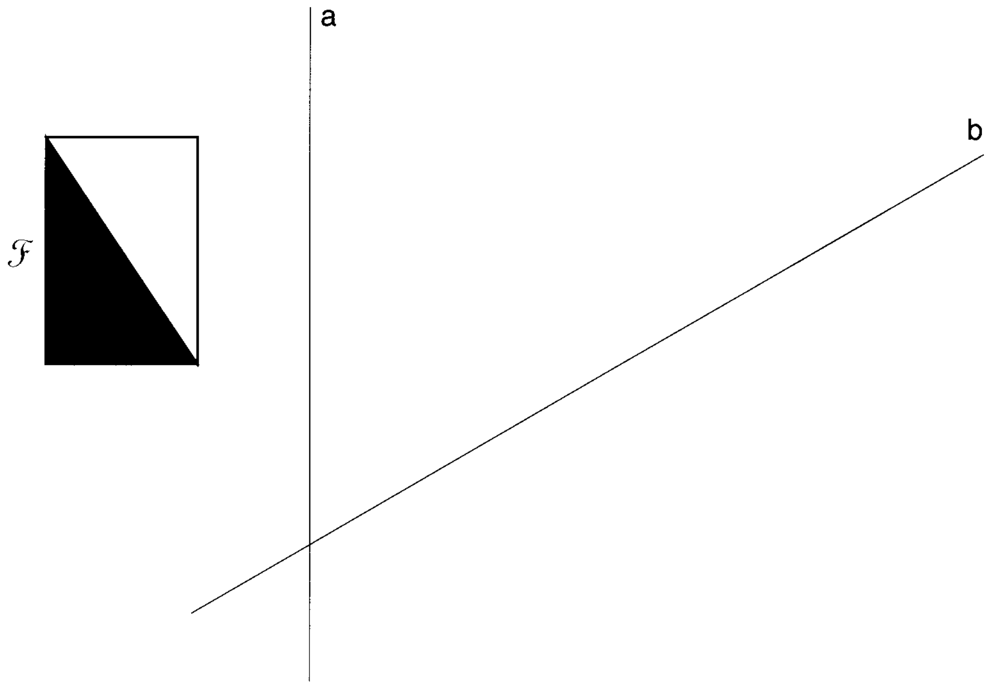
144 Construire l'image ℑ' de ℑ par la symétrie d'axe c.
Construire l'image ℑ" de ℑ' par la symétrie d'axe d, perpendiculaire à c.



ℑ" est-elle l'image de ℑ par une symétrie axiale? ________________________

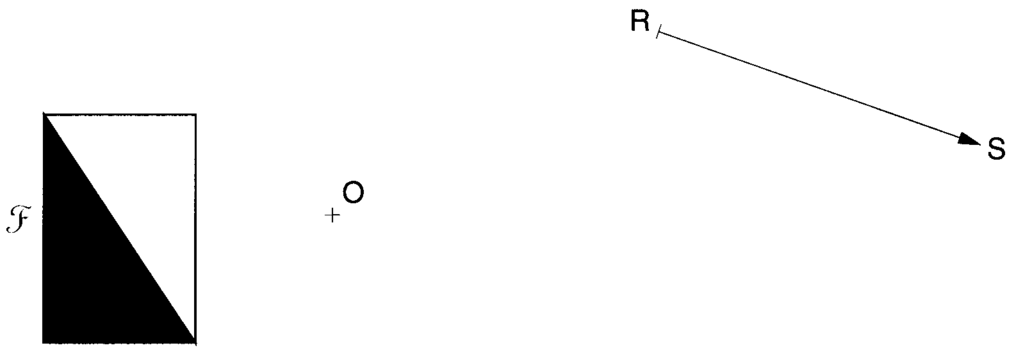
Si non, par quelle transformation ℑ" est-elle l'image de ℑ ? _______________________

145 Construire l'image $\mathfrak{I}'$ de $\mathfrak{I}$ par la symétrie d'axe a.
Construire l'image $\mathfrak{I}''$ de $\mathfrak{I}'$ par la symétrie d'axe b.



