3

LES FRACTIONS
LES NOMBRES RATIONNELS

THÉORIE

1. LES FRACTIONS. LES NOMBRES RATIONNELS

1.1 RAPPELS DE 7e: DIVISEURS ET NOMBRES PREMIERS

a) Vocabulaire

Si d et n sont des entiers positifs, et si d est un diviseur de n, on peut dire aussi:

d divise n,

ou

n est divisible par d,

ou encore

n est un multiple de d.

b) Nombres premiers

Tout entier positif est divisible par 1, et par lui-même.

On dit:

– qu'un entier positif est un **nombre premier**, s'il a exactement deux diviseurs;
– qu'un entier positif est **composé**, s'il a plus que deux diviseurs.

L'entier 1 n'est ni premier, ni composé. Tout entier positif plus grand que 1 est soit premier, soit composé. Les deux diviseurs d'un nombre premier sont cet entier lui- même, et l'entier 1.

Voici l'ensemble des nombres premiers inférieurs à 60:

{ 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 }

L'ensemble de tous les nombres premiers a une infinité d'éléments; on ne peut donc pas les énumérer tous.

1.2 LA DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Tout entier composé peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers. Lorsqu'on écrit l'entier sous cette forme, on dit qu'on le "décompose en produit de facteurs premiers".
Par exemple, l'entier 220 se décompose de la manière suivante: $220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$

Voici deux exemples pour montrer comment on peut chercher une telle décomposition.

1) Pour décomposer 96 on peut écrire d'abord

$$96 = 2 \cdot 48$$

L'entier 48 n'est pas premier: on a $48 = 6 \cdot 8$ donc

$$96 = 2 \cdot 48 = 2 \cdot 6 \cdot 8$$

Ni 6 ni 8 ne sont premiers: on a $6 = 2 \cdot 3$ et $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ donc

$$96 = 2 \cdot 6 \cdot 8 = 2 \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)$$

et la décomposition de 96 en produit de facteurs premiers est $96 = 2^5 \cdot 3$.

2) On peut aussi procéder systématiquement, en essayant de diviser l'entier à décomposer par chacun des nombres premiers inférieurs à cet entier.

Décomposons 252 de cette manière:

$$\begin{aligned} 252 : 2 &= 126 \\ 126 : 2 &= 63 \\ 63 : 3 &= 21 \\ 21 : 3 &= 7 \\ 7 : 7 &= 1 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \end{array}$$

La première ligne ci-dessus indique que le nombre premier 2 divise 252. Le quotient est 126, on l'écrit sous 252. La deuxième ligne indique que 2 divise 126. On continue jusqu'à ce que le quotient soit 1.

Il est pratique de disposer les calculs comme ci-dessus. L'entier 252 est inscrit dans la colonne de gauche; son diviseur premier 2 est inscrit dans celle de droite. Le quotient 126 est inscrit sous 252. Et ainsi de suite.

La décomposition de 252 en produit de facteurs premiers est $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Propriété fondamentale. Quelle que soit la méthode qu'on utilise pour décomposer un entier positif en produit de facteurs premiers, le résultat sera toujours le même; seul l'ordre des facteurs peut être différent.
Par exemple, on peut écrire

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \text{et} \quad 48 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

L'ordre des facteurs est différent, mais on doit utiliser dans les deux cas quatre fois le nombre premier 2, et une fois le nombre premier 3.

Nous allons maintenant voir que la décomposition en produit de facteurs premiers peut être utilisée lorsqu'on doit calculer un pgcd ou un ppcm.

1.3 CALCUL DU PGCD

Le plus grand diviseur commun (pgcd) de deux entiers est le plus grand entier positif qui les divise l'un et l'autre.

Par exemple, le pgcd de 12 et 18 est 6.

Voici deux méthodes pour calculer un pgcd.

a) Si les entiers sont petits, on peut utiliser les ensembles de diviseurs, comme on l'a fait en 7e.

b) On peut aussi utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers.

Par exemple, cherchons le pgcd de 120 et 630. Leurs décompositions en produit de facteurs premiers sont

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{et} \quad 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 .$$

Dans le pgcd de 120 et 630 on doit retrouver les facteurs premiers 2, 3 et 5, mais pas 7.

– le facteur 2 doit apparaître une fois, car il n'y a qu'un facteur 2 dans la décomposition de 630, et trois facteurs 2 dans celle de 120,

– le facteur 3 doit apparaître une fois, car il n'y a qu'un facteur 3 dans la décomposition de 120, et deux facteurs 3 dans celle de 630,

– le facteur 5 doit apparaître une fois, car il apparaît une fois dans la décomposition de 120 et une fois dans celle de 630,

– le facteur 7 ne doit pas apparaître, car il n'apparaît pas dans la décomposition de 120.

Donc, le pgcd de 120 et 630 est

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 .$$

On vérifie que

$$120 = 30 \cdot 4 \quad \text{et} \quad 630 = 30 \cdot 21 .$$

1.4 CALCUL DU PPCM

Le plus petit commun multiple (ppcm) de deux entiers positifs est le plus petit entier positif qui est divisible par l'un et par l'autre.

Par exemple, 12 est le ppcm de 4 et 6.

Plus généralement, le ppcm de plusieurs entiers positifs est le plus petit entier positif qu'ils divisent tous.

Par exemple, 18 est le ppcm de 2, 3 et 9.

Voici deux méthodes pour calculer un ppcm.

a) On peut utiliser les ensembles de multiples, comme on l'a fait en 7e.

b) On peut aussi utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers.

Par exemple, cherchons le ppcm de 120 et 630. Leurs décompositions en produit de facteurs premiers sont (on l'a vu pour calculer leur pgcd):

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{et} \quad 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 .$$

Dans le ppcm de 120 et 630, on doit retrouver les facteurs premiers 2, 3, 5 et 7.

- le facteur 2 doit apparaître trois fois, car il y a trois facteurs 2 dans la décomposition de 120, et un seul dans celle de 630,
- le facteur 3 doit apparaître deux fois, car il y a deux facteurs 3 dans la décomposition de 630, et un seul dans celle de 120,
- le facteur 5 doit apparaître une fois, car il y a un facteur 5 dans la décomposition de 630, et un dans celle de 120,
- le facteur 7 doit apparaître une fois, car il y a un facteur 7 dans la décomposition de 630, et aucun dans celle de 120.

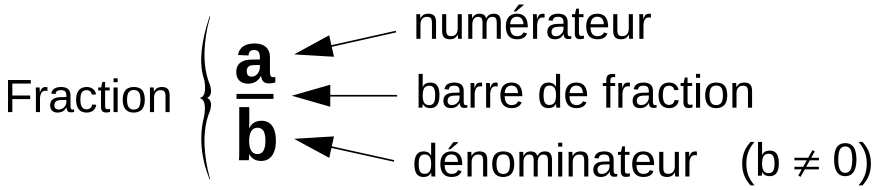
Donc le ppcm de 120 et 630 est

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520 .$$

On vérifie que

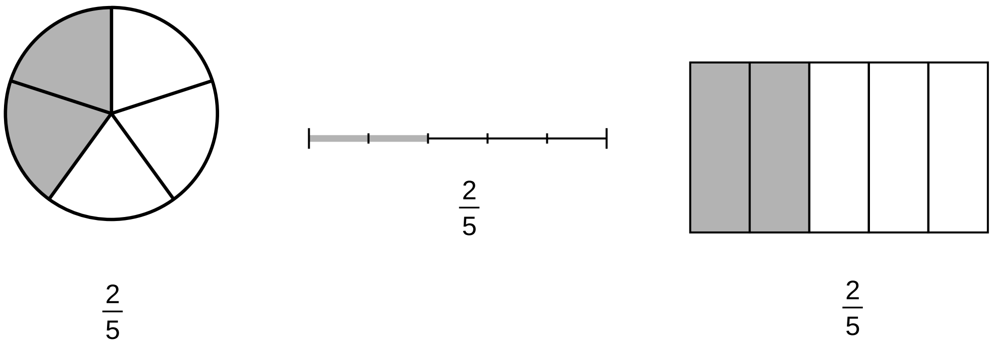
$$2520 = 120 \cdot 21 \quad \text{et} \quad 2520 = 630 \cdot 4 .$$

2. LES FRACTIONS



Le numérateur et le dénominateur d’une fraction doivent être des entiers.
Le dénominateur d’une fraction ne doit pas être égal à 0.
Pour le moment, on ne considérera que des numérateurs et dénominateurs positifs.

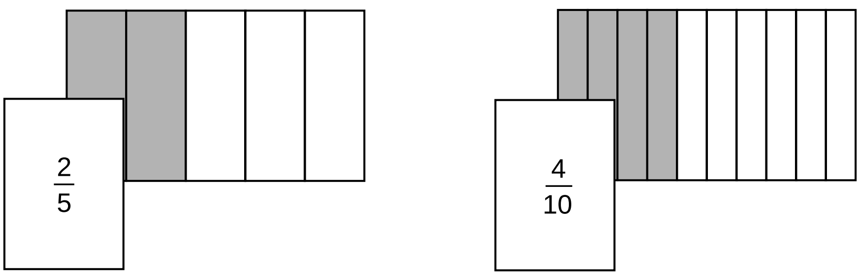
2.1 RAPPEL DE 7e: FRACTIONS ET PARTAGES



L’écriture $\frac{2}{5}$ montre qu’on a partagé le disque (le segment, le rectangle) en 5 parts égales, et qu’on a ensuite pris 2 de ces parts.

2.2 RAPPEL DE 7e: FRACTIONS ÉQUIVALENTES

Dans un partage, la même part peut être représentée par plusieurs fractions;
on dit alors que ces fractions sont équivalentes.



$\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$ sont équivalentes, car elles représentent la même part de ce rectangle.

On écrit: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

Si on partage le rectangle en *deux fois plus* de parties, il faut prendre *deux fois plus* de morceaux pour avoir la même quantité:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10}$$

Deux fractions sont équivalentes, si on peut utiliser l'une ou l'autre pour représenter la même part d'un même objet.

Comme le montre cet exemple, on obtient une fraction équivalente à une fraction donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur de la fraction donnée par un même entier positif:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10}$$

Dans cet exemple, on dit qu'on a **amplifié les termes** de la fraction $\frac{2}{5}$.

Si on lit ce même exemple de droite à gauche, on voit que

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

On dit ici qu'on a **simplifié** la fraction $\frac{4}{10}$.

On dit qu'on **simplifie** une fraction, lorsqu'on la remplace par une fraction équivalente, avec un numérateur et un dénominateur plus petits. Pour simplifier une fraction, on divise son numérateur et son dénominateur par un diviseur commun. Par exemple,

$$\frac{15}{35} = \frac{15 : 5}{35 : 5} = \frac{3}{7}$$

Dans cet exemple, on a simplifié $\frac{15}{35}$ en divisant son numérateur et son dénominateur par 5. Les fractions $\frac{15}{35}$ et $\frac{3}{7}$ sont équivalentes.

Si on simplifie une fraction, ou si on amplifie ses termes, on obtient une fraction équivalente.

On dit qu'une fraction est **irréductible**, si elle ne peut pas être simplifiée. Dans une fraction irréductible, le pgcd du numérateur et du dénominateur est égal à 1.

Exemple Rendre la fraction $\frac{198}{462}$ irréductible.

Il suffit de diviser numérateur et dénominateur par leur pgcd.

Puisque $198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$ et $462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$, leur pgcd est $2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$ et on a:

$$\frac{198}{462} = \frac{198 : 66}{462 : 66} = \frac{3}{7}$$

On peut aussi disposer ce calcul comme ceci:

$$\frac{198}{462} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 3 \cdot \overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot 7 \cdot \underset{1}{\cancel{11}}} = \frac{3}{7}$$

2.3 FRACTIONS ET ÉCRITURE EN BASE 10

La fraction $\frac{a}{b}$ représente le nombre qu'on obtient en divisant l'entier a par l'entier b.

En effectuant la division, on obtient l'écriture décimale (c'est-à-dire, en base 10) du nombre que cette fraction représente.

Voici quelques exemples:

$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6$

$\frac{15}{4} = 15 : 4 = 3{,}75$

$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}333333....$ (qu'on note: $0{,}\overline{3}$)

$\frac{1}{6} = 1 : 6 = 0{,}1666666...$ (qu'on note: $0{,}1\overline{6}$)

$\frac{2}{7} = 2 : 7 = 0{,}285714285714285714...$ (qu'on note: $0{,}\overline{285714}$)

$\frac{11}{60} = 0{,}18333333...$ (qu'on note: $0{,}18\overline{3}$)

(En surlignant des chiffres, on indique qu'ils se répètent indéfiniment.)

> Deux fractions équivalentes $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ représentent le même nombre.
>
> Autrement dit, si $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont équivalentes, on obtient le
>
> même résultat en divisant a par b qu'en divisant c par d.

Propriété utile Les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont équivalentes si $ad = bc$, et seulement dans ce cas.

Considérons une fraction $\frac{a}{b}$. En divisant a par b on obtient:

– soit un nombre dont l'écriture en base 10 est finie (on peut l'écrire sans utiliser une infinité de chiffres après la virgule); c'est ce qu'on appelle un **nombre décimal**.

Par exemple,

$$\frac{3}{5} = 0{,}6 \quad ; \quad \frac{15}{4} = 3{,}75$$

– soit un nombre dont l'écriture en base 10 est illimitée (on doit l'écrire avec une infinité de chiffres après la virgule).

