



**LES NOMBRES
DÉCIMAUX
POSITIFS**

1. LES NOMBRES DÉCIMAUX POSITIFS

Dans ce chapitre, nous utiliserons des nombres décimaux positifs.

Rappelons de quoi il s'agit. Une fraction représente un nombre. On obtient l'écriture décimale (c'est-à-dire, en base 10) de ce nombre en divisant le numérateur de la fraction par son dénominateur.

Selon la fraction, la division finit par s'arrêter, ou bien ne s'arrête jamais.

Comparons par exemple ce qui se passe quand on écrit en base 10 le nombre représenté par la fraction $\frac{1}{40}$, et celui représenté par la fraction $\frac{1}{41}$. On trouve

$$\frac{1}{40} = 0,025 \quad \text{et} \quad \frac{1}{41} = 0,024390243902439\dots$$

Dans le cas de $\frac{1}{41}$ la division ne s'arrête jamais. On dit: $\frac{1}{41}$ représente un nombre dont l'écriture en base 10 est **illimitée** (on doit l'écrire avec une infinité de chiffres après la virgule).

Et on dit: $\frac{1}{40}$ représente un nombre qui a une écriture **finie** en base 10 (on peut l'écrire sans utiliser une infinité de chiffres après la virgule).

Le nombre représenté par $\frac{1}{40}$ est un **nombre décimal**; celui que représente $\frac{1}{41}$ n'est pas un nombre décimal.

Un **nombre décimal** est un nombre qui a une écriture finie en base 10.

Exemples Voici quatre nombres décimaux:

$$\frac{7}{10} = 0,7 \quad \frac{40}{5} = 8 \quad \frac{30}{8} = 3,75 \quad \frac{17}{25} = 0,68$$

Mais les quatre nombres suivants ne sont pas des nombres décimaux:

$$\frac{1}{3} = 0,333333\dots \quad \frac{108}{99} = 1,090909\dots \quad \frac{1}{37} = 0,027027\dots \quad \frac{4}{11} = 0,363636\dots$$

Remarque Les entiers positifs, et 0, sont des nombres décimaux.

Comme dans le manuel de 7e, nous utiliserons les notations:

$\mathbb{N} = \{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \dots \}$ (\mathbb{N} est appelé l'ensemble des entiers naturels, ou encore l'ensemble des nombres naturels.)

$\mathbb{N}^* = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; \dots \}$ (\mathbb{N}^* est appelé l'ensemble des entiers positifs, ou encore l'ensemble des nombres naturels positifs.)

2. OPÉRATIONS AVEC LES NOMBRES DÉCIMAUX POSITIFS

2.1 RAPPEL DE 7e: LES QUATRE OPÉRATIONS

Ces opérations se nomment l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.

Voici un rappel de vocabulaire, et de quelques propriétés de ces opérations.

Dans ce qui suit, les lettres a , b , c désignent des nombres décimaux positifs.

L'addition

L'addition est:

- commutative : $a + b = b + a$
- associative : $(a + b) + c = a + (b + c)$

La multiplication

La multiplication est:

- commutative : $a \cdot b = b \cdot a$
- associative : $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

La soustraction

La soustraction n'est ni commutative, ni associative.

La division

La division n'est ni commutative, ni associative.

2.2 LA DISTRIBUTIVITÉ

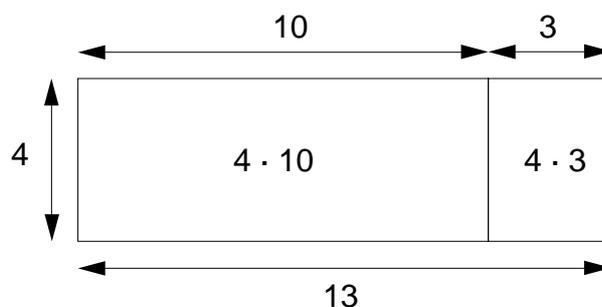
La distributivité est une propriété qui lie l'addition et la multiplication.

Voici un exemple. On a $4 \cdot 13 = 52$. Faisons ce calcul autrement: on peut aussi écrire

$$\begin{aligned} 4 \cdot 13 &= 4 \cdot (3 + 10) \\ &= (3 + 10) + (3 + 10) + (3 + 10) + (3 + 10) \\ &= (3 + 3 + 3 + 3) + (10 + 10 + 10 + 10) \\ &= 4 \cdot 3 + 4 \cdot 10 \\ &= 12 + 40 = 52 \end{aligned}$$

On a donc : $4 \cdot (3 + 10) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 10$

On peut donner une illustration géométrique de cet exemple, en calculant de deux manières l'aire de ce rectangle:

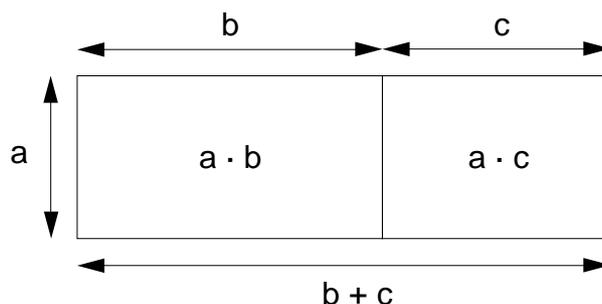


D'une part, un calcul direct montre que cette aire est égale à $4 \cdot 13 = 52$ unités d'aire. D'autre part, en faisant la somme des aires des deux petits rectangles, on trouve $4 \cdot 3 + 4 \cdot 10$.

La propriété de distributivité est exprimée par la règle suivante:

$$\begin{aligned} a \cdot (b + c) &= a \cdot b + a \cdot c \\ a \cdot (b - c) &= a \cdot b - a \cdot c \end{aligned}$$

Là aussi, on peut donner une illustration géométrique, si $a > 0$, $b > 0$ et $c > 0$:



2.3 L'EXPONENTIATION

Il arrive souvent qu'on multiplie un entier plusieurs fois par lui-même.

Par exemple, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ est le produit de 6 facteurs égaux à 2.

La notation "puissance" permet d'écrire plus brièvement ce produit: on note

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$$

qui se lit:

" 2 à la puissance 6 "

ou, plus simplement,

" 2 puissance 6 " .

D'une manière générale, pour $a > 0$ et n entier, $n > 0$, on note:

$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$ <p>n facteurs</p>
--

On appelle a^n la " puissance n -ème de a ". Ce symbole se lit: " a puissance n ". Dans le symbole a^n , l'entier n s'appelle l'**exposant**.