Par quelle transformation $\mathfrak{I}''$ est-elle l'image de $\mathfrak{I}$ *?*_________________________

146 Construire l'image $\mathfrak{I}'$ de $\mathfrak{I}$ par la symétrie de centre O.
Construire l'image $\mathfrak{I}''$ de $\mathfrak{I}'$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{RS}$.



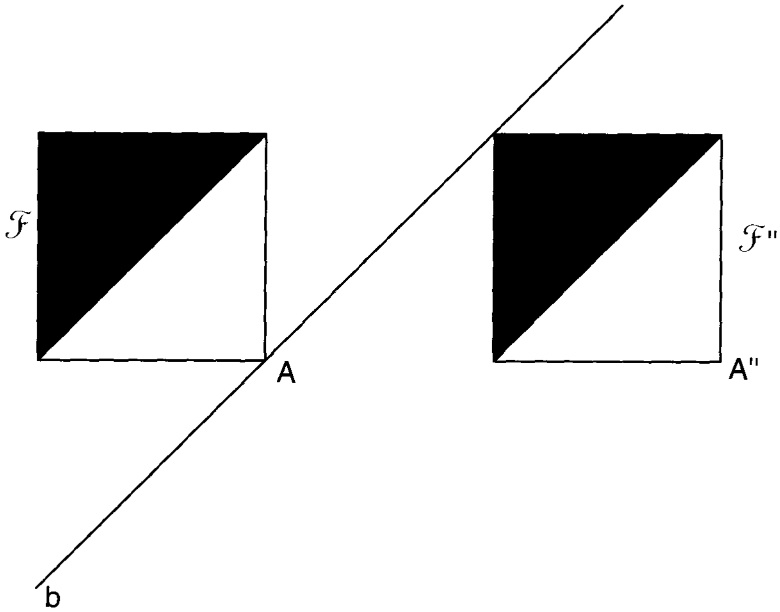
Par quelle transformation $\mathfrak{I}''$ est-elle l'image de $\mathfrak{I}$ *?*

____

147 Construire l'image $\Im'$ de $\Im$ par la symétrie d'axe b.

Par quelle transformation $\Im''$ est-elle l'image de $\Im'$? ________________________

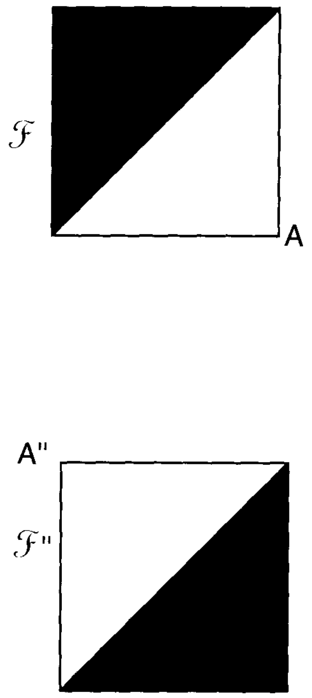
Par quelle transformation $\Im''$ est-elle l'image de $\Im$? ________________________



148 Construire l'image $\Im'$ de $\Im$ par la symétrie de centre A.

Par quelle transformation $\Im''$ est-elle l'image de $\Im'$?________________________

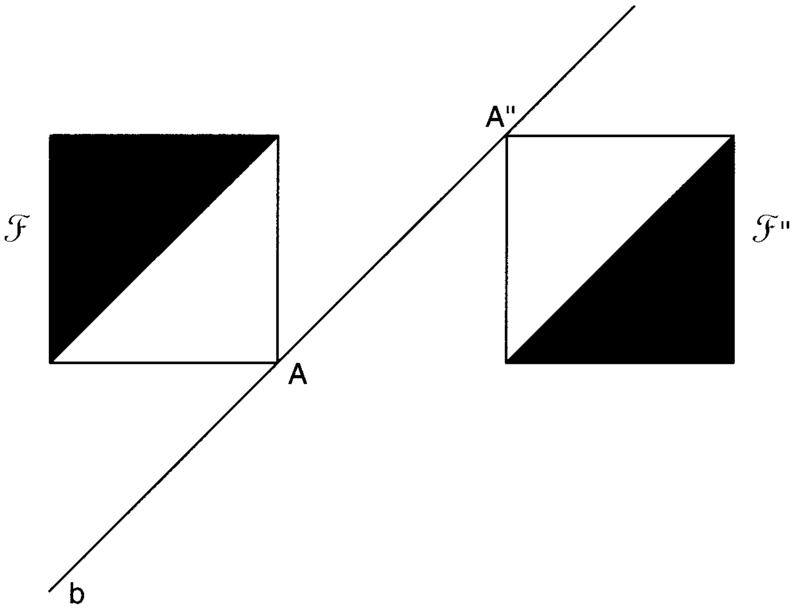
Par quelle transformation $\Im''$ est-elle l'image de $\Im$? ________________________