Par exemple,

$$\frac{2}{7} = 0{,}285714285714\ldots \quad ; \quad \frac{7}{60} = 0{,}11666666\ldots$$

Si le nombre qui correspond à une fraction a une écriture illimitée en base 10, cette écriture est **périodique**. Ceci veut dire qu'à partir d'un certain chiffre après la virgule (ou immédiatement après la virgule), un groupe de chiffres se répète sans fin.
C'est bien le cas des deux derniers exemples:

$\frac{2}{7} = 0{,}\overline{285714}$ (la partie qui se répète s'appelle la **période**; ici, c'est 285714 et elle commence immédiatement après la virgule);

$\frac{7}{60} = 0{,}11\overline{6}$ (ici, la période est 6; elle commence au troisième chiffre après la virgule).

Remarque C'est la décomposition du dénominateur en produit de facteurs premiers qui détermine si le nombre qui correspond à une fraction irréductible est un nombre décimal, ou non:

– si la fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible, et si b n'a pas d'autres facteurs premiers que 2 ou 5, alors la partie décimale est finie;

– si $\frac{a}{b}$ est irréductible, et si b est divisible par (au moins) un nombre premier qui n'est ni 2 ni 5, alors la partie décimale est illimitée (et périodique).

(Autrement dit: une fraction représente un nombre décimal si elle est équivalente à une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, et seulement dans ce cas.)

2.4 DÉNOMINATEUR COMMUN

Les fractions $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ n'ont pas le même dénominateur.

On peut les remplacer chacune par une fraction qui lui soit équivalente, de sorte que les nouvelles fractions aient le même dénominateur.

Par exemple,

$$\frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{5}{15} \qquad \text{et} \qquad \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} \quad .$$

On dit: on a mis $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ au même dénominateur (qui est 15).

On peut également dire: on a mis ces deux fractions à un dénominateur commun (qui est 15).

On a aussi

$$\frac{1}{3} = \frac{10 \cdot 1}{10 \cdot 3} = \frac{10}{30} \qquad \text{et} \qquad \frac{2}{5} = \frac{6 \cdot 2}{6 \cdot 5} = \frac{12}{30}$$

Là, on a mis $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ au même dénominateur (qui est 30); mais $30 > 15$.

Les entiers 15 et 30 sont des multiples communs de 3 et de 5 ; l'entier 15 est le ppcm de 3 et 5.

On veut souvent mettre deux fractions à un dénominateur commun qui soit aussi petit que possible; pour $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$, ce dénominateur est 15.

Cet exemple illustre le fait suivant:

Le plus petit dénominateur commun de deux fractions est le ppcm de leurs dénominateurs.

2.5 COMPARAISON DE FRACTIONS

Comparer deux fractions, c'est décider laquelle des deux représente le nombre le plus grand.

Il existe plusieurs méthodes pour comparer deux fractions.

a) Comparaison par division.

Par exemple, comparons $\frac{3}{25}$ et $\frac{1}{8}$. En effectuant les divisions on obtient:

$$\frac{3}{25} = 0{,}12 \quad \text{et} \quad \frac{1}{8} = 0{,}125.$$

Puisque $0{,}12 < 0{,}125$ on a $\frac{3}{25} < \frac{1}{8}$.

b) Comparaison de fractions de même dénominateur.

Si deux fractions ont le même dénominateur, c'est celle qui a le plus grand numérateur qui représente le nombre le plus grand.

Par exemple,

$$\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$$

car en partageant un objet en cinq parts égales, et en prenant deux de ces parts, on aura moins que si on avait pris quatre des parts.

c) Comparaison de fractions de dénominateurs différents.

On commence par mettre les deux fractions au même dénominateur.
Puis on compare comme en (b).
Souvent, pour simplifier les calculs, on choisira ce dénominateur commun aussi petit que possible. (Rappelons que le plus petit dénominateur commun est le ppcm des dénominateurs considérés.)

Exemple: comparer $\frac{7}{12}$ et $\frac{5}{8}$

Le ppcm de 8 et 12 est 24 et on a $24 = 2 \cdot 12$ et $24 = 3 \cdot 8$.
On écrira donc

$$\frac{7}{12} = \frac{14}{24} \quad \text{et} \quad \frac{5}{8} = \frac{15}{24}$$

Puisque $\frac{14}{24} < \frac{15}{24}$ on a $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$

d) Autres cas

Dans d'autres situations, d'autres méthodes peuvent être plus simples à appliquer.

Par exemple, pour comparer $\frac{1}{2}$ et $\frac{13}{8}$ il suffit de remarquer que $\frac{1}{2} < 1$ et $\frac{13}{8} > 1$ et que donc $\frac{1}{2} < \frac{13}{8}$.

Voici un autre exemple: comparons $\frac{5}{7}$ et $\frac{5}{12}$.

Si on partage un objet en 12 parts égales, les parts qu'on obtient sont plus petites que si on partage le même objet en 7 parts égales. Puisque, dans les deux cas, on prend 5 parts, on a:

$$\frac{5}{12} < \frac{5}{7} .$$

Ranger plusieurs fractions par ordre croissant, c'est les écrire de la plus petite à la plus grande.

Si on sait comparer des fractions deux à deux, on pourra ranger plusieurs fractions par ordre croissant.

Par exemple, on a:

$$\frac{5}{9} < \frac{11}{8} < \frac{3}{2} < \frac{25}{3} .$$

2.6 OPÉRATIONS AVEC DES FRACTIONS POSITIVES

Les fractions avec lesquelles nous avons travaillé jusqu'à maintenant ont un numérateur et un dénominateur positifs; une telle fraction est une **fraction positive**.

On peut additionner ou multiplier des fractions positives, ou diviser une fraction positive par une autre; le résultat de l'opération est chaque fois une fraction positive.

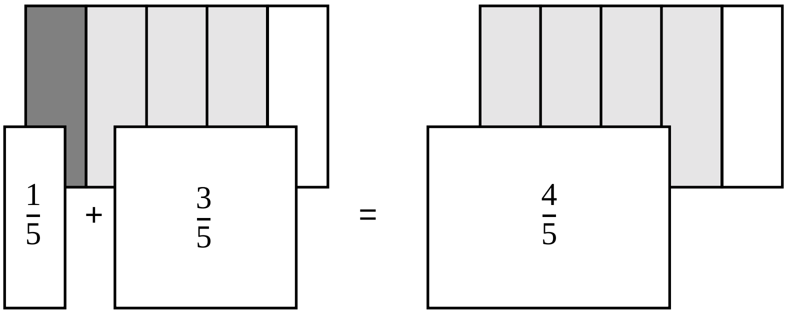
Dans certains cas, on peut soustraire une fraction positive d'une autre et obtenir comme résultat une fraction positive.

I. L'ADDITION

1) Fractions de même dénominateur

Pour additionner deux fractions de même dénominateur, on additionne les numérateurs. On garde le même dénominateur.

Exemple

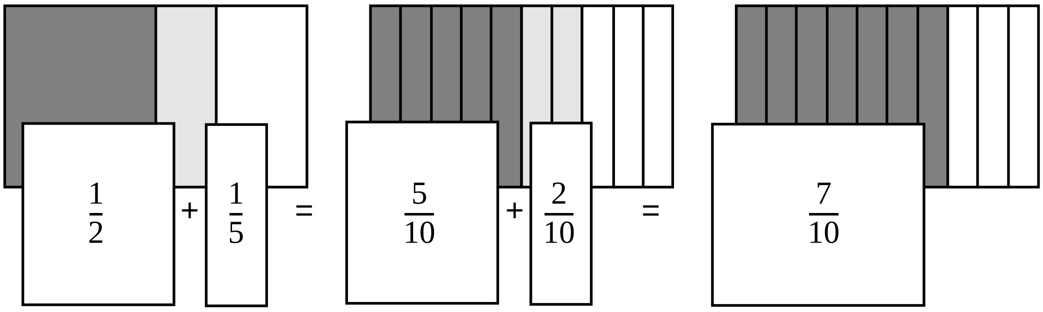


$$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$$

2) Fractions de dénominateurs différents

Si les fractions qu'on veut additionner ont des dénominateurs différents, on commence par les mettre au même dénominateur. Ensuite, on additionne comme ci-dessus.

Exemple



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{5\cdot 1}{5\cdot 2}+\frac{2\cdot 1}{2\cdot 5}=\frac{5}{10}+\frac{2}{10}=\frac{7}{10}$$

Pour additionner deux fractions qui n'ont pas le même denominateur:

– on met d'abord les deux fractions au même dénominateur;
– on additionne ensuite les numérateurs;
– on garde le même denominateur.

(On simplifie le résultat de l'addition, si on veut une fraction irréductible.)

Remarque Lorsqu'on additionne des fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il est parfois utile de les simplifier avant de les mettre au même dénominateur.

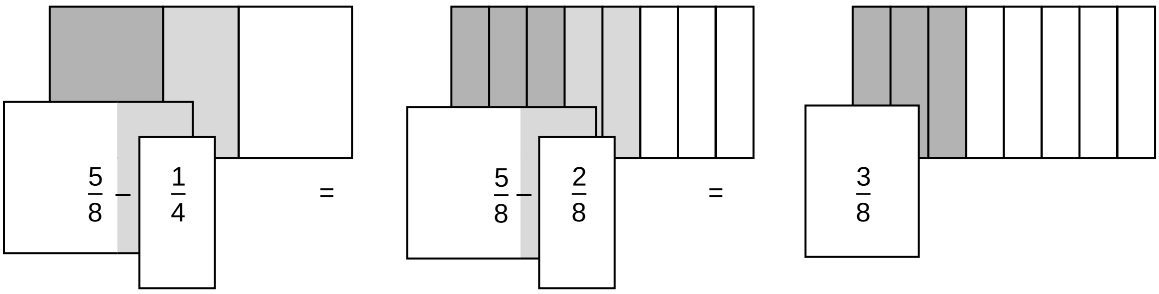
Par exemple, pour calculer $\frac{2}{3}+\frac{15}{18}$, on commence par simplifier $\frac{15}{18}$.

On obtient $\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$. Donc $\frac{2}{3}+\frac{15}{18}=\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$.

II. LA SOUSTRACTION

On peut soustraire une fraction positive d'une autre, plus grande qu'elle. La différence est une fraction positive.

Voici un exemple:



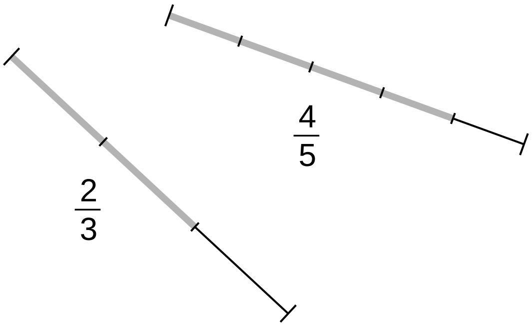
$$\frac{5}{8}-\frac{1}{4}=\frac{5}{8}-\frac{2\cdot 1}{2\cdot 4}=\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$$

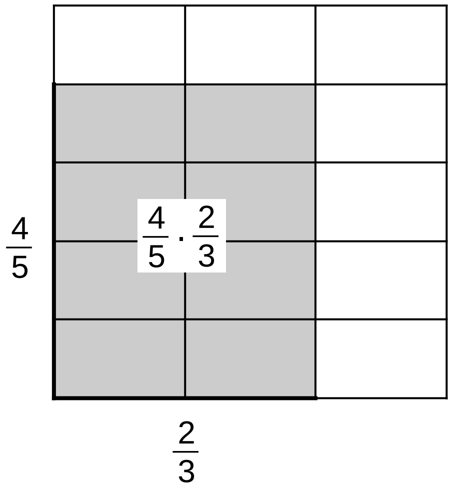
Pour soustraire une fraction d'une autre:
– on met d'abord les deux fractions au même denominateur;
– on soustrait ensuite les numérateurs;
– on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

III. LA MULTIPLICATION

On peut multiplier deux fractions positives; leur produit est encore une fraction positive. Voici une illustration géométrique.





On prend le côté du carré comme unité de longueur (il est alors de longueur 1).

L’aire de la surface ombrée est $\frac{8}{15}$ de l’aire du carré. Elle est aussi égale au produit des longueurs $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.

Donc,

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \ .$$

Mais on peut écrire

$$\frac{8}{15} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} \ .$$

On a donc

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} \ .$$

Cet exemple illustre le résultat suivant:

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Remarque. Lorsqu’on multiplie deux fractions, il est souvent judicieux de simplifier le produit avant d’effectuer la multiplication.

Exemple:

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{15}{21} = \frac{7 \cdot (3 \cdot 5)}{(2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 7)} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot 3 \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{5}{12}$$

Le produit d'un entier et d'une fraction. Cette règle pour multiplier deux fractions permet de multiplier une fraction et un entier. Pour cela, on écrit d'abord l'entier sous la forme d'une fraction de dénominateur 1. Ensuite, on multiplie les deux fractions.

Par exemple,

$$\frac{2}{3}\cdot 4=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{1}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 1}=\frac{8}{3}\quad .$$

Ceci revient à appliquer la règle de calcul suivante:

> Pour multiplier un entier et une fraction, on multiplie le numérateur de la fraction par cet entier; on garde le même dénominateur.

Par exemple,

$$5\cdot\frac{3}{7}=\frac{5\cdot 3}{7}=\frac{15}{7}\qquad\qquad \frac{3}{4}\cdot 7=\frac{3\cdot 7}{4}=\frac{21}{4}$$

L'inverse d'une fraction.