Remarques

1) Par définition, on écrit: $a^0 = 1$ si $a > 0$.

2) $a^1 = a$: on n'écrit pas l'exposant 1.

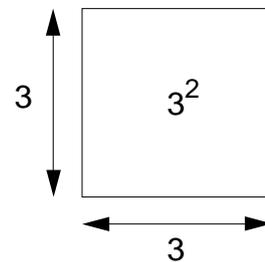
3) La puissance 2ème d'un nombre s'appelle le **carré** de ce nombre.

Par exemple, $3^2 = 9$ se lit:

" 3 au carré est égal à 9 ",

ou bien

" 3 à la puissance 2 est égal à 9 " .



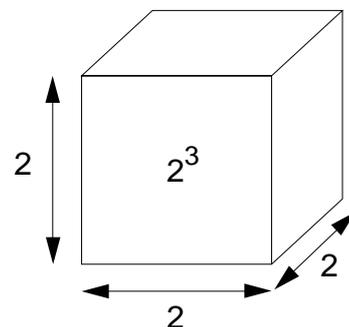
4) La puissance 3ème d'un nombre s'appelle le **cube** de ce nombre.

Par exemple, $2^3 = 8$ se lit:

" 2 au cube est égal à 8 ",

ou bien

" 2 à la puissance 3 est égal à 8 " .



5) Le carré a^2 d'un nombre $a > 0$ peut être interprété géométriquement comme l'aire d'un carré dont le côté est de longueur a .

6) Le cube a^3 d'un nombre $a > 0$ peut être interprété géométriquement comme le volume d'un cube dont l'arête est de longueur a .

2.4 UNE PROPRIÉTÉ DE L'EXPONENTIATION

À partir d'un exemple, nous allons découvrir une propriété importante de l'exponentiation.

Calculons le produit $2^2 \cdot 2^3$. On a:

$$2^2 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)$$

et on voit que

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^5$$

Cet exemple illustre la règle suivante: si $a > 0$ et si m et n sont des entiers positifs, alors

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Puissances de dix

Les puissances de dix sont très utilisées en sciences (mathématiques, physique, chimie, biologie). Elles servent à exprimer de très grands nombres.

L'exposant peut être un entier positif, ou 0.

Exposant n	Écriture avec la notation "puissance" 10^n	Écriture en base 10
·	·	·
·	·	·
·	·	·
6	10^6	1 000 000
5	10^5	100 000
4	10^4	10 000
3	10^3	1 000
2	10^2	100
1	10^1	10
0	10^0	1

2.5 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES

Racines carrées

Il existe un nombre **positif** dont le carré est égal à 16. Ce nombre est 4.

On peut écrire:

$$\text{si } x > 0 \text{ et } x^2 = 16, \text{ alors } x = 4$$

On dit que 4 est la **racine carrée** de 16, et on écrit: $\sqrt{16} = 4$

Plus généralement, la racine carrée d'un nombre positif a est le **nombre positif** x , tel que $x^2 = a$.

Un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

La racine carrée de 0 est 0.

Remarque

En général, la racine carrée d'un nombre positif n'est pas un entier. On peut obtenir la racine carrée d'un nombre positif à l'aide d'une calculatrice ou d'une table numérique. Il s'agit alors généralement d'une valeur approximative.

Exemple $2 < \sqrt{7} < 3$

$$\sqrt{7} = 2,6457\dots$$

Racines cubiques

Il existe un nombre dont le cube est égal à 125. Ce nombre est 5 .

On dit que 5 est la **racine cubique** de 125, et on écrit: $\sqrt[3]{125} = 5$.

Plus généralement, la racine cubique d'un nombre positif b est le nombre x tel que $x^3 = b$.

2.6 L'ORDRE DES OPÉRATIONS

Règles de calcul

- 1) Dans une suite d'opérations sans parenthèses ni crochets, on effectue

– d'abord les calculs de puissances et de racines, $5^2 - 4 \cdot 2 + \sqrt{36} : 2 =$

$$25 - 4 \cdot 2 + 6 : 2 =$$

– ensuite les multiplications et les divisions,

$$25 - 4 \cdot 2 + 6 : 2 =$$

$$25 - 8 + 3 =$$

– enfin, de gauche à droite, les additions et les soustractions.

$$25 - 8 + 3 =$$

$$17 + 3 = 20$$

- 2) Lorsqu'une suite d'opérations comporte des parenthèses (ou des crochets), on commence par effectuer les opérations entre parenthèses (ou crochets), en observant les règles (1).

$$4 + 2 \cdot (12 + 3 \cdot 5) - 6 =$$

$$4 + 2 \cdot (12 + 15) - 6 =$$

$$4 + 2 \cdot 27 - 6 =$$

$$4 + 54 - 6 = 52$$

- 3) Lorsqu'une division est indiquée par une barre de fraction, on calcule séparément ce qui est au-dessus de la barre (le numérateur) et ce qui est au-dessous (le dénominateur), en observant les règles (1) et (2). Ensuite, on effectue la division.

$$\frac{6 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{18 + 8}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{26}{\sqrt{25}} = \frac{26}{5} = 5,2$$

En résumé:

On commence par calculer le contenu des parenthèses, le numérateur et le dénominateur des fractions.

Dans les parenthèses, ou en l'absence de parenthèses, on calcule

- d'abord les puissances et les racines;
- ensuite les multiplications et les divisions;
- enfin, de gauche à droite, les additions et les soustractions.