149 Construire l'image ℑ' de ℑ par la symétrie d'axe b.

Par quelle transformation ℑ" est-elle l'image de ℑ' ? ______________________________

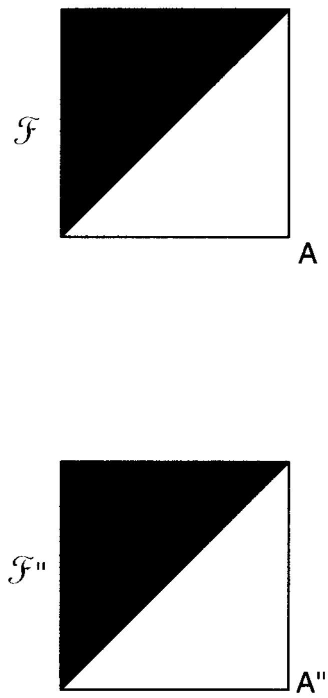
Par quelle transformation ℑ" est-elle l'image de ℑ ? ______________________________



150 Construire l'image ℑ' de ℑ par la symétrie de centre A.

Par quelle transformation ℑ" est-elle l'image de ℑ' ? ______________________________

Par quelle transformation ℑ" est-elle l'image de ℑ ? ______________________________



151 Placer les points suivants dans le système d'axes ci-dessous:

A (3 ; 2) C (-2 ; -1) H (4 ; 0)

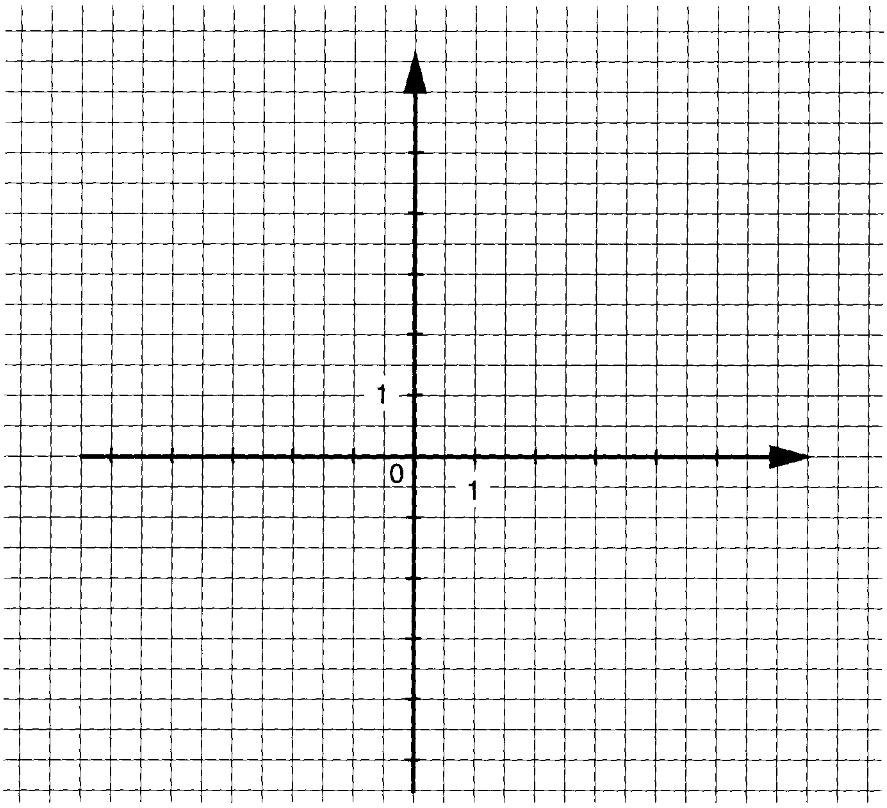
B (-4 ; 3) D (1 ; -3) V (0 ; - 4)

Construire les images A', B', C', D', H', V' de ces points par la symétrie de centre O (0 ; 0).