Si $\frac{a}{b}$ est une fraction, alors la fraction $\frac{b}{a}$ est appelée son inverse:

> $\frac{b}{a}$ est la fraction inverse de $\frac{a}{b}$

Par exemple,

$\frac{3}{7}$ est l'inverse de $\frac{7}{3}$; $\frac{7}{3}$ est l'inverse de $\frac{3}{7}$;

$\frac{5}{2}$ est l'inverse de $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{5}$ est l'inverse de $\frac{5}{2}$.

Dans ces exemples, on a:

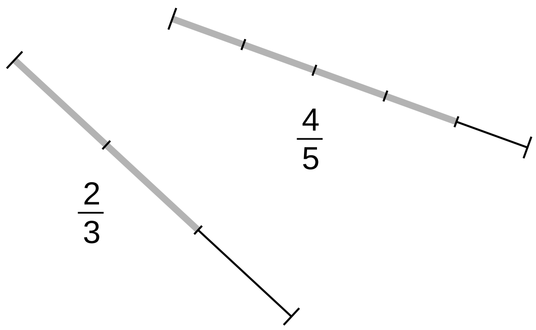
$$\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{3}=\frac{21}{21}=1 \quad\text{et}\quad \frac{5}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{10}{10}=1$$

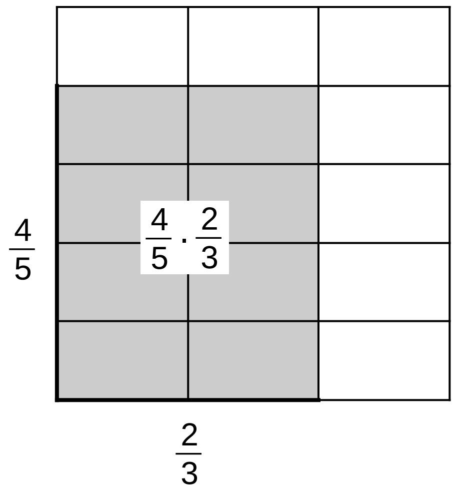
Comme dans ces exemples, on a toujours:

> Le produit d'une fraction et de son inverse est égal à 1.

IV. LA DIVISION

Reprenons la figure qui illustre le produit des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.





Si on divise l'aire d'un rectangle par la longueur d'un de ses côtés, on trouve la longueur de l'autre côté.

Donc si on divise l'aire $\frac{8}{15}$ du rectangle ombré par la longueur $\frac{2}{3}$ d'un de ses côtés, on trouvera la longueur $\frac{4}{5}$ de l'autre côté:

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5}$$

Mais on a aussi

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{5}$$

Donc

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2}$$

Ainsi, pour diviser par $\frac{2}{3}$ on a multiplié par $\frac{3}{2}$

Cet exemple illustre la règle suivante:

> Pour diviser par une fraction, on multiplie par la fraction inverse.

La forme générale de cette règle est:

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}}$$

Exemples

$$\frac{3}{7} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{14} \quad ; \quad \frac{6}{35} : \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{5}$$

2.7 FRACTION D'UN NOMBRE DÉCIMAL. FRACTION D'UNE FRACTION

a) Fraction d'un nombre décimal

On a vu en 7e comment calculer une fraction d'un nombre, ou d'une quantité (d'une longueur, d'une somme d'argent ...).

Par exemple, calculons $\frac{3}{4}$ de 2,8. On peut le faire de deux manières:

– on peut diviser 2,8 par 4 puis multiplier le résultat par 3. On obtient (2,8 : 4) · 3 = 2,1
– on peut multiplier 2,8 par 3 puis diviser le résultat par 4. On obtient (2,8 · 3) : 4 = 2,1

Donc, $\frac{3}{4}$ de 2,8 c'est 2,1 .

Pour faire ce calcul, nous avons utilisé la règle suivante:

> Pour calculer une fraction d'un nombre décimal, on peut:
>
> – diviser ce nombre par le dénominateur de la fraction, puis multiplier le résultat par le numérateur de la fraction;
>
> on peut aussi:
>
> – multiplier ce nombre par le numérateur de la fraction, puis diviser le résultat par le dénominateur de la fraction.
>
> Les deux calculs donnent le même résultat.

Voici un second exemple: calculons $\frac{3}{5}$ de 7 cm.

Multiplions d'abord 7 cm par le numérateur 3 de la fraction:

$$3 \cdot (7 \text{ cm}) = 21 \text{ cm}$$

puis divisons 21 cm par le dénominateur 5 de la fraction:

$$(21 \text{ cm}) : 5 = 4{,}2 \text{ cm}.$$

Donc, $\frac{3}{5}$ de 7 cm, c'est 4,2 cm.

On peut traiter cet exemple d'une autre manière.

Si on multiplie 7 par $\frac{3}{5}$ comme on a appris à le faire à la page 88 on obtient:

$$\frac{3}{5} \cdot 7 = \frac{3 \cdot 7}{5} = \frac{21}{5}$$

Divisons maintenant le numérateur 21 de la fraction $\frac{21}{5}$ par son dénominateur 5.

On trouve:

$$\frac{21}{5} = 4{,}2$$

C'est une autre façon de voir que $\frac{3}{5}$ de 7 cm, c'est 4,2 cm.

Cet exemple illustre la règle suivante:

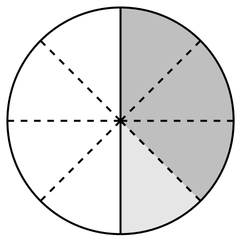
Calculer une fraction d'un entier, c'est multiplier l'entier par la fraction.

b) Fraction d'une fraction

Dans certains problèmes, on doit calculer une fraction d'une fraction.
Voici un tel problème:

Paul a mangé le quart d'un demi-gâteau. Quelle fraction de ce gâteau a-t-il mangé?

En faisant une figure, on voit que la réponse est:



Paul a mangé $\frac{1}{8}$ du gâteau.

On peut exprimer cette réponse en disant:

$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ c'est $\frac{1}{8}$

On peut aussi résoudre ce problème par le calcul. Si on multiplie $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ comme on a appris à le faire à la page 87, on voit que:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Comme dans ce problème, on a toujours:

> Pour calculer une fraction d'une fraction, on multiplie les deux fractions.

2.8 L'EXPONENTIATION DES FRACTIONS POSITIVES

Il arrive souvent qu'on multiplie une fraction plusieurs fois par elle-même.
La notation "puissance" permet d'abréger l'écriture d'un tel produit.

Par exemple, $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$ est le produit de cinq facteurs égaux à $\frac{2}{3}$.

Pour en simplifier l'écriture, on note:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

D'une manière générale, si $\frac{a}{b}$ est une fraction, et si n est un entier positif, on utilise la notation:

$$\boxed{\underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ facteurs}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$$

Propriétés. À l'aide d'exemples, nous allons dégager deux propriétés importantes de l'exponentiation.

1)

$$\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2^4}{5^4}$$

Cet exemple illustre la règle suivante, valable pour toutes les fractions $\frac{a}{b}$:

si n est un entier positif, alors

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

2)

$$\left(\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{7}\right)^3 = \left(\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\right)\cdot\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\right) = \frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

Cet exemple-ci illustre le fait que si $\frac{a}{b}$ est une fraction et si m et n sont des entiers positifs, alors

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^m\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}}$$

2.9 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES DE FRACTIONS POSITIVES

Racines carrées

La racine carrée de $\frac{16}{25}$ est **le nombre positif** x tel que $x^2 = \frac{16}{25}$. On vérifie que

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

Donc $\frac{4}{5}$ est la racine carrée de $\frac{16}{25}$ et on écrit:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}\ .$$

On remarque ici que

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} \quad \text{car} \quad \sqrt{16} = 4 \quad \text{et} \quad \sqrt{25} = 5 .$$

C'est un exemple de la règle suivante:

Si $\frac{a}{b}$ est une fraction positive et si $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$ sont des entiers,

alors $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ est aussi une fraction positive, et

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Voici encore une application de cette règle:

$$\sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3}$$

Remarques

1) En général, la racine carrée d'une fraction positive n'est pas une fraction. On peut obtenir la racine carrée d'une fraction positive à l'aide d'une machine à calculer. Il s'agit alors généralement d'une valeur approximative.

   Exemple: $\sqrt{\frac{9}{2}} = \sqrt{4,5} = 2,1213\ldots$

2) On commencera, si cela est possible, par rendre la fraction irréductible avant de calculer sa racine carrée. Par exemple,

$$\sqrt{\frac{8}{50}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

Racines cubiques

La racine cubique de la fraction positive $\frac{a}{b}$ est le nombre x tel que $x^3 = \frac{a}{b}$.

La racine cubique de $\frac{a}{b}$ est notée $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$.

Par exemple,

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5} \quad ; \quad \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$$

Le calcul de la racine cubique d’une fraction est facilité par une règle semblable à celle que nous avons énoncée pour les racines carrées:

> Si $\frac{a}{b}$ est une fraction positive et si $\sqrt[3]{a}$ et $\sqrt[3]{b}$ sont des entiers, alors $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

2.10 FRACTIONS NÉGATIVES ET FRACTIONS POSITIVES

Certains nombres positifs peuvent s’écrire sous la forme d’une fraction.

Par exemple,

0,2 peut s’écrire: $0{,}2 = \frac{1}{5}$

1,125 peut s’écrire: $1{,}125 = \frac{9}{8}$

0,025 peut s’écrire: $0{,}025 = \frac{1}{40}$

0,333333... peut s’écrire: $0{,}333333... = \frac{1}{3}$

Ecrivons maintenant l’opposé de chacun de ces nombres:

$-0{,}2 \quad ; \quad -1{,}125 \quad ; \quad -0{,}025 \quad ; \quad -0{,}333333...$

Ce sont des nombres négatifs. On peut aussi les écrire sous la forme d’une fraction. On le fait en mettant le signe “moins” devant la barre de la fraction qui représente la valeur absolue du nombre. Ainsi,

– 0,2 peut s’écrire: $-0{,}2 = -\frac{1}{5}$

– 1,125 peut s’écrire: $-1{,}125 = -\frac{9}{8}$

– 0,025 peut s’crire: $-0{,}025 = -\frac{1}{40}$

– 0,333333... peut s’écrire: $-0{,}333333... = -\frac{1}{3}$

On dit que

$$\frac{1}{5} \quad ; \quad \frac{9}{8} \quad ; \quad \frac{1}{40} \quad ; \quad \frac{1}{3}$$

sont des **fractions positives** (parce qu'elles représentent des nombres positifs).

On dit que

$$-\frac{1}{5} \quad ; \quad -\frac{9}{8} \quad ; \quad -\frac{1}{40} \quad ; \quad -\frac{1}{3}$$

sont des **fractions négatives** (parce qu'elles représentent des nombres négatifs).

Règles d'écriture

Maintenant que nous savons ce que sont une fraction négative et une fraction positive, nous pouvons écrire des fractions dont le numérateur et le dénominateur sont des entiers relatifs.

Par exemple, on peut écrire la fraction négative $-\frac{1}{5}$ de plusieurs manières:

$$-\frac{1}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{-1}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{-5}\ .$$

Une fraction positive aussi peut s'écrire de plusieurs manières. Par exemple, la fraction positive $\frac{1}{2}$ peut s'écrire

$$+\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{+1}{+2} \quad \text{ou} \quad \frac{-1}{-2}\ .$$

2.11 OPÉRATIONS AVEC DES FRACTIONS POSITIVES OU NÉGATIVES

Pour calculer avec des fractions positives ou négatives, on réunit les règles de calcul pour les fractions positives (voir les paragraphes 2.6 à 2.8 de ce chapitre), et les règles de calcul pour les nombres relatifs (énoncées comme au Chapitre 2).

L'addition Pour additionner deux fractions:

– on les met d'abord au même dénominateur;
– on additionne ensuite les numérateurs, selon la règle d'addition des nombres relatifs;
– on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

Par exemple,

$$\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{(+10)+(-12)}{15}=\frac{-2}{15}=-\frac{2}{15}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{-10-12}{15}=\frac{-22}{15}=-\frac{22}{15}$$

La soustraction Pour soustraire une fraction d'une autre:

– on les met d'abord au même dénominateur;
– on soustrait ensuite les numérateurs, selon la règle de soustraction des nombres relatifs;
– on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

Par exemple,

$$\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(+\frac{12}{20}\right)-\left(\frac{-5}{20}\right)=\frac{+12-(-5)}{20}=\frac{+17}{20}=+\frac{17}{20}$$

$$\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{4}{5}\right)=\left(+\frac{10}{15}\right)-\left(\frac{+12}{15}\right)=\frac{+10-(+12)}{15}=\frac{-2}{15}=-\frac{2}{15}$$

La multiplication Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux, les dénominateurs entre eux, et on applique la règle des signes.

Voici deux exemples.

$$\left(+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{15}{16}\right)=-\frac{2\cdot 15}{5\cdot 16}=-\frac{3}{8}$$

$$\left(-\frac{5}{8}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)=+\frac{5\cdot 4}{8\cdot 3}=+\frac{5}{6}$$

La division Pour diviser par une fraction, on multiplie par la fraction inverse. Ici aussi, il faut tenir compte de la règle des signes.

Par exemple,

$$\left(+\frac{5}{7}\right):\left(-\frac{9}{14}\right)=\left(+\frac{5}{7}\right)\cdot\left(-\frac{14}{9}\right)=-\frac{5\cdot 14}{7\cdot 9}=-\frac{10}{9}$$

L'exponentiation On multiplie plusieurs fois une fraction par elle-même.