EXERCICES ORAUX

1 Calculer :

1) $24 + 59 + 6$

2) $125 + 72 + 5$

3) $386 + 12 + 25$

4) $197 + 132 + 3$

5) $29 + 225 + 11$

6) $47 + 92 + 208$

2 Calculer :

1) $5 + 13 - 9 + 1$

2) $4 - 3 + 8 - 4$

3) $19 - 7 + 2$

4) $35 - 27 + 13 - 4$

5) $18 + 13 - 5 + 2$

6) $42 - 5 + 8 - 3 - 1$

3 Calculer :

1) $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5$

2) $6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

3) $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7$

4) $6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10$

5) $5 \cdot 9 \cdot 0 \cdot 2$

6) $8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 9$

4 Calculer :

1) $0,03 \cdot 1000 \cdot 70$

2) $0,5 \cdot 20 \cdot 40$

3) $600 \cdot 0,5 \cdot 0,2$

4) $0,04 \cdot 0,25 \cdot 100$

5) $50 \cdot 4 \cdot 70$

6) $20 \cdot 0,4 \cdot 0 \cdot 70$

5 Calculer :

1) $8 + 3 \cdot 7$

2) $7 \cdot 12 : 3 - 5$

3) $8 \cdot 3 - 40 : 5 + 3 \cdot 7$

4) $4 \cdot 9 + 2 - 6 \cdot 3$

5) $6 \cdot 7 - 3 \cdot 7$

6) $18 + 7 \cdot 3 - 4 \cdot 5$

6 Calculer :

1) $2,5 \cdot 4 + 3$

2) $5 \cdot 0,2 + 3 \cdot 4$

3) $4 \cdot 50 - 0,4 \cdot 50$

4) $4 \cdot 100 + 5 \cdot 20$

5) $2 \cdot 55 + 300 : 2$

6) $600 : 20 + 3 \cdot 40$

7 Calculer :

1) $12 \cdot 0,5 - 6 \cdot 0$

2) $500 \cdot 0,02 + 50 : 2$

3) $240 \cdot 0,1 + 2,4 : 0,1$

4) $8 + 12 : 4 - 21 : 3$

5) $0,2 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,3$

6) $0,3 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,4$

8 Calculer la valeur de $5a$ ($5 \cdot a$) si

1) $a = 10$

2) $a = 21$

3) $a = 13$

4) $a = 16$

5) $a = 19$

9 Calculer la valeur de ab ($a \cdot b$) si

- 1) $a = 5$ $b = 9$ 3) $a = 7$ $b = 14$ 5) $a = 23$ $b = 0$
2) $a = 11$ $b = 8$ 4) $a = 4$ $b = 15$ 6) $a = 70$ $b = 2$

10 Calculer la valeur de $a + a$ si

- 1) $a = 11$ 3) $a = 90$ 5) $a = 15$ 7) $a = 32$
2) $a = 8$ 4) $a = 23$ 6) $a = 17$ 8) $a = 1$

11 Calculer la valeur de $a + b - a$ si

- 1) $a = 2$ $b = 3$ 3) $a = 5$ $b = 0$ 5) $a = 8$ $b = 3$
2) $a = 3$ $b = 7$ 4) $a = 6$ $b = 4$ 6) $a = 10$ $b = 1$

12 Calculer la valeur de $a + b + a + b$ si

- 1) $a = 7$ $b = 3$ 3) $a = 8$ $b = 12$ 5) $a = 6$ $b = 9$
2) $a = 10$ $b = 4$ 4) $a = 5$ $b = 13$ 6) $a = 14$ $b = 1$

13 Calculer la valeur de $2a + 2b$ si

- 1) $a = 2$ $b = 3$ 3) $a = 5$ $b = 0$ 5) $a = 8$ $b = 3$
2) $a = 3$ $b = 7$ 4) $a = 6$ $b = 4$ 6) $a = 1$ $b = 10$

14 Calculer la valeur de $2(a + b)$ si

- 1) $a = 2$ $b = 3$ 3) $a = 5$ $b = 0$ 5) $a = 8$ $b = 3$
2) $a = 3$ $b = 7$ 4) $a = 6$ $b = 4$ 6) $a = 1$ $b = 10$

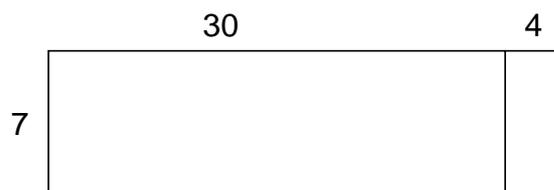
15 Calculer la valeur de $5ab$ si

- 1) $a = 3$ $b = 6$ 3) $a = 6$ $b = 0$ 5) $a = 8$ $b = 7$
2) $a = 2$ $b = 10$ 4) $a = 5$ $b = 1$ 6) $a = 3$ $b = 4$

16 Calculer la valeur de $2ab + ab$ si

- 1) $a = 3$ $b = 4$ 3) $a = 8$ $b = 1$ 5) $a = 6$ $b = 2$
2) $a = 5$ $b = 2$ 4) $a = 7$ $b = 0$ 6) $a = 5$ $b = 10$

17 À l'aide du croquis ci-dessous, calculer oralement le produit $7 \cdot 34$.



En s'aidant, si nécessaire, de croquis du même type, calculer :

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 1) $6 \cdot 65$ | 3) $4 \cdot 47$ | 5) $8 \cdot 22$ | 7) $3 \cdot 35$ | 9) $6 \cdot 61$ |
| 2) $3 \cdot 29$ | 4) $9 \cdot 26$ | 6) $7 \cdot 49$ | 8) $8 \cdot 27$ | 10) $2 \cdot 58$ |

18 Calculer oralement les produits :

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 1) $3 \cdot 73$ | 4) $4 \cdot 56$ | 7) $5 \cdot 63$ | 10) $8 \cdot 75$ |
| 2) $5 \cdot 62$ | 5) $6 \cdot 99$ | 8) $6 \cdot 72$ | 11) $5 \cdot 36$ |
| 3) $7 \cdot 18$ | 6) $2 \cdot 98$ | 9) $3 \cdot 61$ | 12) $4 \cdot 48$ |

19 Calculer oralement les produits :

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 1) $6 \cdot 27$ | 4) $68 \cdot 7$ | 7) $3 \cdot 69$ | 10) $6 \cdot 49$ |
| 2) $36 \cdot 4$ | 5) $89 \cdot 6$ | 8) $72 \cdot 4$ | 11) $9 \cdot 37$ |
| 3) $3 \cdot 51$ | 6) $2 \cdot 78$ | 9) $39 \cdot 6$ | 12) $42 \cdot 4$ |

20 Calculer oralement les produits :

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 1) $32 \cdot 9$ | 4) $6 \cdot 19$ | 7) $65 \cdot 4$ | 10) $7 \cdot 79$ |
| 2) $8 \cdot 51$ | 5) $38 \cdot 2$ | 8) $9 \cdot 75$ | 11) $4 \cdot 44$ |
| 3) $4 \cdot 78$ | 6) $5 \cdot 61$ | 9) $6 \cdot 43$ | 12) $8 \cdot 17$ |