Quelles sont les coordonnées de ces images?

A' (.... ; ....) C' (... ; ...) H' (.... ; ....)

B' (... ; ...) D' V' (... ; ...)



152 (Utiliser le système d'axes ci-dessus)

Soit les points A, B, C, D, H, V de l'exercice précédent.

Quelles sont les coordonnées des points A'', B'', C'', D'', H'', V'',
images des points A, B, C, D, H, V, O par la symétrie d'axe (OH) ?

A'' (.... ;....) B''(.... ; ....) C'' (....;....) D'' (.... ; ....) H'' (.... ; ....) V'' (.... ; ....)

Quelles sont les coordonnées des points A''', B''', C''', D''', H''', V'''
images des points A, B, C, D, H, V par la symétrie d'axe (OV) ?

A''' (.... ; ....) B''' (.... ; ....) C''' (.... ; ....) D''' (.... ; ....) H''' (.... ; ....) V''' (.... ; ....)

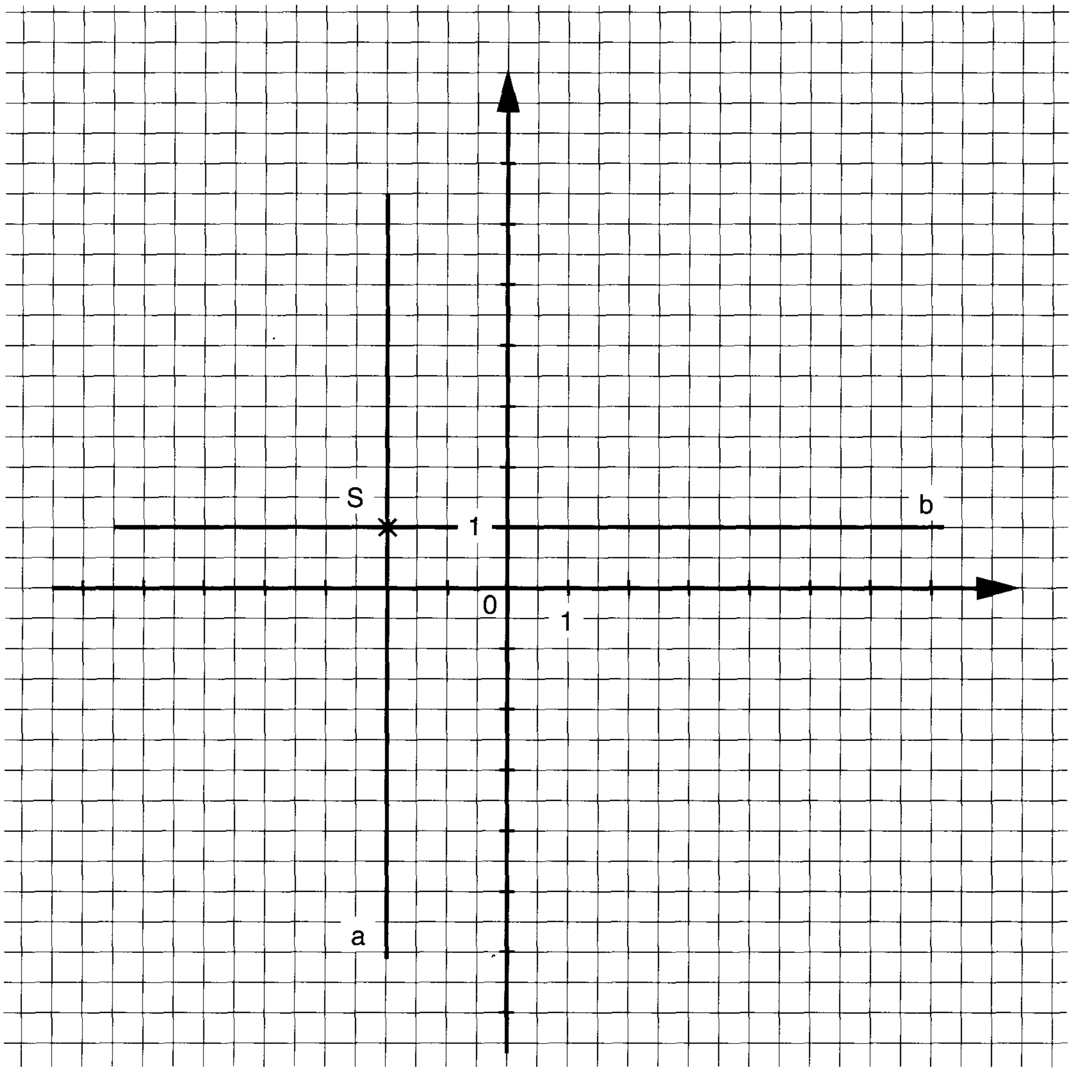
153 Placer les points suivants dans le système d'axes ci-dessous:

A (3 ; 2) B (-4 ; 3) C (-2 ; -1) D (1 ; -3)

1) Quelles sont les coordonnées des points A', B', C', D', images des points A, B, C, D par la symétrie de centre S ?
2) Quelles sont les coordonnées des points A", B", C", D", images des points A, B, C, D par la symétrie d'axe a ?
3) Quelles sont les coordonnées des points A"', B"', C"', D"', images des points A, B, C, D par la symétrie d'axe b ?

Réponses:

A'	(.... ; ....)	B'	(.... ; ....)	C'	(.... ; ....)	D'	(.... ; ....)
A"	(.... ; ....)	B"	(.... ; ....)	C"	(.... ; ....)	D"	(.... ; ....)
A"'	(.... ; ....)	B"'	(.... ; ....)	C"'	(.... ; ....)	D"'	(.... ; ....)



154 Placer les points suivants dans le système d'axes ci-dessous:

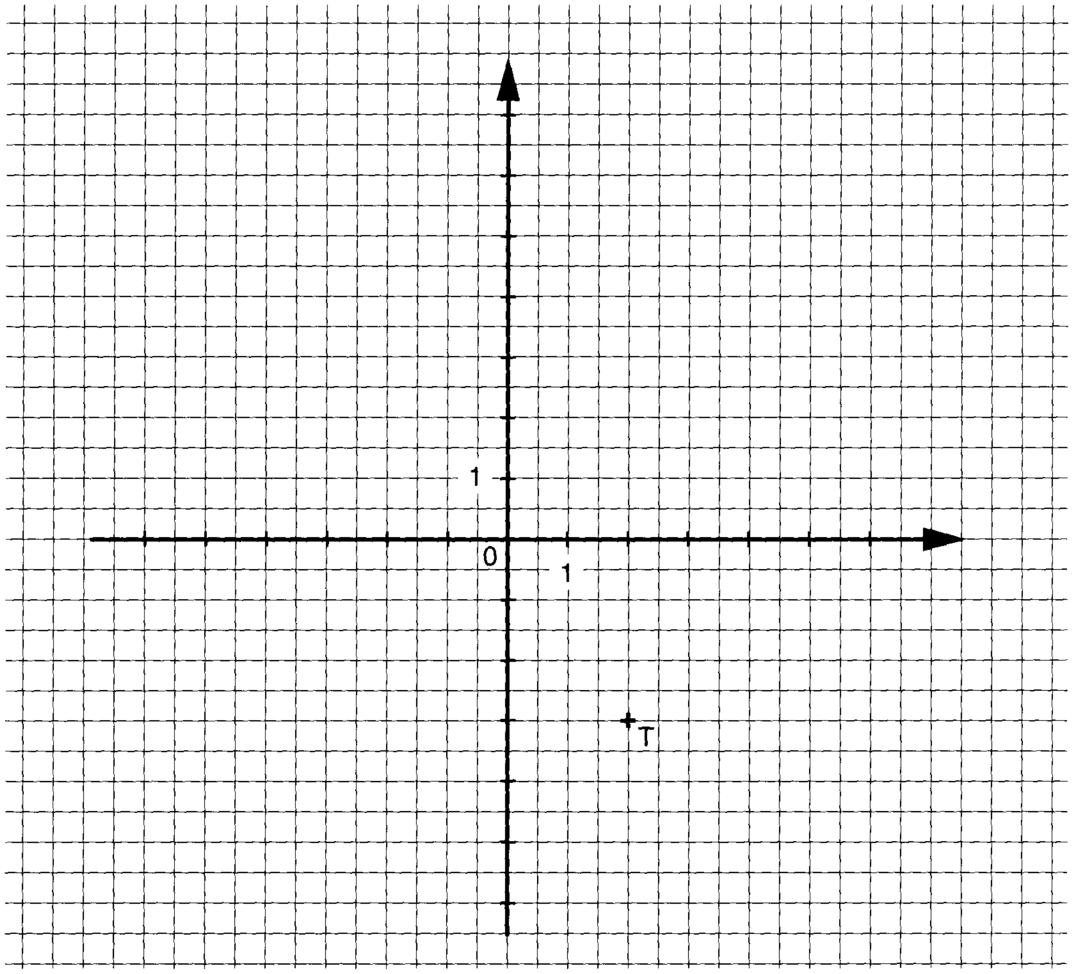
A (3 ; 2) B (-4 ; 3) C (-2 ; —1) D (1 ; —3)