Par exemple,

$$\left(+\frac{4}{7}\right)^2 = +\frac{16}{49} \quad ; \quad \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125} \quad ; \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = +\frac{16}{81} \ .$$

2.12 L'ORDRE DES OPÉRATIONS

Pour calculer avec des fractions (positives ou négatives), l'ordre des opérations est le même que lorsqu'on calcule avec des nombres décimaux (voir à ce sujet le résumé à la fin du Chapitre 1).

2.13 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES: COMPLÉMENT POUR LE PROGRAMME DE 8e S

Racines carrées

Un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

Racines cubiques

Un nombre négatif a une racine cubique. La racine cubique de la fraction $\frac{a}{b}$ (positive ou négative) est le nombre x tel que $x^3 = \frac{a}{b}$.

Par exemple,

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2} \ .$$

2.14 LES NOMBRES RATIONNELS

On a vu que certains nombres, positifs ou négatifs, peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction. Donnons encore quelques exemples.

Les nombres

$$-0,3 = -\frac{3}{10} \quad ; \quad 0,125 = \frac{1}{8} \quad ; \quad 1,175 = \frac{47}{40} \quad ; \quad -3,875 = -\frac{31}{8}$$

ont une écriture finie en base 10 (ce sont des nombres décimaux); ils peuvent aussi s'écrire sous la forme d'une fraction.

Les nombres

$$-0,\overline{6} = -\frac{2}{3} \quad ; \quad -2,\overline{142857} = -\frac{15}{7} \quad ; \quad 0,\overline{027} = \frac{1}{37} \quad ; \quad 1,\overline{3} = \frac{4}{3}$$

ont une écriture infinie (et périodique) en base 10; eux aussi peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction.

On dit que ces huit nombres sont des **nombres rationnels**; $0,125$ est un nombre rationnel positif, et $-2,\overline{142857}$ est un nombre rationnel négatif.

> Un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction s'appelle un nombre rationnel. Si la fraction est positive, c'est un nombre rationnel positif; si elle est négative, c'est un nombre rationnel négatif. Les nombres rationnels positifs, zéro, et les nombres rationnels négatifs forment ce qu'on appelle **l'ensemble des nombres rationnels**.

Etudier les nombres rationnels, c'est donc étudier les fractions. C'est ce que nous avons fait dans ce chapitre.

Il existe des nombres qui ne peuvent **pas** se mettre sous la forme d'une fraction: ce ne sont pas des nombres rationnels.

Par exemple, les mathématiciens savent démontrer que les nombres $\sqrt{2}$, $\sqrt{\frac{3}{7}}$ et π ne sont pas des nombres rationnels.

EXERCICES ORAUX

224 Énumérer les éléments de

1) Div_6 2) Div_5 3) Div_{10} 4) Div_8

225 Énumérer les éléments de

1) Div_7 2) Div_{12} 3) Div_{15} 4) Div_{20}

226 Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

1) 25 2) 17 3) 36 4) 2 5) 4 6) 11 7) 21

227 Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

1) 99 2) 27 3) 56 4) 19 5) 12 6) 29 7) 31

228 Décomposer en produit de facteurs premiers :

1) 6 2) 18 3) 30 4) 24 5) 44 6) 8 7) 34

229 Décomposer en produit de facteurs premiers :

1) 42 2) 36 3) 60 4) 32 5) 28 6) 12 7) 20

230 Décomposer en produit de facteurs premiers :

1) 80 2) 56 3) 54 4) 33 5) 63 6) 38 7) 15

231 Énumérer les dix plus petits éléments de

1) M_5 2) M_9 3) M_2 4) M_{10} 5) M_8 6) M_{30}

232 Énumérer les dix plus petits éléments de

1) M_{15} 2) M_6 3) M_{12} 4) M_{11} 5) M_4 6) M_3

233 Quel est le ppcm … ?

1) de 6 et 8 3) de 5 et 10 5) de 6 et 15
2) de 3 et 5 4) de 12 et 24 6) de 9 et 15

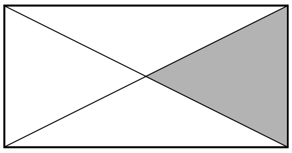
234 Quel est le ppcm … ?

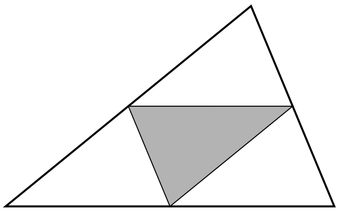
1) de 5 et 20	3) de 8 et 12	5) de 5 et 8
2) de 3 et 4	4) de 8 et 30	6) de 6 et 14

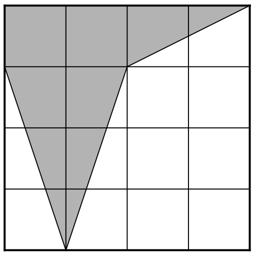
235 Quel est le ppcm … ?

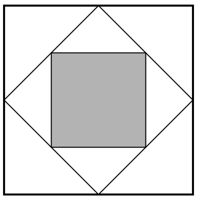
1) de 2 et 5	3) de 6 et 10	5) de 10 et 12
2) de 4 et 40	4) de 7 et 10	6) de 20 et 30

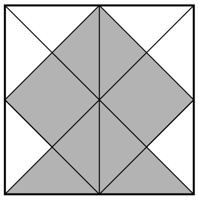
236 Quelle fraction de chaque figure a-t-on ombrée ?

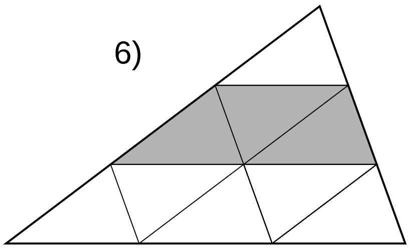
1)


2)


3)


4)


5)


6)


237 Donner l'écriture décimale de chacune de ces fractions :

1) $\frac{3}{10}$	3) $\frac{1}{2}$	5) $\frac{6}{100}$	7) $\frac{12}{20}$
2) $\frac{1}{5}$	4) $\frac{7}{20}$	6) $\frac{27}{10}$	8) $\frac{1}{4}$

238 Donner l'écriture décimale de chacune de ces fractions :

1) $\frac{73}{100}$	3) $\frac{3}{30}$	5) $\frac{3}{4}$	7) $\frac{125}{100}$
2) $\frac{2}{5}$	4) $\frac{4}{10}$	6) $\frac{36}{10}$	8) $\frac{7}{100}$

239 Comment faut-il compléter ces égalités pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{8}$ 3) $\frac{4}{7} = \frac{12}{\dots}$ 5) $\frac{1}{3} = \frac{6}{\dots}$

2) $\frac{8}{20} = \frac{\dots}{5}$ 4) $\frac{2}{5} = \frac{\dots}{25}$ 6) $\frac{42}{70} = \frac{\dots}{10}$

240 Comment faut-il compléter ces égalités pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{3}{5} = \frac{21}{\dots}$ 3) $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{6}$ 5) $\frac{3}{4} = \frac{9}{\dots}$

2) $\frac{6}{48} = \frac{\dots}{16}$ 4) $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{12}$ 6) $\frac{20}{25} = \frac{\dots}{5}$

241 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{6}{8}$ 3) $\frac{15}{20}$ 5) $\frac{12}{15}$ 7) $\frac{4}{12}$ 9) $\frac{5}{10}$

2) $\frac{6}{9}$ 4) $\frac{2}{4}$ 6) $\frac{12}{8}$ 8) $\frac{3}{12}$ 10) $\frac{6}{18}$

242 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{8}{10}$ 3) $\frac{10}{15}$ 5) $\frac{2}{12}$ 7) $\frac{3}{9}$ 9) $\frac{5}{25}$

2) $\frac{6}{12}$ 4) $\frac{15}{9}$ 6) $\frac{8}{18}$ 8) $\frac{4}{16}$ 10) $\frac{6}{14}$

243 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{7}{14}$ 3) $\frac{15}{6}$ 5) $\frac{35}{45}$ 7) $\frac{24}{18}$ 9) $\frac{9}{63}$

2) $\frac{8}{20}$ 4) $\frac{3}{18}$ 6) $\frac{9}{27}$ 8) $\frac{7}{70}$ 10) $\frac{18}{6}$

244 Laquelle des deux fractions suivantes est la plus grande ?

1) $\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{12}$ 3) $\frac{2}{7}$ et $\frac{2}{12}$ 5) $\frac{8}{9}$ et $\frac{1}{72}$

2) $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{4}$ 6) $\frac{7}{6}$ et $\frac{14}{27}$

245 Laquelle des deux fractions suivantes est la plus grande ?

1) $\frac{3}{12}$ et $\frac{3}{15}$ 3) $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{5}$ 5) $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$

2) $\frac{4}{5}$ et $\frac{9}{2}$ 4) $\frac{3}{17}$ et $\frac{1}{28}$ 6) $\frac{5}{2}$ et $\frac{3}{5}$

246 Encadrer chacune de ces fractions par deux entiers successifs :

1) $\frac{22}{7}$ 3) $\frac{12}{17}$ 5) $\frac{73}{20}$ 7) $\frac{15}{2}$

2) $\frac{30}{4}$ 4) $\frac{5}{2}$ 6) $\frac{43}{3}$ 8) $\frac{26}{5}$

247 Encadrer chacune de ces fractions par deux entiers successifs :

1) $\frac{43}{7}$ 3) $\frac{29}{3}$ 5) $\frac{7}{3}$ 7) $\frac{14}{9}$

2) $\frac{58}{9}$ 4) $\frac{153}{10}$ 6) $\frac{20}{7}$ 8) $\frac{6}{13}$

248 Effectuer les additions suivantes :

1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ 3) $\frac{4}{27}+\frac{10}{27}$ 5) $\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$

2) $\frac{5}{12}+\frac{1}{12}$ 4) $\frac{7}{6}+\frac{4}{6}$ 6) $\frac{2}{15}+\frac{11}{15}$

249 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

1) $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{8}$ 3) $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{6}$ 5) $\frac{5}{12}$ et $\frac{1}{24}$

2) $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$ 4) $\frac{1}{5}$ et $\frac{3}{10}$ 6) $\frac{2}{9}$ et $\frac{7}{15}$

250 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

1) $\frac{1}{5}$ et $\frac{3}{20}$ 3) $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{12}$ 5) $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{8}$

2) $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{30}$ 6) $\frac{1}{6}$ et $\frac{3}{14}$

251 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

1) $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{5}$ 3) $\frac{1}{6}$ et $\frac{3}{10}$ 5) $\frac{1}{10}$ et $\frac{7}{12}$

2) $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{40}$ 4) $\frac{2}{7}$ et $\frac{7}{10}$ 6) $\frac{7}{20}$ et $\frac{7}{30}$

252 Que vaut $a + 1$ si … ?

1) $a = \frac{2}{3}$ 3) $a = \frac{3}{4}$ 5) $a = \frac{7}{6}$

2) $a = \frac{5}{12}$ 4) $a = \frac{1}{2}$ 6) $a = \frac{3}{5}$

253 Que vaut $x + 2$ si … ?

1) $x = \frac{2}{5}$ 3) $x = \frac{1}{3}$ 5) $x = \frac{1}{2}$

2) $x = \frac{4}{7}$ 4) $x = \frac{1}{4}$ 6) $x = \frac{11}{6}$

254 Calculer les produits suivants :

1) $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$ 3) $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}$ 5) $\frac{2}{5}\cdot 2$ 7) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{5}\cdot\frac{7}{2}$ 4) $\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{3}$ 6) $\frac{7}{8}\cdot\frac{1}{2}$ 8) $\frac{4}{5}\cdot 3$

255 Effectuer ces multiplications :

1) $\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}$ 3) $\frac{7}{6}\cdot\frac{5}{3}$ 5) $7\cdot\frac{1}{4}$ 7) $\frac{4}{5}\cdot 3$

2) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ 4) $\frac{3}{4}\cdot\frac{9}{2}$ 6) $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$ 8) $\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{9}$

256 Calculer les produits suivants :

1) $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}$ 3) $\frac{2}{3}\cdot 5$ 5) $\frac{1}{2}\cdot 11$ 7) $\frac{6}{7}\cdot\frac{1}{7}$

2) $\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{7}$ 4) $\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{7}$ 6) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}$ 8) $3\cdot\frac{5}{4}$

257 Calculer l'inverse de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{2}{5}$ 3) $\frac{4}{7}$ 5) 6 7) $\frac{1}{4}$ 9) $\frac{2}{7}$

2) $\frac{3}{4}$ 4) $\frac{1}{7}$ 6) $\frac{6}{13}$ 8) 3 10) $\frac{1}{3}$

258 Calculer :

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 3) $\left(\frac{6}{7}\right)^2$ 5) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ 7) $\left(\frac{3}{10}\right)^3$

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ 4) $\left(\frac{9}{5}\right)^2$ 6) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$ 8) $\left(\frac{2}{7}\right)^2$

259 Calculer les racines carrées suivantes :

1) $\sqrt{\frac{1}{9}}$ 3) $\sqrt{\frac{36}{49}}$ 5) $\sqrt{\frac{81}{49}}$ 7) $\sqrt{\frac{9}{16}}$

2) $\sqrt{\frac{4}{25}}$ 4) $\sqrt{\frac{25}{9}}$ 6) $\sqrt{\frac{16}{49}}$ 8) $\sqrt{\frac{144}{100}}$

260 Calculer :

1) $\frac{2}{3}$ de 15 3) $\frac{4}{5}$ de 10 5) $\frac{3}{4}$ de 16

2) $\frac{1}{4}$ de 28 4) $\frac{3}{10}$ de 150 6) $\frac{5}{6}$ de 24

261 Calculer :

1) $\frac{3}{4}$ de 40 3) $\frac{12}{7}$ de 14 5) $\frac{2}{3}$ de 36

2) $\frac{4}{25}$ de 25 4) $\frac{5}{6}$ de 60 6) $\frac{1}{9}$ de 180

262 Calculer :

1) $\frac{2}{5}$ de 100 3) $\frac{3}{20}$ de 40 5) $\frac{3}{7}$ de 35

2) $\frac{5}{4}$ de 12 4) $\frac{1}{8}$ de 160 6) $\frac{6}{5}$ de 50

263 Déterminer la longueur dont

1) 6 m représentent $\frac{1}{3}$

2) 20 m représentent $\frac{1}{5}$

3) 8 m représentent $\frac{1}{4}$

4) 12 m représentent la moitié

5) 2 m représentent $\frac{1}{7}$

6) 6 m représentent $\frac{1}{6}$

264 Calculer le montant dont

1) 6 fr. représentent les $\frac{2}{3}$
2) 9 fr. représentent les $\frac{3}{5}$
3) 10 fr. représentent les $\frac{5}{8}$
4) 6 fr. représentent les $\frac{2}{7}$
5) 12 fr. représentent les $\frac{3}{4}$
6) 20 fr. représentent les $\frac{2}{9}$

265 Quelle fraction de 60 fr. représentent … ?

1) 20 fr. 2) 10 fr. 3) 15 fr. 4) 1 fr. 5) 45 fr. 6) 7 fr.