21 Calculer :

- | | | | | | |
|----------|-----------|----------|----------|-----------|------------|
| 1) 3^2 | 3) 12^2 | 5) 5^3 | 7) 1^7 | 9) 5^2 | 11) 8^2 |
| 2) 6^2 | 4) 2^4 | 6) 3^3 | 8) 7^1 | 10) 2^5 | 12) 11^2 |

22 Calculer :

- | | | | | | |
|-----------|-----------|------------|----------|------------|-----------|
| 1) 30^2 | 3) 4^3 | 5) 20^2 | 7) 3^4 | 9) 5^2 | 11) 6^2 |
| 2) 10^4 | 4) 40^2 | 6) 100^2 | 8) 2^5 | 10) 50^2 | 12) 2^6 |

23 Calculer :

- | | | | | |
|------------|-----------|-----------|------------|------------|
| 1) 600^2 | 3) 40^3 | 5) 20^5 | 7) 20^2 | 9) 80^2 |
| 2) 30^3 | 4) 10^5 | 6) 90^2 | 8) 500^2 | 10) 40^1 |

24 Calculer :

- | | | | |
|-----------|------------|------------|-------------|
| 1) 8^2 | 3) $0,8^2$ | 5) 6^2 | 7) $0,06^2$ |
| 2) 80^2 | 4) 800^2 | 6) 600^2 | 8) $0,6^2$ |

25 Calculer :

- | | | | |
|-------------|-------------|--------------|--------------|
| 1) $0,2^2$ | 3) $0,2^3$ | 5) $0,01^2$ | 7) $0,01^3$ |
| 2) $0,02^2$ | 4) $0,02^3$ | 6) $0,001^2$ | 8) $0,001^3$ |

26 Calculer :

- | | | | |
|------------|------------|-------------|--------------|
| 1) $0,1^4$ | 3) $0,8^2$ | 5) 900^2 | 7) 70^2 |
| 2) 12^2 | 4) 30^2 | 6) $0,03^3$ | 8) $0,001^3$ |

27 Calculer la valeur de a^2 si

- 1) $a = 10$ 2) $a = 7$ 3) $a = 2$ 4) $a = 5$ 5) $a = 12$

28 Calculer la valeur de $2a^2$ si

- 1) $a = 4$ 2) $a = 1$ 3) $a = 0$ 4) $a = 5$ 5) $a = 3$ 6) $a = 6$

29 Calculer la valeur de $a^2 + 1$ si

- 1) $a = 7$ 2) $a = 10$ 3) $a = 4$ 4) $a = 11$ 5) $a = 8$ 6) $a = 0$

30 Calculer la valeur de $(a + 1)^2$ si

- 1) $a = 7$ 2) $a = 10$ 3) $a = 4$ 4) $a = 11$ 5) $a = 8$ 6) $a = 0$

31 Calculer la valeur de $2a^2 + 1$ si

- 1) $a = 2$ 2) $a = 1$ 3) $a = 4$ 4) $a = 10$ 5) $a = 5$ 6) $a = 6$

32 Calculer la valeur de $2(a^2 + 1)$ si

- 1) $a = 2$ 2) $a = 1$ 3) $a = 4$ 4) $a = 10$ 5) $a = 5$ 6) $a = 6$

33 Calculer :

- 1) 10^4 2) 10^0 3) 10^6 4) 10^2 5) 10^1 6) 10^3

34 Calculer :

- 1) $3,7 \cdot 10^3$ 3) $6,28 \cdot 10^2$ 5) $9,04 \cdot 10^4$ 7) $4,33 \cdot 10^4$
2) $5,3 \cdot 10^5$ 4) $5,1 \cdot 10^1$ 6) $7,5 \cdot 10^2$ 8) $2,9 \cdot 10^3$

35 Calculer :

- 1) $52,4 \cdot 10^4$ 2) $0,27 \cdot 10^6$ 3) $523,5 \cdot 10^4$ 4) $0,622 \cdot 10^1$

36 Calculer :

- 1) $3 \cdot 10^3$ 2) $2,25 \cdot 10^4$ 3) $0,047 \cdot 10^3$ 4) $3,02 \cdot 10^2$ 5) $0,35 \cdot 10^5$

37 Compléter par l'exposant manquant :

- 1) $400 = 4 \cdot 10^{\dots}$ 3) $6 = 6 \cdot 10^{\dots}$ 5) $800 = 8 \cdot 10^{\dots}$
2) $7000 = 7 \cdot 10^{\dots}$ 4) $90\ 000 = 9 \cdot 10^{\dots}$ 6) $50 = 5 \cdot 10^{\dots}$

38 Compléter par l'exposant manquant :

- 1) $3700 = 3,7 \cdot 10^{\dots}$ 3) $62,7 = 6,27 \cdot 10^{\dots}$ 5) $624\ 000 = 6,24 \cdot 10^{\dots}$
2) $120 = 1,2 \cdot 10^{\dots}$ 4) $428,7 = 4,287 \cdot 10^{\dots}$ 6) $3,25 = 3,25 \cdot 10^{\dots}$

39 Calculer :

- 1) 20^2 et $2^2 \cdot 10^2$ 3) $0,3^2$ et $3^2 \cdot 0,1^2$ 5) $0,8^2$ et $8^2 \cdot 0,1^2$
2) 600^2 et $6^2 \cdot 100^2$ 4) 70^2 et $7^2 \cdot 10^2$ 6) 20^4 et $2^4 \cdot 10^4$