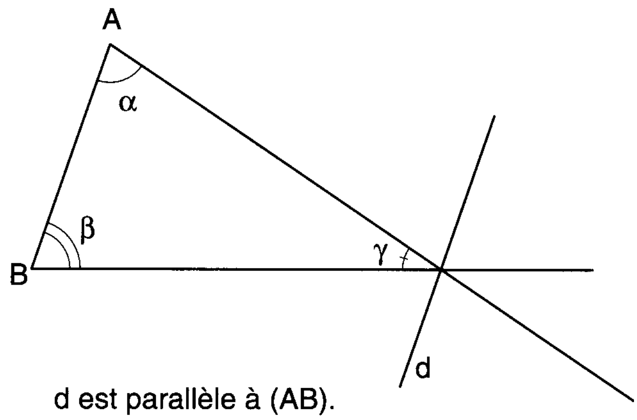
On considère la translation de vecteur $\overrightarrow{OT}$, avec O (0 ; 0) et T (2 ; -3).

Quelles sont les coordonnées des points A', B', C', D',
images des points A, B, C, D par cette translation?

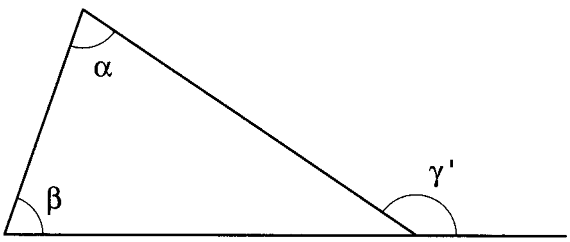
Réponses:

A' (.... ; ....) B' (.... ; ....) C' (.... ; ....) D' (.... ; ....)



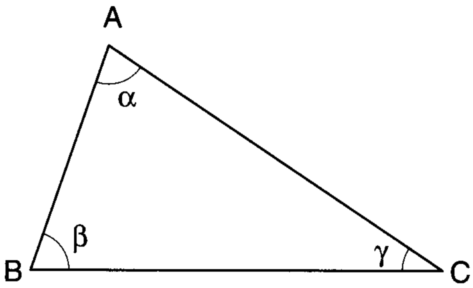


155 Indiquer tous les angles égaux à α.
Indiquer tous les angles égaux à β.
Indiquer tous les angles égaux à γ.



156 L'angle γ' est appelé **angle extérieur** du triangle.
On l'obtient en prolongeant l'un des côtés du triangle.
En observant la figure de l'exercice précédent, exprimer la mesure de γ' en fonction de celles de α et β.