266 Quelle fraction de 100 m représentent … ?

1) 25 m 2) 40 m 3) 6 m 4) 15 m 5) 50 m 6) 80 m

267 Quel est
a) l'opposé
b) l'inverse
de chacune des fractions suivantes ?

1) $+\frac{1}{7}$ 3) $+\frac{3}{5}$ 5) -2 7) $+\frac{6}{7}$

2) $-\frac{4}{5}$ 4) $-\frac{2}{3}$ 6) $+3$ 8) $-\frac{5}{6}$

268 Quel est
a) l'opposé
b) l'inverse
de chacune des fractions suivantes ?

1) $-\frac{1}{3}$ 3) $+\frac{5}{6}$ 5) $+6$ 7) $-\frac{2}{9}$

2) $+\frac{5}{3}$ 4) $-\frac{4}{7}$ 6) $+\frac{1}{2}$ 8) $-\frac{3}{4}$

EXERCICES ÉCRITS

269 Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

1) 1500 2) 360 3) 800 4) 88 5) 4920

270 Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

1) 720 2) 1584 3) 4620 4) 1250 5) 1232

271 Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

1) 1225 2) 11 088 3) 1386 4) 891 5) 1250

272 Calculer le ppcm des entiers suivants :

1) 12, 18 et 24
2) 15, 20 et 40
3) 50, 20 et 100
4) 75, 25 et 3

273 Calculer le ppcm des entiers suivants :

1) 72, 36 et 3
2) 12, 15 et 20
3) 55, 22 et 33
4) 2, 3, 4 et 5

274 Calculer le ppcm des entiers suivants :

1) 20, 30 et 40
2) 10, 12 et 24
3) 6, 8 et 24
4) 2, 3, 4 et 6

275 Calculer le ppcm des entiers suivants, puis calculer, à l'aide des facteurs premiers, combien de fois le ppcm contient chacun des entiers donnés.

1) 50, 60 et 100
2) 60 et 64
3) 80 et 84
4) 80, 84 et 90

276 Calculer le ppcm des entiers suivants, puis calculer, à l'aide des facteurs premiers, combien de fois le ppcm contient chacun des entiers donnés.

1) 100, 120, 150 et 200
2) 676 et 260
3) 210 et 252
4) 8, 15 et 24

277 Calculer le ppcm des entiers suivants, puis calculer, à l'aide des facteurs premiers, combien de fois le ppcm contient chacun des entiers donnés.

1) 34, 10 et 17
2) 21, 27 et 30
3) 348 et 522
4) 168, 252 et 336

278 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{42}{5}$ 3) $\frac{63}{25}$ 4) $\frac{25}{6}$ 5) $\frac{4}{7}$ 6) $\frac{1}{3}$ 7) $\frac{8}{13}$ 8) $\frac{12}{11}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

279 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{5}{9}$ 2) $\frac{36}{5}$ 3) $\frac{27}{4}$ 4) $\frac{4}{11}$ 5) $\frac{26}{13}$ 6) $\frac{5}{3}$ 7) $\frac{17}{12}$ 8) $\frac{6}{7}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

280 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{45}{8}$ 3) $\frac{25}{7}$ 4) $\frac{3}{5}$ 5) $\frac{3}{25}$ 6) $\frac{2}{3}$ 7) $\frac{36}{3}$ 8) $\frac{5}{11}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

281 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{35}{21} = \frac{\cdots}{6}$ 2) $\frac{4}{8} = \frac{\cdots}{10}$ 3) $\frac{6}{27} = \frac{\cdots}{72}$ 4) $\frac{\cdots}{35} = \frac{9}{63}$

282 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{\ldots}{20}=\frac{12}{15}$ 2) $\frac{8}{28}=\frac{10}{\ldots}$ 3) $\frac{\ldots}{40}=\frac{9}{15}$ 4) $\frac{27}{36}=\frac{\ldots}{28}$

283 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{24}{36}=\frac{\ldots}{21}$ 2) $\frac{24}{30}=\frac{32}{\ldots}$ 3) $\frac{27}{63}=\frac{\ldots}{77}$ 4) $\frac{18}{\ldots}=\frac{24}{60}$

284 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{60}{42}$ 2) $\frac{84}{90}$ 3) $\frac{30}{28}$ 4) $\frac{140}{126}$ 5) $\frac{77}{91}$ 6) $\frac{13}{26}$

285 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{57}{133}$ 2) $\frac{44}{121}$ 3) $\frac{748}{352}$ 4) $\frac{270}{540}$ 5) $\frac{12}{18}$ 6) $\frac{15}{105}$

286 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{90}{105}$ 2) $\frac{81}{54}$ 3) $\frac{48}{56}$ 4) $\frac{68}{85}$ 5) $\frac{200}{418}$ 6) $\frac{2052}{1710}$

287 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{2^3\cdot 5\cdot 7^3\cdot 11}{2\cdot 5^3\cdot 7\cdot 11}$ 2) $\frac{44\cdot 42\cdot 156}{196\cdot 260\cdot 99}$ 3) $\frac{30\cdot 19\cdot 120\cdot 33}{95\cdot 2\cdot 198}$

288 Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour mettre ces fractions sous forme irréductible :

1) $\frac{1232}{364}$ 3) $\frac{104}{117}$ 5) $\frac{1386}{4620}$ 7) $\frac{924}{1540}$

2) $\frac{231}{315}$ 4) $\frac{68}{85}$ 6) $\frac{231}{308}$ 8) $\frac{135}{308}$

289 1) Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 2) :

$\frac{4}{8}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{10}{8}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{15}{8}$; $\frac{11}{8}$

2) Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

$\frac{8}{4}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{8}{3}$; $\frac{8}{5}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{8}{2}$; $\frac{8}{7}$; $\frac{8}{6}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{8}{11}$

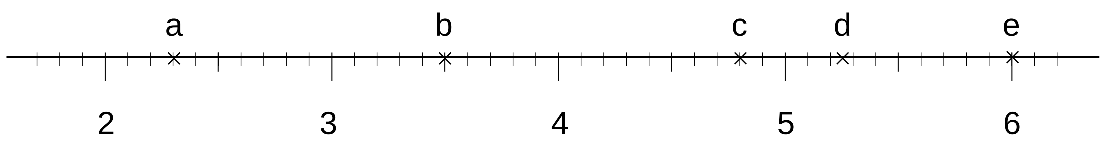
290 Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

$\frac{7}{3}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{7}{4}$; 3,4 ; 2,3 ; 1,6

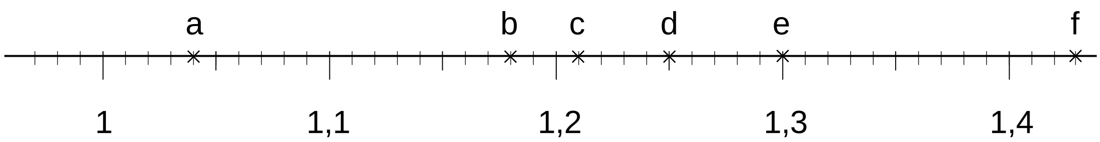
291 Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

2,5 ; $\frac{1}{5}$; $\frac{5}{2}$; 1,25 ; $\frac{3}{3}$; 0,2 ; $\frac{5}{4}$; 1

292 Exprimer les nombres suivants d'abord par leur écriture décimale, puis sous la forme d'une fraction irréductible :



293 Exprimer les nombres suivants d'abord par leur écriture décimale, puis sous la forme d'une fraction irréductible :



294 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

1) $\frac{5}{13}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{19}{13}$; $\frac{13}{13}$ 2) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{19}{28}$ 3) $\frac{11}{9}$; $\frac{7}{6}$; 3 ; $\frac{19}{18}$

295 Classer les nombres suivants par ordre décroissant :

1) $\frac{7}{3}$; $\frac{7}{5}$; 7 ; $\frac{7}{11}$; $\frac{7}{24}$

2) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{12}{5}$

296 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{9}+\frac{1}{12}$

2) $\frac{3}{8}+\frac{9}{14}$

3) $\frac{3}{4}+\frac{1}{15}$

4) $\frac{7}{10}+\frac{5}{12}$

5) $\frac{5}{18}+\frac{11}{30}$

6) $\frac{1}{5}+\frac{5}{12}$

297 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$

2) $\frac{2}{3}+\frac{3}{7}$

3) $\frac{2}{7}+\frac{5}{7}$

4) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$

5) $1+\frac{3}{4}$

6) $\frac{2}{3}+\frac{3}{2}$

298 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{3}{5}+\frac{7}{15}$

2) $\frac{7}{11}+\frac{10}{55}$

3) $\frac{4}{20}+\frac{27}{15}$

4) $\frac{2}{21}+\frac{7}{4}$

5) $\frac{3}{25}+\frac{25}{3}$

6) $\frac{7}{48}+\frac{7}{12}$

299 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{2}+\frac{4}{7}+5$

3) $\frac{17}{36}+\frac{7}{12}+\frac{1}{8}$

4) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{7}{8}$

300 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{5}{8}+\frac{7}{12}+\frac{19}{18}$

2) $\frac{5}{48}+\frac{7}{32}+\frac{11}{16}$

3) $\frac{3}{7}+\frac{2}{9}+\frac{2}{3}$

4) $\frac{7}{5}+\frac{3}{4}+2$

301 Calculer les différences suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{5}-\frac{3}{15}$

2) $7-\frac{5}{6}$

3) $\frac{12}{7}-\frac{19}{21}$

4) $\frac{19}{12}-\frac{7}{9}$

5) $\frac{9}{10}-\frac{8}{45}$

6) $13-\frac{29}{6}$

302 Effectuer les soustractions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{22}{27}-\frac{1}{18}$

2) $\frac{32}{9}-\frac{1}{5}$

3) $\frac{17}{18}-\frac{1}{12}$

4) $\frac{17}{8}-\frac{4}{9}$

5) $\frac{34}{5}-\frac{2}{15}$

6) $\frac{14}{25}-\frac{1}{5}$

303 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{5}+\frac{3}{9}$

2) $\frac{7}{12}+\frac{5}{8}$

3) $\frac{4}{3}+\frac{2}{5}$

4) $\frac{5}{21}-\frac{2}{12}$

5) $\frac{19}{20}-\frac{8}{15}$

6) $\frac{5}{21}-\frac{2}{15}$

304 Tracer un segment **AB** mesurant 12 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{2}{3}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

305 Tracer un segment **AB** mesurant 10 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{3}{4}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

306 Tracer un segment **AB** mesurant 6 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{7}{3}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

307 Tracer un segment **AB** mesurant 7 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{3}{2}$ de **AB**.

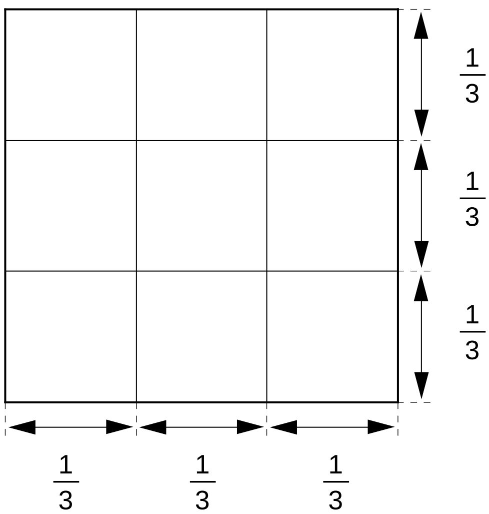
Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

308 Calculer $\frac{3}{5}$ de 20 cm .

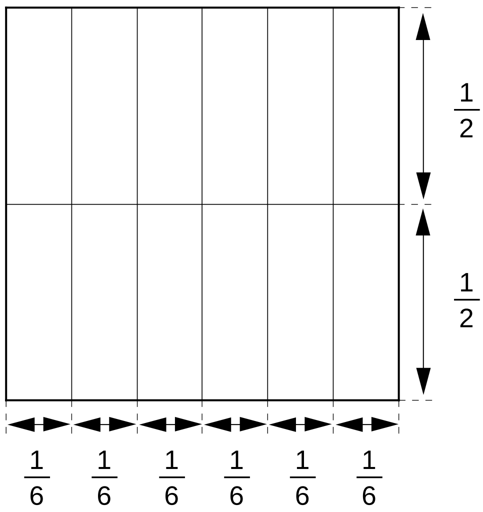
309 Calculer $\frac{4}{3}$ de 24 cm .