40 Calculer :

1) $10^3 \cdot 100$

3) $10^2 \cdot 10^3$

5) $10 \cdot 10^3$

2) $1000 \cdot 10^2$

4) $10^1 \cdot 1000$

6) $10^1 \cdot 10^3$

41 Compléter par l'exposant manquant :

1) $10^4 \cdot 10^3 = 10^{\dots}$

3) $10^2 \cdot 10^0 = 10^{\dots}$

5) $10^2 \cdot 10^{\dots} = 10^5$

2) $10 \cdot 10^5 = 10^{\dots}$

4) $10^{\dots} \cdot 10^3 = 10^5$

6) $10 \cdot 10^{\dots} = 10$

42 Compléter par l'exposant manquant :

1) $5^7 \cdot 5^3 = 5^{\dots}$

4) $2^8 \cdot 2^3 = 2^{\dots}$

7) $2^5 \cdot 2^0 = 2^{\dots}$

2) $7^3 \cdot 7^5 = 7^{\dots}$

5) $6^2 \cdot 6^{\dots} = 6^7$

8) $9^3 \cdot 9 = 9^{\dots}$

3) $3^4 \cdot 3^5 = 3^{\dots}$

6) $3^4 \cdot 3^{\dots} = 3^8$

9) $4^7 \cdot 4^{\dots} = 4^8$

43 Compléter par l'exposant manquant :

1) $3^6 \cdot 3^{\dots} = 3^8$

4) $8^3 \cdot 8^{\dots} = 8^7$

7) $6^2 \cdot 6^{\dots} = 6^6$

2) $2^6 \cdot 2^4 = 2^{\dots}$

5) $6^{\dots} \cdot 6^2 = 6^3$

8) $4^4 \cdot 4 = 4^{\dots}$

3) $7^{\dots} \cdot 7^2 = 7^2$

6) $2^4 \cdot 2 = 2^{\dots}$

9) $3^2 \cdot 3^{\dots} \cdot 3^4 = 3^7$

44 Compléter :

1) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^1 = 3^{\dots}$

5) $3^2 \cdot 3^{\dots} \cdot 2^4 \cdot 2^{\dots} = 2^7 \cdot 3^5$

2) $2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^3 \cdot 3^4 = 2^{\dots} \cdot 3^{\dots}$