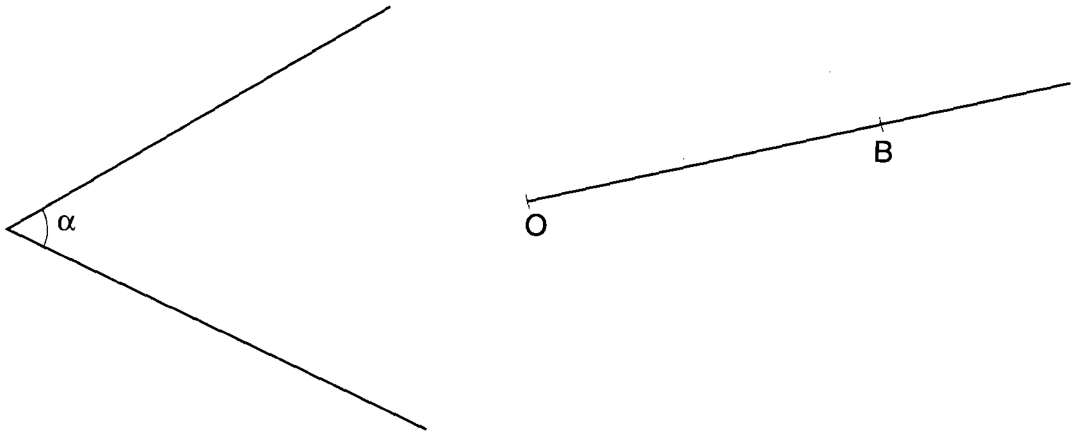
γ' =_____



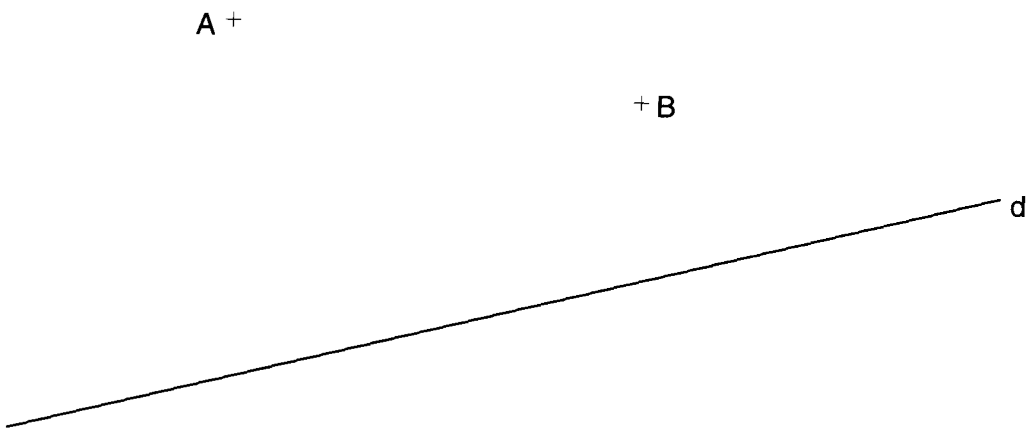
157 Dessiner les six angles extérieurs de ce triangle.

158 [OB) est la bissectrice d'un angle β égal à α.

Construire cet angle β.

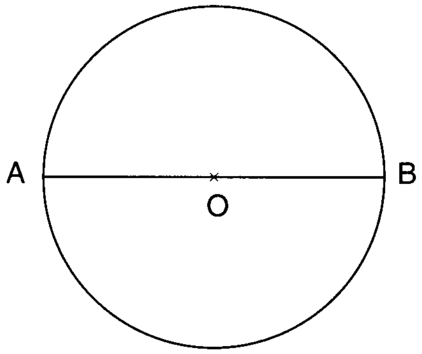


159 Construire le point P de la droite d qui est à la même distance des points A et B.



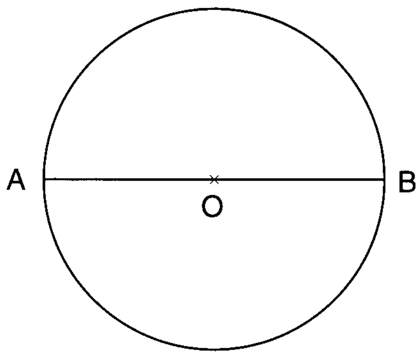
160 Construire un triangle ABC tel que $\widehat{ACB} < 90°$.

Quelle doit être la position de C pour que $\widehat{ACB} < 90°$?