310 Calculer $\frac{5}{4}$ de 14 cm .

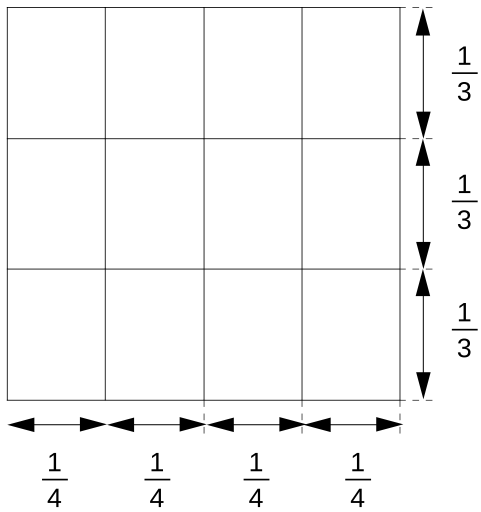
311 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement le tiers et les deux tiers du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



312 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement la moitié et les cinq sixièmes du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



313 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement les trois quarts et les deux tiers du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



314 Copier et compléter ces tableaux :

$\cdot$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{5}{6}$		
$\frac{3}{5}$		

$\cdot$		
$\frac{5}{2}$	1	3
	$\frac{2}{15}$	

$\cdot$		$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	
		$\frac{1}{8}$

315 Copier et compléter ces tableaux :

$\cdot$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{2}{5}$		
$\frac{3}{4}$		

$\cdot$		$\frac{1}{3}$
7	4	
		$\frac{4}{5}$

$\cdot$	$\frac{4}{5}$	
$\frac{2}{3}$		1
	2	

316 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ 3) $\frac{12}{15} \cdot \frac{75}{36}$ 5) $\frac{4}{21} \cdot \frac{28}{5}$

2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}$ 4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{21}$ 6) $\frac{57}{48} \cdot \frac{16}{95}$

317 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{18}{21}$ 3) $\frac{4}{3} \cdot 6$ 5) $\frac{56}{54} \cdot \frac{81}{72}$ 7) $\frac{1}{7} \cdot 0$

2) $\frac{1}{9} \cdot 3$ 4) $\frac{15}{19} \cdot 19$ 6) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$ 8) $\frac{4}{9} \cdot 1$

318 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{35}{18} \cdot \frac{15}{105}$ 3) $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}$ 5) $\frac{3}{7} \cdot 21$ 7) $35 \cdot \frac{4}{56}$

2) $\frac{121}{99} \cdot \frac{36}{77}$ 4) $\frac{60}{49} \cdot \frac{126}{60}$ 6) $\frac{115}{145} \cdot \frac{87}{69}$ 8) $\frac{52}{102} \cdot \frac{34}{65}$

319 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{15}{19} \cdot \frac{119}{51} \cdot \frac{57}{105}$ 4) $\frac{16}{27} \cdot \frac{125}{100} \cdot \frac{45}{2}$

2) $\frac{4}{15} \cdot 6 \cdot \frac{10}{16}$ 5) $100 \cdot \frac{5}{49} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{7}{100}$

3) $\frac{7}{10} \cdot \frac{9}{77} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{25}{28}$ 6) $\frac{35}{18} \cdot \frac{52}{102} \cdot \frac{18}{105} \cdot \frac{34}{65}$

320 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{12}{7} : \frac{3}{4}$ 3) $\frac{14}{15} : 7$ 5) $\frac{9}{13} : \frac{1}{3}$

2) $\frac{14}{36} : \frac{35}{81}$ 4) $7 : \frac{15}{14}$ 6) $\frac{27}{14} : \frac{3}{7}$

321 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{9}{5} : 1$ 3) $\frac{17}{4} : \frac{4}{17}$ 5) $\frac{4}{5} : \frac{2}{5}$

2) $1 : \frac{4}{7}$ 4) $\frac{12}{7} : \frac{12}{7}$ 6) $\frac{121}{56} : \frac{11}{8}$

322 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{33}{8} : \frac{99}{25}$ 3) $\frac{26}{5} : \frac{39}{24}$ 5) $\frac{72}{5} : \frac{90}{105}$

2) $5 : \frac{4}{15}$ 4) $\frac{15}{12} : \frac{25}{27}$ 6) $\frac{3}{5} : \frac{5}{24}$

323 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $7 \cdot \frac{5}{21} + \frac{2}{5}$ 3) $3 \cdot \frac{5}{12} - \frac{5}{7}$

2) $9 \cdot \frac{7}{24} + \frac{1}{4}$

4) $\frac{1}{5} + 12 \cdot \frac{7}{36}$

324 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $2 \cdot \frac{3}{4} + 7 \cdot \frac{2}{3}$

2) $2 \cdot \frac{4}{5} + 3 \cdot \frac{5}{6}$

3) $7 \cdot \frac{2}{14} - \frac{4}{7}$

4) $14 \cdot \frac{5}{21} - 5 \cdot \frac{7}{15}$

325 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

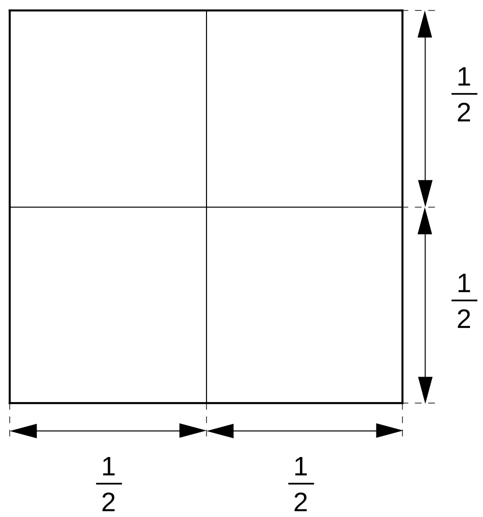
1) $\frac{13}{27} \cdot \frac{18}{5} + \frac{13}{210} \cdot \frac{28}{65}$

2) $\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{14} + \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{7}$

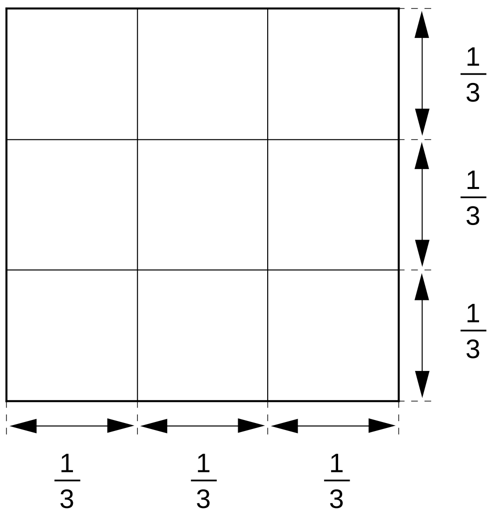
3) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}$

4) $5 \cdot \frac{5}{9} - \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{5}$

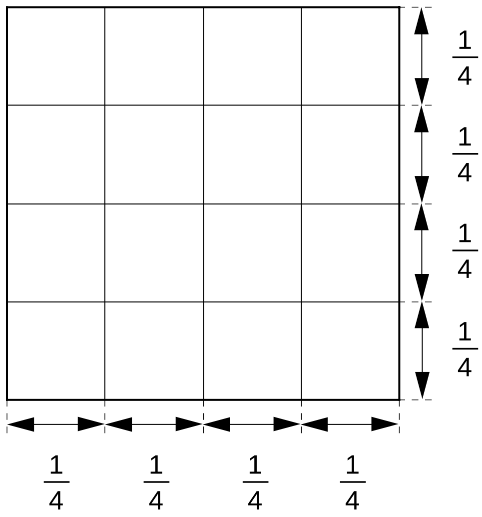
326 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure la moitié du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



327 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure les deux tiers du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



328 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure les trois quarts du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



329 Calculer :

1) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ 3) $\left(\frac{7}{3}\right)^2$ 5) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ 7) $\left(\frac{11}{7}\right)^2$

2) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ 4) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ 6) $\left(\frac{1}{10}\right)^2$ 8) $\left(\frac{7}{9}\right)^2$

330 Calculer :

1) $\left(\frac{10}{4}\right)^2$ 3) $\left(\frac{9}{12}\right)^2$ 5) $\left(\frac{6}{12}\right)^2$ 7) $\left(\frac{12}{6}\right)^2$

2) $\left(\frac{8}{20}\right)^2$ 4) $\left(\frac{15}{9}\right)^2$ 6) $\left(\frac{7}{14}\right)^2$ 8) $\left(\frac{10}{25}\right)^2$

331 Calculer :

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 3) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$ 5) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$ 7) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$

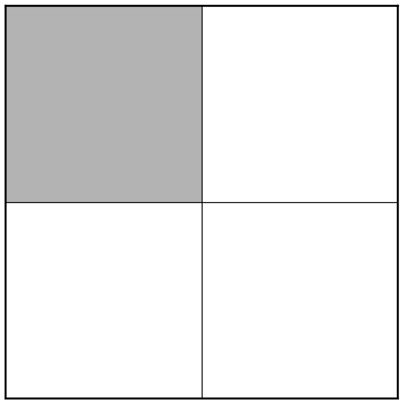
2) $\left(\frac{1}{10}\right)^3$ 4) $\left(\frac{1}{6}\right)^3$ 6) $\left(\frac{10}{3}\right)^3$ 8) $\left(\frac{3}{5}\right)^5$

332 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

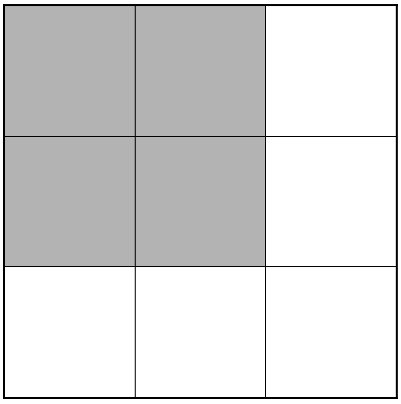
1) $\left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{9}$ 3) $\frac{6}{7} \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^2$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{8}{5}$ 4) $\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$

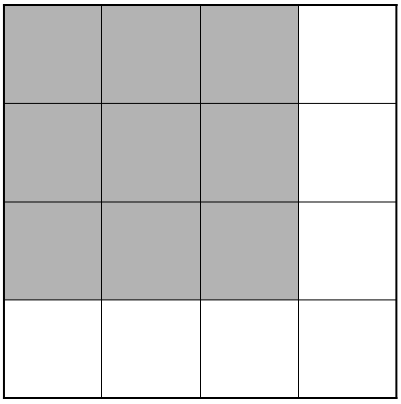
333 L'aire du carré ombré représente le quart de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



334 L'aire du carré ombré représente les quatre neuvièmes de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



335 L'aire du carré ombré représente les neuf seizièmes de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



336 Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible :

1) $\sqrt{\dfrac{4}{9}}$ 2) $\sqrt{\dfrac{25}{64}}$ 3) $\sqrt{\dfrac{50}{8}}$ 4) $\sqrt{\dfrac{18}{32}}$ 5) $\sqrt{\dfrac{12}{27}}$

337 Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible :

1) $\dfrac{\sqrt{16}}{25}$ 2) $\dfrac{16}{\sqrt{25}}$ 3) $\sqrt{\dfrac{16}{25}}$

4) $\dfrac{\sqrt{4}}{16}$ 5) $\dfrac{4}{\sqrt{16}}$ 6) $\sqrt{\dfrac{4}{16}}$

338 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\sqrt{\dfrac{100}{64}}$ 2) $\dfrac{\sqrt{100}}{64}$ 3) $\dfrac{100}{\sqrt{64}}$

4) $\sqrt{\dfrac{81}{9}}$ 5) $\dfrac{\sqrt{81}}{9}$ 6) $\dfrac{81}{\sqrt{9}}$

339 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}}$ 3) $\sqrt[3]{\dfrac{16}{54}}$ 5) $\sqrt[3]{\dfrac{40}{135}}$

2) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{64}}$ 4) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{24}}$ 6) $\sqrt[3]{\dfrac{7}{56}}$

340 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^3 \cdot \dfrac{2}{15}$ 3) $\dfrac{18}{49} \cdot \left(\dfrac{7}{3}\right)^3$

2) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \cdot \dfrac{12}{5}$ 4) $\left(\dfrac{6}{5}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{5}{9}\right)^3$

341 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{3}$ 3) $\dfrac{4}{7} : \dfrac{21}{6}$ 5) $\left(\dfrac{4}{3}\right)^3$

2) $\dfrac{12}{35} \cdot \dfrac{21}{42}$ 4) $\dfrac{6}{12} + \dfrac{3}{9}$ 6) $\sqrt{\dfrac{16}{25}}$

342 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{24}{56} \cdot \dfrac{63}{81}$ 3) $\dfrac{4}{6} - \dfrac{1}{3}$ 5) $\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{5} + \dfrac{2}{5}$

2) $\dfrac{2}{5} : \dfrac{7}{40}$ 4) $\dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{3}\right)$ 6) $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{5}{7}$

343 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{1}{3}+\frac{5}{6}$ 3) $\frac{42}{55} : \frac{77}{75}$ 5) $\frac{5}{12}-\frac{1}{4}$