6) $2^{\dots} \cdot 3^{\dots} \cdot 2^4 \cdot 3^3 = 2^4 \cdot 3^5$

3) $4^2 \cdot 5^3 \cdot 4^4 = 4^{\dots} \cdot 5^{\dots}$

7) $7^3 \cdot 3^4 \cdot 3^{\dots} \cdot 7^{\dots} = 3^6 \cdot 7^9$

4) $3^2 \cdot 3^5 \cdot 2^{\dots} \cdot 3^{\dots} = 2^6 \cdot 3^9$

8) $2^7 \cdot 2^{\dots} \cdot 3^4 \cdot 3^{\dots} = 2^7 \cdot 3^4$

45 Compléter par l'exposant manquant :

1) $a^3 \cdot a^5 = a^{\dots}$

4) $x^3 \cdot x^0 = x^{\dots}$

7) $a^3 \cdot a^{\dots} = a^5$

2) $x^5 \cdot x = x^{\dots}$

5) $b^2 \cdot b^2 = b^{\dots}$

8) $x^2 \cdot x^{\dots} = x^2$

3) $a^4 \cdot a^3 = a^{\dots}$

6) $x^3 \cdot x = x^{\dots}$

9) $b \cdot b = b^{\dots}$

46 Compléter :

1) $x \cdot x^2 \cdot x^3 = x^{\dots}$

2) $y^3 \cdot y^{\dots} = y^4$

3) $x^5 \cdot x^{\dots} = x^9$

4) $a^4 \cdot a^{\dots} \cdot a^3 = a^9$

5) $y \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot y^0 = y^{\dots}$

6) $a^3 \cdot b^2 \cdot a^4 \cdot a^2 = a^{\dots} \cdot b^{\dots}$

7) $a^5 \cdot b^{\dots} \cdot a^{\dots} \cdot b^2 = a^8 \cdot b^5$

8) $x^5 \cdot y^{\dots} \cdot y^4 \cdot x^{\dots} = x^6 \cdot y^4$

47 Compléter :

1) $a^5 \cdot a^7 = a^{\dots}$

2) $x \cdot y^3 \cdot x^4 \cdot y^2 = x^{\dots} \cdot y^{\dots}$

3) $x^7 \cdot x^{\dots} = x^{12}$

4) $x^2 \cdot y^3 \cdot x^{\dots} = x^3 \cdot y^{\dots}$

5) $y^4 \cdot x^7 \cdot x^{\dots} \cdot y^2 = x^9 \cdot y^{\dots}$

6) $x^{\dots} \cdot x^6 = x^6$

48 Calculer :

1) $\sqrt{16}$

3) $\sqrt{4}$

5) $\sqrt{100}$

7) $\sqrt{36}$

9) $\sqrt{9}$

2) $\sqrt{49}$

4) $\sqrt{25}$

6) $\sqrt{81}$

8) $\sqrt{64}$

10) $\sqrt{144}$

49 Calculer :

1) $\sqrt{100}$

3) $\sqrt{64}$

5) $\sqrt{400}$

7) $\sqrt{16}$

2) $\sqrt{10\ 000}$

4) $\sqrt{6400}$

6) $\sqrt{4\ 000\ 000}$

8) $\sqrt{1600}$

50 Calculer :

1) $\sqrt{0,01}$

3) $\sqrt{0,09}$

5) $\sqrt{0,16}$

7) $\sqrt{0,64}$

2) $\sqrt{0,04}$

4) $\sqrt{0,0004}$

6) $\sqrt{0,25}$

8) $\sqrt{0,81}$

51 Calculer :

1) $\sqrt{0,16}$

3) $\sqrt{1}$

5) $\sqrt{0,0025}$

7) $\sqrt{90\ 000}$

2) $\sqrt{160\ 000}$

4) $\sqrt{10\ 000}$

6) $\sqrt{2500}$

8) $\sqrt{0,0009}$

52 Calculer :

1) $\sqrt{0.0004}$

3) $\sqrt{0,81}$

5) $\sqrt{1,44}$

2) $\sqrt{40\ 000}$

4) $\sqrt{81}$

6) $\sqrt{14\ 400}$

53 Calculer :

1) $\sqrt[3]{1}$

3) $\sqrt[3]{1000}$

5) $\sqrt[3]{0,001}$

7) $\sqrt[3]{0,008}$

2) $\sqrt[3]{8}$

4) $\sqrt[3]{27}$

6) $\sqrt[3]{27\ 000}$

8) $\sqrt[3]{125}$

54 Calculer :

1) $\sqrt[3]{729}$

3) $\sqrt[3]{64\ 000}$

5) $\sqrt[3]{125\ 000}$

7) $\sqrt[3]{343}$

2) $\sqrt[3]{64}$

4) $\sqrt[3]{0,064}$

6) $\sqrt[3]{0,000125}$

8) $\sqrt[3]{0,125}$

55 Calculer :

1) $\sqrt[3]{27}$

3) $\sqrt[3]{8}$

5) $\sqrt{1600}$

7) $\sqrt[3]{64\ 000}$

2) $\sqrt{25}$

4) $\sqrt[3]{8000}$

6) $\sqrt[3]{0,027}$

8) $\sqrt{6400}$

56 Calculer :

1) $\sqrt{4900}$

3) $\sqrt[3]{27\ 000}$

5) $\sqrt{900}$

7) $\sqrt[3]{0,000125}$

2) $\sqrt[3]{0,027}$

4) $\sqrt{0,0009}$

6) $\sqrt[3]{0,008}$

8) $\sqrt{0,000025}$

EXERCICES ÉCRITS

57 Calculer la valeur de $3ab$ si

1) $a = 1000$ et $b = 0,01$

4) $a = 2,5$ et $b = 20$

2) $a = 200$ et $b = 100$

5) $a = 0,4$ et $b = 0,5$

3) $a = 0,01$ et $b = 0,2$

58 Calculer la valeur de $3a$ si

1) $a = 0,03$

3) $a = 1,1$

5) $a = 1,2$

7) $a = 2,5$

2) $a = 0,09$

4) $a = 0,12$

6) $a = 25$

8) $a = 70$

59 Substituer $a = 2$ et $b = 3$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $a + b + a$

4) $a + a + b + b$

7) $3a + 2b - 3a$

2) $a + b - a$

5) $2a + b - a$

8) $a + 2b + a - 2b$

3) $a + b + a - b$

6) $2a - b + 2a$

9) $a + b - a + 2b$

60 Substituer $a = 3$ et $b = 5$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $a + 5a$

4) $4a + 2b - 4a$

7) $2a + b - a + 2b - a$

2) $2a + 3a + b$

5) $2a + 3b + 3a + 2b$

8) $6a - 3b + b$

3) $9a + 3b + a$

6) $5a + 2b + 4b + 3a$

9) $5a - 2b + 3a - 2b$

61 Substituer $a = 20$ et $b = 4$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $3a + 9a + 2b + 5b$

4) $14a + 16b + 2a + 4b$

2) $2a + 11a + 3b + 17b$

5) $13a + 4b + 7a + 2b$

3) $55a + 5a + 4b + 6b$

6) $495a + 5a + 88b + 12b$

62 Substituer $x = 4$ et $y = 5$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $4x + 6x + 13y - 3y$

4) $21x + 17y - 11x + 13y$

2) $25y - 5y + 15x + 25x$

5) $242x + 97y - 142x + 3y$

3) $2x + 14y + 6y + 18x$

63 Substituer $a = 8$ et $b = 5$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $2a - b$

4) $ab - 22$

7) $ab(a - 4)$

2) $a + b$

5) $3a(a - b)$

8) $6b(a + 2)$

3) $2(a - b)$

6) $a(ab - 39)$

9) $2ab(a - b)$

64 Substituer $a = 0,1$ et $b = 0,5$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

- | | | |
|----------------|----------------|------------------|
| 1) $2a + b$ | 4) $2b(b - a)$ | 7) $2a + b - 2a$ |
| 2) $5a - b$ | 5) $ab(b - a)$ | 8) $10a + 4b$ |
| 3) $2a(a + b)$ | 6) $70a + 30b$ | 9) $a + 2b - a$ |

65 Substituer $a = 3$, $b = 7$ et $c = 21$ dans les expressions suivantes, et calculer :

- | | |
|--|---------------------------|
| 1) $2 \cdot a + c \cdot (a + b)$ | $2a + c \cdot (a + b)$ |
| 2) $3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot c + 9$ | $3ab - 2c + 9$ |
| 3) $b \cdot (3 \cdot c - b)$ | $b \cdot (3c - b)$ |
| 4) $(2 \cdot c - a) \cdot (3 \cdot b + 2)$ | $(2c - a) \cdot (3b + 2)$ |

66 Substituer $a = 0,1$, $b = 20$ et $c = 2$ dans les expressions suivantes, et calculer :

- | | | |
|-----------------------|--------------------------------|----------------------------|
| 1) $5ab$ | 4) $(4a + 30c) \cdot b$ | 7) $50b + (c : b + 0,019)$ |
| 2) $\frac{b}{c} + ab$ | 5) $2b - a : c$ | 8) $5b + b : c$ |
| 3) $b : c + a$ | 6) $\frac{b}{c} - \frac{a}{c}$ | 9) $(2a + b) : c$ |

67 Substituer $a = 1,5$, $b = 0,5$ et $c = 2$ dans les expressions suivantes, et calculer :

- | | | |
|---------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| 1) $(a + b) \cdot 10c$ | 3) $2,5 \cdot (3a + b) - c$ | 5) $(7,5 + b) \cdot (2ac - b)$ |
| 2) $4 \cdot (a + 3b) - c$ | 4) $3c \cdot (a - b)$ | 6) $(4ab - 1,5) \cdot 2,8 + c$ |

68 Calculer :

- | | | | | |
|-----------|------------|------------|---------------|-----------|
| 1) 7^2 | 3) 10^7 | 5) $0,4^3$ | 7) 1^{1326} | 9) 2^7 |
| 2) 12^3 | 4) $0,1^3$ | 6) $0,2^3$ | 8) 1326^1 | 10) 5^3 |

69 Ecrire par ordre décroissant :

- | | |
|--|---|
| 1) $2^3 ; 2^5 ; 2^1 ; 2^7 ; 2^6 ; 2^4 ; 2^2$ | 3) $2^3 ; 3^2 ; 1^{12} ; 10^3 ; 3^3$ |
| 2) $6^5 ; 3^5 ; 5^5 ; 1^5 ; 7^5 ; 4^5$ | 4) $2^6 ; 4^2 ; 8^4 ; 4^1 ; 2^3 ; 5^2 ; 10^5$ |

70 Calculer :

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| 1) $3^3 \cdot 5^3$ et 15^3 | 3) $7^3 \cdot 3^3$ et 21^3 | 5) $12^2 \cdot 8^2$ et 96^2 |
| 2) $8^2 \cdot 9^2$ et 72^2 | 4) $4^2 \cdot 9^2$ et 36^2 | 6) $4^2 \cdot 8^2$ et 32^2 |

71 Calculer :

$$\begin{array}{lll} 1) 2^2 \cdot 2^4 - 2^3 & 3) (2^2)^2 + 2^4 & 5) (2^2 + 2^4)^2 \\ 2) 2^3 \cdot 2^4 + 2^2 & 4) (2^2 + 2^4) \cdot 2^3 & 6) (2^2 \cdot 2^4)^2 - 2^2 \cdot 2^4 \end{array}$$

72 Énumérer tous les nombres entiers dont le carré est compris entre 100 et 200.