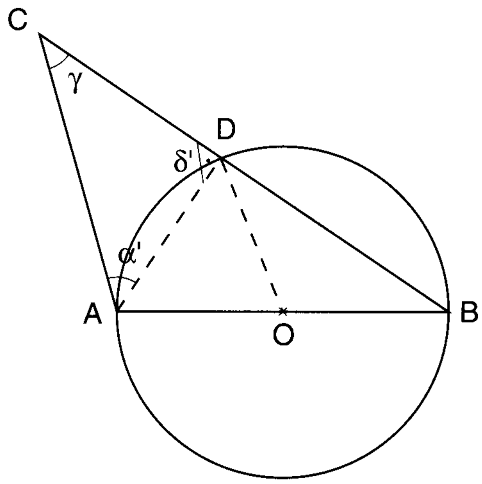


161 Construire un triangle ABC tel que $\widehat{ACB} > 90°$.

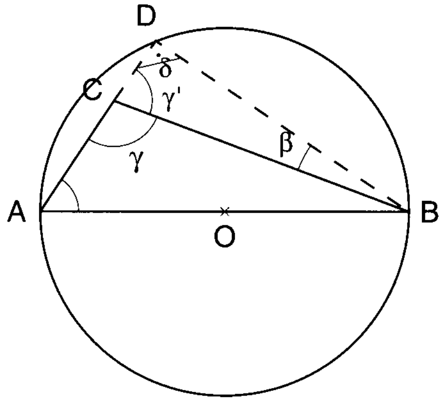
Quelle doit être la position de C pour que $\widehat{ACB} > 90°$?



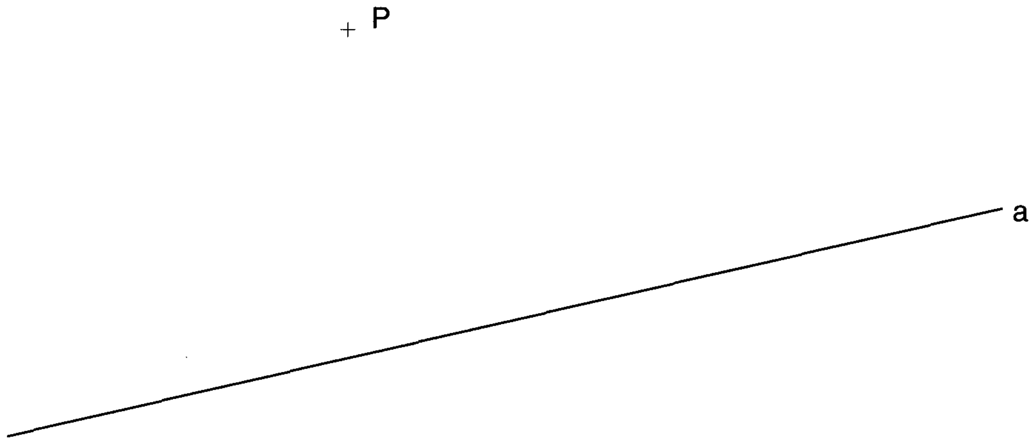
162 Si C est à l'extérieur du cercle, expliquer pourquoi $\widehat{ACB} < 90°$.



163 Si C est à l'intérieur du cercle, expliquer pourquoi $\widehat{ACB} > 90°$.

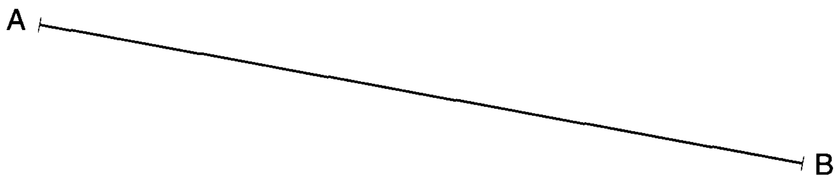


164 Construire une droite d passant par le point P et formant avec a un angle de 60°.
(On peut faire cet exercice sans utiliser le rapporteur.)



165 Construire un triangle ABC, tel que:

— la hauteur issue du sommet A mesure 7 cm
— la hauteur issue du sommet B mesure 6 cm.



166 Construire un triangle ABC, tel que:

— la hauteur issue du sommet A mesure 8 cm
— la hauteur issue du sommet C mesure 3 cm.

167 Construire un point C sur la droite h, tel que h soit la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$.