2) $\frac{30}{77} \cdot \frac{33}{40}$ 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{5}$ 6) $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{12}$

344 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$ 3) $\frac{5}{9} : \frac{6}{7}$ 5) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

2) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right) : \frac{7}{9}$ 4) $\sqrt{\frac{36}{25}}$ 6) $\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2$

345 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{7}-\frac{3}{14}$ 3) $\frac{1}{2} : \frac{3}{7}$ 5) $\frac{5}{15}+\frac{14}{21}$

2) $\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{27}$ 4) $\frac{2}{3} : 7$ 6) $\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{10}{3}$

346 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)$ 3) $\left[\frac{2}{5} : 3\right] : \left[\frac{2}{5}+3\right]$ 5) $\left(\frac{5}{7}+\frac{2}{3}\right) : \frac{3}{7}$

2) $\left[\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}\right] : \left[\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\right]$ 4) $\frac{5}{7}+\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7}$ 6) $\frac{90}{49} : \frac{50}{231}$

347 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}$ 3) $\frac{12}{15} : \frac{25}{9}$ 5) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}+\frac{4}{9}$

2) $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}$ 4) $\frac{4}{9}-\frac{1}{6}$ 6) $\left(\frac{2}{3}+3\right) \cdot \frac{5}{6}$

348 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{7} \cdot \frac{8}{7}$ 3) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{5}{6}$ 5) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{27}{25}$

2) $3 : \frac{4}{5}$ 4) $\sqrt{\frac{64}{25}}$ 6) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 + \frac{3}{7}$

349 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{3}}$ 3) $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7}\right)$ 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$

2) $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} : 3$ 4) $\frac{2}{5} \cdot \left(2 + \frac{3}{4}\right)$ 6) $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} + \frac{7}{10}$

350 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{1}{3}$ et $y = \frac{3}{5}$:

1) $2xy$ 2) $x - 2y$ 3) $6x^2 - 2x + 4$ 4) $x^2y + xy^2$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

351 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{1}{2}$ et $y = \frac{2}{3}$:

1) $3xy$ 2) $4x + 3y$ 3) $5x^2 - y$ 4) $9y^3 + 1$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

352 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{5}{6}$ et $y = \frac{3}{10}$:

1) $8xy$ 2) $2xy + 2$ 3) $3x + 15y$ 4) $25y^2 - 3x$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

353 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{4 + \frac{1}{3}}{4 - \frac{1}{3}}$ 3) $\dfrac{\frac{1}{6} \cdot \left(4 + \frac{2}{3}\right)}{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}}$

2) $\dfrac{\frac{4}{7}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}+\frac{1}{5}}$

4) $\dfrac{\frac{1}{3}\cdot\left(4+\frac{3}{8}\right)}{\frac{5}{2}-\frac{1}{10}}$

354 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}}$

3) $\dfrac{\frac{4}{7}+\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}+\frac{2}{7}}$

2) $\dfrac{\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}+\frac{3}{4}}$

4) $\dfrac{\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{3}{4}}{1-\frac{2}{5}}$

355 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{3\cdot\frac{2}{5}+\frac{8}{15}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$

3) $\dfrac{4\cdot\left(2+\frac{1}{3}\right)}{\frac{4}{5}+2}$

2) $\dfrac{\frac{2}{7}+\frac{4}{3}}{\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{7}}$

4) $\dfrac{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{7}}{\frac{6}{7}-\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{14}}$

356 Calculer la valeur de $\dfrac{1+2ab}{c}$ si

1) $a=\dfrac{1}{2}$ $b=\dfrac{2}{5}$ $c=\dfrac{1}{3}$

3) $a=\dfrac{2}{3}$ $b=\dfrac{6}{5}$ $c=\dfrac{1}{20}$

2) $a=\dfrac{3}{5}$ $b=\dfrac{3}{2}$ $c=\dfrac{7}{15}$

4) $a=\dfrac{1}{4}$ $b=\dfrac{1}{3}$ $c=\dfrac{1}{2}$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

357 Calculer la valeur de $\dfrac{x+y}{xy}$ si

1) $x = \frac{1}{2}$ et $y = \frac{1}{4}$

2) $x = \frac{3}{5}$ et $y = \frac{2}{5}$

3) $x = \frac{1}{6}$ et $y = \frac{2}{9}$

4) $x = \frac{2}{5}$ et $y = 2$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

358 Calculer la valeur de $\frac{x + 2y}{x - 2y}$ si

1) $x = \frac{4}{5}$ et $y = \frac{1}{15}$

2) $x = \frac{7}{9}$ et $y = \frac{1}{6}$

3) $x = \frac{7}{3}$ et $y = \frac{1}{2}$

4) $x = \frac{2}{9}$ et $y = \frac{1}{24}$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

359 Pierre avait 56 fr. Il a dépensé les $\frac{3}{7}$ de cette somme. Combien d'argent lui reste-t-il ?

360 Une maison occupe les $\frac{3}{20}$ d'un terrain de 600 m^2. Combien de m^2 de ce terrain la maison occupe-t-elle ?

361 On a vendu les $\frac{2}{5}$ d'une pièce de tissu qui mesurait 45 m. Quelle longueur de tissu reste-t-il ?

362 Une somme de 420 fr. est partagée entre trois personnes.

La première reçoit $\frac{2}{5}$ de la somme.

La deuxième reçoit $\frac{1}{3}$ de la somme.

La troisième reçoit le reste. Combien chaque personne reçoit-elle ?

363 On a aménagé un terrain de 960 m^2. La maison occupe les $\frac{3}{32}$ du terrain, la cour $\frac{1}{8}$ du terrain et le jardin occupe le reste. Quelle est l'aire du jardin ?

364 Sandra gagne 3900 fr. par mois. Elle consacre $\frac{3}{20}$ de cette somme à son loyer, et $\frac{1}{13}$ aux impôts. Elle dépense 2000 fr. par mois pour vivre.

Combien peut-elle économiser chaque mois ?

365 Quelle est la somme dont … ?

1) 6 fr. représentent $\frac{1}{8}$
2) 87 fr. représentent $\frac{1}{4}$
3) 105 fr. représentent $\frac{3}{5}$
4) 300 fr. représentent $\frac{2}{7}$
5) 1800 fr. représentent $\frac{4}{5}$
6) 500 fr. représentent $\frac{2}{9}$

366 Quelle est l'aire d'un rectangle dont … ?

1) les $\frac{3}{5}$ mesurent 150 m^2
2) les $\frac{3}{7}$ mesurent 2100 cm^2
3) les $\frac{2}{3}$ mesurent 44 m^2
4) les $\frac{6}{7}$ mesurent 450 m^2
5) les $\frac{4}{5}$ mesurent 280 cm^2
6) les $\frac{3}{4}$ mesurent 72 m^2

367 Quelle est la longueur dont … ?

1) 36 m représentent $\frac{1}{6}$
2) 480 m représentent $\frac{3}{4}$
3) 112 cm représentent $\frac{2}{7}$
4) 108 km représentent $\frac{4}{9}$
5) 140 km représentent $\frac{2}{5}$
6) 600 m représentent $\frac{3}{10}$

368 En achetant un livre qui coûtait 28 fr., j'ai dépensé les $\frac{4}{5}$ de ce que j'avais.

Quelle somme avais-je ?

369 On partage une certaine somme entre trois personnes.

La première reçoit $\frac{2}{5}$ de la somme, soit 2160 fr.

La deuxième reçoit $\frac{1}{3}$ de la somme, et la dernière reçoit le reste.

Quelle est la somme partagée, et quelles sont les parts des deux dernières personnes ?

370 Après 28 km de voyage, j'ai calculé que j'avais déjà parcouru les $\frac{2}{7}$ de mon trajet.

Quelle est la longueur du trajet ?

371 Les $\frac{4}{21}$ d'un terrain mesurent 24 m^2. Quelle est l'aire du terrain ?

372 On a vendu $\frac{1}{7}$ d'une pièce de tissu de 28 m. Plus tard, on a encore vendu le tiers de ce qui restait. Quelle longueur de tissu a-t-on vendue en tout ?

373 Un cultivateur avait un stock de blé de 19 800 kg. Il en a vendu d'abord le cinquième, puis le quart du reste, puis le tiers du nouveau reste, enfin la moitié de ce qui restait encore. Combien de kg de blé a-t-il vendus chaque fois ?

374 Calculer :

1) la moitié du tiers de 48 fr.
2) $\frac{2}{5}$ du quart de 60 m
3) le tiers des $\frac{3}{4}$ de 28 fr.
4) $\frac{2}{5}$ des $\frac{5}{6}$ de 63 fr.
5) $\frac{3}{2}$ des $\frac{7}{8}$ de 320 m
6) $\frac{4}{3}$ du tiers de 72 fr.

375 Calculer :

1) le tiers du quart de la moitié de 96 fr.
2) les deux cinquièmes des trois quarts de 90 fr.
3) les trois septièmes des quatre cinquièmes de 700 fr.
4) les deux cinquièmes du tiers de 60 m
5) le septième des sept quinzièmes de 60 fr.
6) les dix tiers des trois quarts de 26 m

376 Calculer :

1) $\frac{4}{7}$ des $\frac{5}{8}$ de 490 fr.
2) $\frac{3}{5}$ des $\frac{2}{3}$ de 25 fr.
3) $\frac{2}{5}$ du huitième de 200 m
4) $\frac{5}{3}$ des $\frac{3}{2}$ de 8 fr.
5) $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{5}$ de 75 m
6) la moitié des $\frac{4}{5}$ de 160 kg

377 Olivier a les $\frac{7}{16}$ des $\frac{2}{3}$ de l'âge de sa mère. La mère d'Olivier a 48 ans; quel est l'âge d'Olivier ?

378 Pierre dit à sa soeur pour l'impressionner: "Ce livre a coûté très cher. Je l'ai payé $\frac{5}{12}$ des $\frac{6}{5}$ de 20 fr."
Quel est le prix du livre ?

379 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $(-3)+\left(-\frac{1}{5}\right)$
2) $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$
3) $\left(-\frac{4}{7}\right)-(-1)$
4) $\left(-\frac{3}{8}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$
5) $(+1)-\left(+\frac{1}{2}\right)$
6) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{4}{9}\right)$

380 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $(-5)+\left(+\frac{7}{6}\right)$
2) $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{6}{9}\right)$
3) $\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(-\frac{19}{12}\right)$
4) $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{16}\right)$
5) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{15}\right)$
6) $\left(-\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$

381 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{7}{2}\right)$ 3) $\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)$ 5) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)$

2) $\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(+\frac{2}{7}\right)$ 4) $\left(-\frac{32}{27}\right)-\left(-\frac{5}{36}\right)$ 6) $\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(+\frac{7}{4}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)$

382 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

$\frac{1}{3}$; $-\frac{3}{14}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{7}$; $-\frac{2}{7}$; $\frac{5}{42}$

383 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

1) $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{5}$; $-\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}$; $-1{,}5$

2) $-\frac{4}{21}$; $\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{3}$; $\frac{5}{42}$; $-\frac{1}{7}$; $\frac{2}{7}$

384 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(-\frac{11}{24}\right)\cdot\left(+\frac{16}{55}\right)$ 3) $\left(-\frac{14}{3}\right)\cdot\left(-\frac{9}{2}\right)$ 5) $(+3)\cdot\left(-\frac{4}{39}\right)$

2) $\left(+\frac{21}{49}\right)\cdot\left(-\frac{32}{40}\right)$ 4) $\left(+\frac{4}{7}\right)\cdot(-14)$ 6) $\left(-\frac{10}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{10}\right)$

385 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(+\frac{3}{2}\right)\cdot\left(+\frac{1}{5}\right)$ 3) $\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$ 5) $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right)$

2) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(+\frac{2}{7}\right)$ 4) $\left(+\frac{10}{7}\right)\cdot\left(-\frac{14}{5}\right)$ 6) $\left(-\frac{5}{7}\right)\cdot\left(+\frac{14}{25}\right)$

386 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(+\frac{5}{8}\right)$ 3) $\left(+\frac{49}{15}\right)\cdot\left(+\frac{25}{14}\right)$ 5) $\left(+\frac{4}{15}\right)\cdot\left(-\frac{20}{7}\right)$

2) $\left(-\frac{12}{15}\right)\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)$ 4) $\left(+\frac{26}{25}\right)\cdot\left(+\frac{10}{39}\right)$ 6) $\left(-\frac{32}{27}\right)\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)$

387 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} - \frac{4}{5} \cdot \frac{35}{14}$

3) $\left(+\frac{12}{35}\right) \cdot \left(+\frac{25}{36}\right) - \left(-\frac{22}{49}\right) \cdot \left(+\frac{21}{36}\right)$

2) $\left(-\frac{4}{7}\right) \cdot \left(+\frac{21}{2}\right) + \left(-\frac{13}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{39}\right)$

4) $\left(-\frac{18}{121}\right) \cdot \left(-\frac{77}{45}\right) + \left(+\frac{135}{14}\right) \cdot \left(-\frac{8}{27}\right)$

388 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5}\right]$

2) $-3 + \frac{2}{3} \cdot \left[-\frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{5}{6} - 1\right]$

3) $-3^2 - \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \frac{49}{8} - 2 \cdot \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)\right]$