73 Énumérer tous les nombres entiers dont le carré est compris entre 1600 et 2500.

74 Examiner le chiffre des unités des nombres ci-dessous.

En déduire lesquels ne sont certainement pas le carré d'un nombre entier.

$$\begin{array}{lllll} 1) 3364 & 3) 3242 & 5) 3721 & 7) 4225 & 9) 1433 \\ 2) 768 & 4) 397 & 6) 6850 & 8) 676 & 10) 4252 \end{array}$$

75 Substituer $a = 2$ et $b = 3$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

$$\begin{array}{llll} 1) a^2 + 2 & 3) a^2 - b & 5) a + b^2 & 7) 5a^2 - 2b^2 \\ 2) a^3 - 5 & 4) 2b^2 - 10 & 6) a^2 + b^2 & 8) a^4 - b^2 \end{array}$$

76 Calculer la valeur de $3a \cdot (a^2 + b)$ si

$$1) a = 1 \text{ et } b = 2 \quad 2) a = 3 \text{ et } b = 5 \quad 3) a = 5 \text{ et } b = 7$$

77 Calculer la valeur de $2x^2y + y^2$ si

$$1) x = 0,1 \text{ et } y = 20 \quad 2) x = 3 \text{ et } y = 1,5 \quad 3) x = 2 \text{ et } y = 0,2$$

78 Calculer la valeur de $3a^2 \cdot (2a + b^2)$ si

$$1) a = 5 \text{ et } b = 7 \quad 2) a = 0,5 \text{ et } b = 4 \quad 3) a = 0,1 \text{ et } b = 0,6$$

79 Copier et compléter : quels sont les exposants qui manquent ?

$$\begin{array}{l} 1) a^6 \cdot b^5 \cdot a^4 \cdot b^4 \cdot c^3 \cdot a^2 = a^{\dots} \cdot b^{\dots} \cdot c^{\dots} \\ 2) a^4 \cdot b^3 \cdot c^2 \cdot c^4 \cdot b^3 \cdot a^4 = a^{\dots} \cdot b^{\dots} \cdot c^{\dots} \\ 3) x^5 \cdot y^4 \cdot z \cdot x \cdot y^2 \cdot z^3 = x^{\dots} \cdot y^{\dots} \cdot z^{\dots} \\ 4) x^2 \cdot y^3 \cdot z \cdot x^3 \cdot y^2 \cdot z = x^{\dots} \cdot y^{\dots} \cdot z^{\dots} \\ 5) a^3 \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot b \cdot c^2 \cdot a^4 \cdot b^3 = a^{\dots} \cdot b^{\dots} \cdot c^{\dots} \end{array}$$

80 Copier et compléter : quels sont les exposants qui manquent ?

$$1) x^3 \cdot x^2 \cdot x^5 \cdot y^3 \cdot x^3 \cdot y^5 = x^{\dots} \cdot y^{\dots}$$

$$2) a^7 \cdot b^3 \cdot c \cdot a^2 \cdot c \cdot b^4 = a^{\dots} \cdot b^{\dots} \cdot c^{\dots}$$

$$3) x^3 \cdot y \cdot z^0 \cdot x^2 \cdot x^4 \cdot y^2 = x^{\dots} \cdot y^{\dots} \cdot z^{\dots}$$

$$4) a^5 \cdot b^3 \cdot b^{\dots} \cdot a^4 = a^{\dots} \cdot b^6$$

$$5) x^4 \cdot y^3 \cdot z \cdot x^{\dots} \cdot y \cdot z^0 = x^6 \cdot y^{\dots} \cdot z^{\dots}$$

81 Copier et compléter : quels sont les exposants qui manquent ?

$$1) x^3 \cdot y^2 \cdot x^5 \cdot y^3 \cdot y = x^{\dots} \cdot y^{\dots}$$

$$2) a^3 \cdot b \cdot c^4 \cdot a^0 \cdot b^2 \cdot a \cdot c^3 = a^{\dots} \cdot b^{\dots} \cdot c^{\dots}$$

$$3) a^5 \cdot b^3 \cdot a^{\dots} \cdot b^2 \cdot b^{\dots} \cdot a^4 = a^{12} \cdot b^6$$

$$4) a^3 \cdot b^2 \cdot a^{\dots} \cdot b^3 \cdot b \cdot a^5 = a^{10} \cdot b^{\dots}$$

$$5) y^2 \cdot y \cdot x^3 \cdot x^{\dots} \cdot y^{\dots} \cdot x^2 \cdot y^4 = x^5 \cdot y^{10}$$

82 Calculer :

$$1) (3^2 - 2^2) \cdot 5 + 2 \cdot (3 + 1^5)$$

$$2) (3 \cdot 5 + 2^2) \cdot 2 + (6^3 - 3 \cdot 11)^2$$

$$3) (3^3 - 3^2) : 2 + 4 \cdot (2^2 + 2^3)$$

$$4) 7 \cdot (4^2 + 2) + 3 \cdot (2^4 + 4)$$

$$5) 3^2 + 2 \cdot (8 - 4)^2 - 5 \cdot (27 - 5^2)$$

$$6) 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

83 Calculer :

$$1) (8 \cdot 3 - 3^2) \cdot 2 + 4 \cdot 3$$

$$2) 6^2 : (11 - 2) + 5^2 \cdot (9 - 2 \cdot 4)$$

$$3) (5 + 5) \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 3^2$$

$$4) 5 + 5 \cdot (4 + 2 \cdot 6) + 3^2$$

$$5) 6 \cdot (6^2 - 5^2) + 2 \cdot (10 - 3 \cdot 2)^2$$

$$6) 3^4 + 2^4$$

$$7) 7 \cdot (5^2 - 4^2) + 3 \cdot (8 - 2 \cdot 3)^2$$

$$8) 6^2 : (6 - 2) + 4^2 \cdot (11 - 2 \cdot 5)$$

$$9) (6 \cdot 4 - 2^2) \cdot 2 + 5 \cdot 3$$

$$10) 3 + 7 \cdot (6 + 2 \cdot 4) + 2^2$$

- 84 G^H signifie que l'on élève le nombre de **Gauche** à une puissance égale au nombre du **Haut**. Copier et compléter ces tableaux :