389 Calculer la valeur de ab + bc si

1) $a = -1 \quad b = \frac{1}{2} \quad c = \frac{4}{5}$

3) $a = -\frac{3}{4} \quad b = -\frac{6}{7} \quad c = -\frac{1}{2}$

2) $a = -\frac{1}{3} \quad b = -3 \quad c = \frac{1}{6}$

4) $a = -\frac{2}{3} \quad b = -\frac{5}{2} \quad c = -\frac{3}{5}$

390 Calculer la valeur de a – bc si

1) $a = -\frac{1}{3} \quad b = -\frac{11}{5} \quad c = -\frac{4}{33}$

3) $a = -1 \quad b = -\frac{7}{2} \quad c = 8$

2) $a = \frac{3}{4} \quad b = 0 \quad c = \frac{4}{15}$

4) $a = -\frac{5}{3} \quad b = \frac{4}{7} \quad c = -\frac{14}{3}$

391 Calculer la valeur de a^3bc^2 si

1) $a = \frac{4}{5}$ $b = -5$ $c = -\frac{1}{2}$

2) $a = -\frac{1}{3}$ $b = -\frac{1}{4}$ $c = -\frac{3}{2}$

3) $a = -\frac{3}{4}$ $b = 0$ $c = -11$

4) $a = 2$ $b = -\frac{5}{2}$ $c = -\frac{3}{5}$

392 Calculer la valeur de $\frac{x+5y}{x}$ si

1) $x = \frac{2}{3}$ $y = -4$ 2) $x = -4$ $y = -\frac{8}{5}$ 3) $x = -\frac{1}{2}$ $y = \frac{7}{10}$

393 Calculer la valeur de $2a \cdot (1 - b^2)$ si

1) $a = \frac{3}{5}$ $b = \frac{7}{2}$

2) $a = -\frac{5}{7}$ $b = +\frac{2}{5}$

394 Calculer la valeur de $\frac{xy+3x-1}{x+y}$ si

1) $x = -\frac{4}{3}$ $y = \frac{1}{2}$ 2) $x = -\frac{1}{2}$ $y = -\frac{1}{2}$ 3) $x = \frac{5}{6}$ $y = -\frac{3}{20}$

395 Calculer la valeur de $\frac{4xy-3xz+2}{x-y-xz}$ si

1) $x = -\frac{1}{3}$ $y = -\frac{1}{2}$ $z = -\frac{2}{3}$

2) $x = \frac{1}{5}$ $y = -\frac{1}{4}$ $z = \frac{5}{3}$

396 Calculer la valeur de $\frac{3x^2-5xy+y^2}{x-y}$ si

1) $x = -2$ $y = \frac{1}{4}$ 2) $x = -\frac{3}{2}$ $y = -\frac{1}{5}$ 3) $x = \frac{1}{3}$ $y = -\frac{3}{5}$

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

397 Les Grecs de l’Antiquité appelaient "nombre parfait" un entier positif qui est égal à la somme de ses diviseurs propres (c'est-à-dire de ses diviseurs autres que lui-même).

Par exemple, 6 est un nombre parfait, car l'ensemble de ses diviseurs propres est {1 ; 2 ; 3} et 1 + 2 + 3 = 6.

Vérifier que 28 et 496 sont des nombres parfaits.

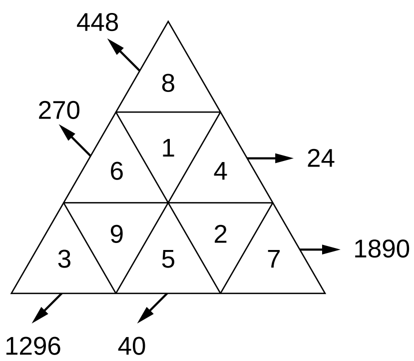
Remarque : On connaît encore d’autres nombres parfaits, par exemple 8128 et 33 550 336. Mais il faut beaucoup de patience (ou un ordinateur) pour le vérifier !

398 Les Grecs de l’Antiquité appelaient deux entiers positifs des "nombres amiables" si chacun est égal à la somme des diviseurs propres de l'autre.

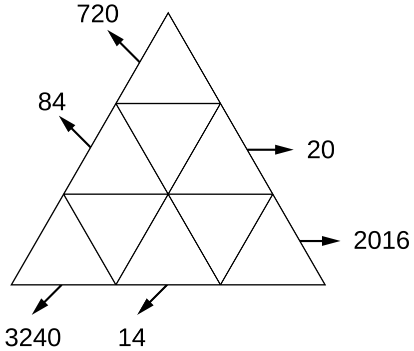
Vérifier que 220 et 284 sont amiables, ainsi que 1184 et 1210.

Remarque : On connaît encore d’autres paires de nombres amiables, par exemple 17 296 et 18 416, ainsi que 9 363 584 et 9 437 056.

399 Voici un "triangle des 9 facteurs" :



Chaque chiffre de 1 à 9 est inscrit une et une seule fois dans un triangle. On multiplie ensuite les chiffres alignés.



Dans ce nouveau triangle, les chiffres inscrits dans les cases ont été effacés. Peut-on les retrouver ?
Indication : Chercher d'abord la place des chiffres 5 et 7.

400 Peut-on trouver un nombre de neuf chiffres, qui s'écrive au moyen des neuf chiffres autres que 0, et tel que

– le nombre formé par le chiffre de gauche soit divisible par 1

– le nombre formé par les deux premiers chiffres de gauche soit divisible par 2

– le nombre formé par les trois premiers chiffres de gauche soit divisible par 3

– le nombre formé par les quatre premiers chiffres de gauche soit divisible par 4
etc. ...

– le nombre de 9 chiffres soit divisible par 9.

401 Quel est le plus petit nombre qui, divisé par 10 donne 9 comme reste, divisé par 9 donne 8 comme reste, divisé par 8 donne 7 comme reste ... etc. et divisé par 2 donne 1 comme reste ?

402 À chaque lettre, on fait correspondre un nombre :

A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, ...

Dans ce mot croisé, on a remplacé les définitions par le produit des nombres ainsi obtenus.

Exemple : On remplacerait "MER" par $13 \cdot 5 \cdot 18 = 1170$ **.**

Horizontalement:

a) 855
b) 2394
c) 5 ** 9 ** 13
d) 399 ** 60
e) 19 ** 19

Verticalement:

a) 665
b) 3 ** 399
c) 486
d) 95 ** 12
e) 19 ** 1235

	a	b	c	d	e
a					
b					■
c		■		■	
d			■		
e	■		■		

403 La fraction $\dfrac{7269}{14538}$ a les propriétés suivantes :

a) le numérateur est un nombre de 4 chiffres;
b) le dénominateur est un nombre de 5 chiffres;
c) chacun des chiffres de 1 à 9 est utilisé exactement une fois;
d) $\dfrac{7269}{14538} = \dfrac{1}{2}$.

Trouver d'autres fractions qui ont les mêmes propriétés.

404 Une fraction dont le numérateur est égal à 1 s'appelle une "fraction unitaire" (comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$ …). Dans l'Antiquité, les Egyptiens calculaient avec des fractions. Mais ils n'utilisaient que des fractions dont le numérateur est égal à 1 (à l'exception, toutefois, de $\frac{2}{3}$). Toute autre fraction devait être décomposée en une somme de fractions de numérateur 1 et de dénominateurs différents.
Les scribes disposaient de tabelles pour faire ces transformations.

Exemple : $\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$, c'est le double de $\frac{1}{9}$, car $\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{3+1}{18}=\frac{4}{18}=\frac{2}{9}$.

Calculer :

1) $\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$, c'est le double de … .

2) $\frac{1}{54}+\frac{1}{162}$, c'est le double de … .

3) $\frac{1}{12}+\frac{1}{51}+\frac{1}{68}$, c'est le double de … .

4) $\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}$, c'est le double de … .

Remarque : Cette décomposition en fractions unitaires devait respecter certaines règles, notamment :
– on choisissait des sommes avec le moins de termes possible;
– le dénominateur ne devait pas être plus grand que 1000;
– on ne pouvait pas avoir deux fois le même dénominateur;
– les dénominateurs pairs étaient préférés aux dénominateurs impairs.

(d'après le papyrus de Rhind)

405 (**Rappel** : voir l'exercice 404). Dans l'Antiquité, les Egyptiens ne calculaient qu'avec des "fractions unitaires" (de numérateur égal à 1), à l'exception de $\frac{2}{3}$.

Pour effectuer leurs calculs, ils devaient souvent remplacer une fraction unitaire par une somme de fractions unitaires, ou, au contraire, remplacer une somme de fractions unitaires par une seule fraction de numérateur égal à 1.

Compléter :

1) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{\dots}$

2) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{\dots}$

3) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{\ldots}$

4) $\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}=\frac{1}{\ldots}$

5) $\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=\frac{1}{\ldots}$

6) $\frac{1}{8}+\frac{1}{56}=\frac{1}{\ldots}$

7) $\frac{1}{13}+\frac{1}{26}+\frac{1}{104}=\frac{1}{\ldots}$

8) $\frac{1}{14}+\frac{1}{28}+\frac{1}{56}=\frac{1}{\ldots}$

406 (**Rappel** : voir l’exercice 404). Dans l'Antiquité, les Egyptiens n’utilisaient que des "fractions unitaires" (de numérateur égal à 1), à l'exception de $\frac{2}{3}$.

Toute autre fraction devait être décomposée en une somme de fractions unitaires de dénominateurs différents.

Le papyrus de Rhind explique comment calculer les $\frac{2}{3}$ d'une fraction (unitaire) :

"Calculer $\frac{2}{3}$ d'une fraction impaire. Si on te dit : "Quels sont les $\frac{2}{3}$ de ... ?". Tu fais 2 fois son dénominateur et 6 fois son dénominateur; $\frac{2}{3}$ de la fraction, c'est cela.

Cette règle s'applique tout aussi bien pour chaque fraction qui peut se présenter."

Traduit dans notre notation on a, par exemple :

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{5} = \frac{1}{\boxed{2} \cdot 5} + \frac{1}{\boxed{6} \cdot 5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$$

Remarque: la "règle des $\frac{2}{3}$ " est aussi utilisable pour chercher les $\frac{2}{3}$ d'une fraction unitaire dont le dénominateur est pair. Mais les Egyptiens disposaient alors d'une règle simplifiée.

Calculer, en appliquant cette règle :

1) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{7}$

2) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{15}+\frac{1}{75}$

3) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$

407 Pour lire le message caché dans ce tableau, il faut:

– Effectuer le calcul situé dans la case "DEBUT" et inscrire la lettre qui s'y trouve.
– Chercher la case dont la première fraction est celle du résultat trouvé.
– Inscrire la lettre qui s'y trouve et effectuer le calcul.
– Chercher la case dont la première fraction est celle du résultat trouvé.

Et ainsi de suite.

DÉBUT Q $\frac{1}{2} - \frac{1}{14} =$	**FIN** S $\frac{2}{5} - \frac{9}{35} =$	A $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} =$	T $\frac{5}{9} \cdot \frac{27}{10} =$	O $\frac{1}{6} \cdot \frac{24}{7} =$
R $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{14} =$	U $\frac{4}{7} - \frac{25}{56} =$	O $\frac{1}{12} + \frac{19}{24} =$	C $\frac{1}{8} \cdot 6 =$	U $\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{5} =$
N $\frac{2}{3} - \frac{5}{15} =$	A $\frac{4}{5} \cdot \frac{25}{36} =$	U $\frac{3}{7} - \frac{8}{35} =$	E $\frac{3}{2} - \frac{19}{18} =$	M $\frac{3}{5} - \frac{11}{60} =$
D $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$	E $\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{5} =$	T $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} =$	V $\frac{3}{10} + \frac{1}{30} =$	S $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{16} =$
N $\frac{7}{8} - \frac{7}{40} =$	I $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} =$	R $\frac{5}{8} + \frac{7}{40} =$	E $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} =$	B $\frac{7}{10} \cdot \frac{20}{63} =$

408 Calculer la valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1) $\frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{2}$ 3) $-\frac{7}{12} \cdot x = -\frac{1}{8}$ 5) $(-1) \cdot x = \frac{13}{9}$

2) $\frac{4}{9} \cdot x = -3$ 4) $9 \cdot x = -\frac{1}{4}$ 6) $\frac{6}{25} \cdot x = -\frac{18}{5}$

409 Calculer la valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1) $-\frac{5}{7} : x = -\frac{1}{3}$ 3) $-\frac{13}{8} : x = \frac{1}{2}$ 5) $x : \frac{2}{15} = -2$

2) $\frac{14}{15} : x = -1$ 4) $x : \left(-\frac{16}{9}\right) = \frac{3}{4}$ 6) $x : (-5) = \frac{1}{3}$

410 Calculer la valeur (ou les valeurs) de x pour laquelle l'égalité est vraie.
Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1) $x^2 = \frac{4}{9}$ 3) $-\frac{4}{5} \cdot x = \frac{3}{5}$ 5) $x^2 = \frac{4}{25}$

2) $x^2 = \frac{1}{4}$ 4) $\sqrt{x} = \frac{2}{5}$ 6) $x^2 = \frac{1}{9}$

411 Simplifier chacune des fractions suivantes (a désigne un entier différent de 0) :

1) $\frac{2a}{4}$ 2) $\frac{3}{6a}$ 3) $\frac{a^2}{3a}$ 4) $\frac{2a^2}{a}$ 5) $\frac{3a}{6a^2}$ 6) $\frac{2a}{2a}$

412 Simplifier chacune des fractions suivantes (a et b désignent des entiers différents de 0) :

1) $\frac{2a}{4b}$ 2) $\frac{3a}{5ab}$ 3) $\frac{6ab}{3b}$ 4) $\frac{10a^2}{12ab}$ 5) $\frac{7ab}{21a^2}$ 6) $\frac{3a}{9ab}$