G^H	H	
	2	3
6		
G		
3		

G^H	1	
4		16
5		

G^H		
3		81
2	32	

- 85 $G^2 + H^2$ signifie que l'on calcule le carré du nombre de **Gauche**, le carré du nombre du **Haut**, puis que l'on additionne ces deux carrés. Copier et compléter ces tableaux :

$G^2 + H^2$	H	
	6	8
3		
G		
5		

$G^2 + H^2$	7	
3		25
	50	

$G^2 + H^2$		6
	68	
3	13	

- 86 $G^2 \cdot H$ signifie que l'on multiplie le carré du nombre de **Gauche** par le nombre du **Haut**. Copier et compléter ces tableaux :

$G^2 \cdot H$	H	
	2	5
3		
G		
1		

$G^2 \cdot H$	5	
3		
7		98

$G^2 \cdot H$	4	10
2		
	36	

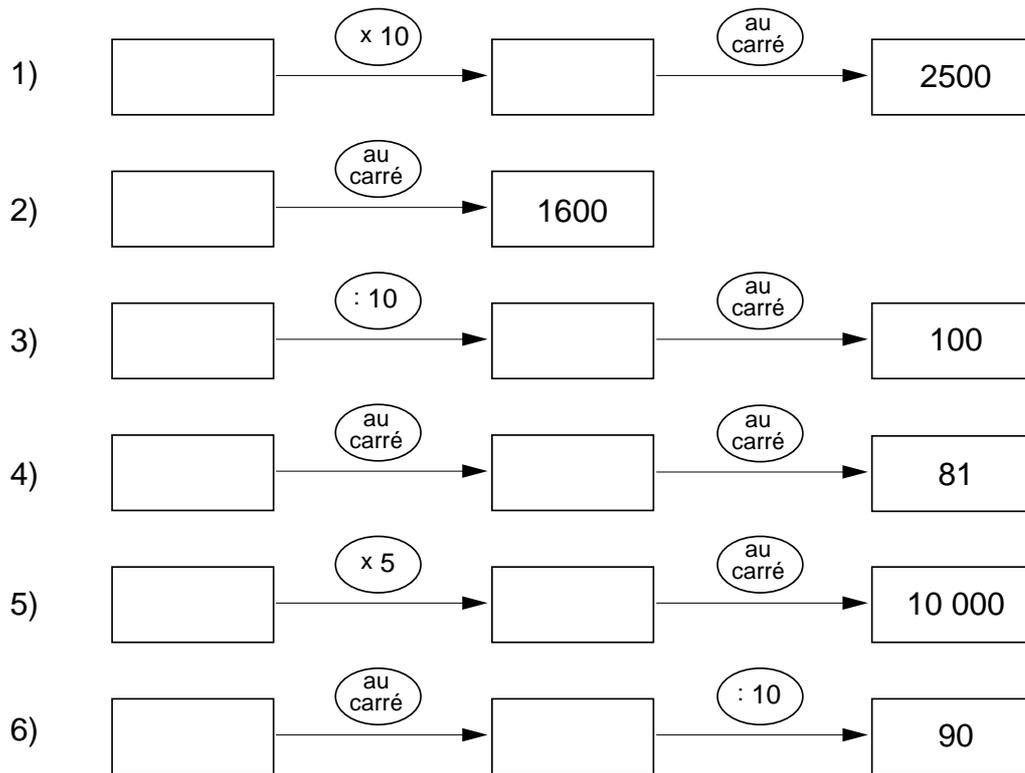
- 87 $G + H^2$ signifie que l'on additionne le nombre de **Gauche** et le carré du nombre du **Haut**. Copier et compléter ces tableaux :

$G + H^2$	H	
	3	7
8		
G		
0		

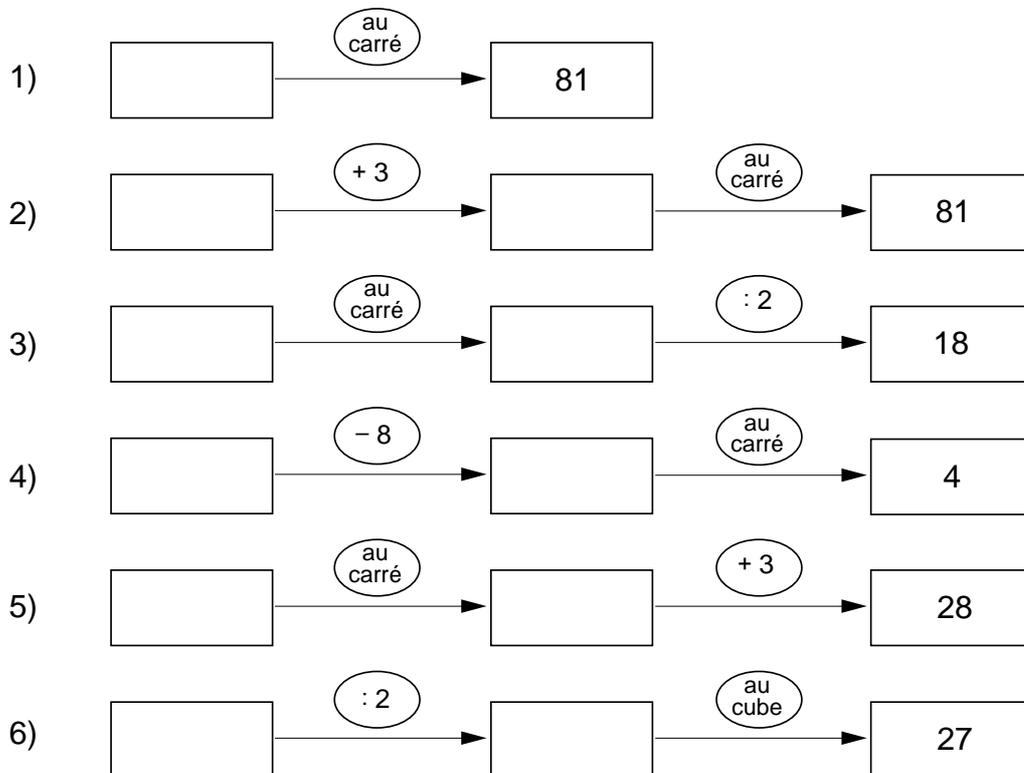
$G + H^2$	3	0
5		
		9

$G + H^2$	8	
6		42
3		

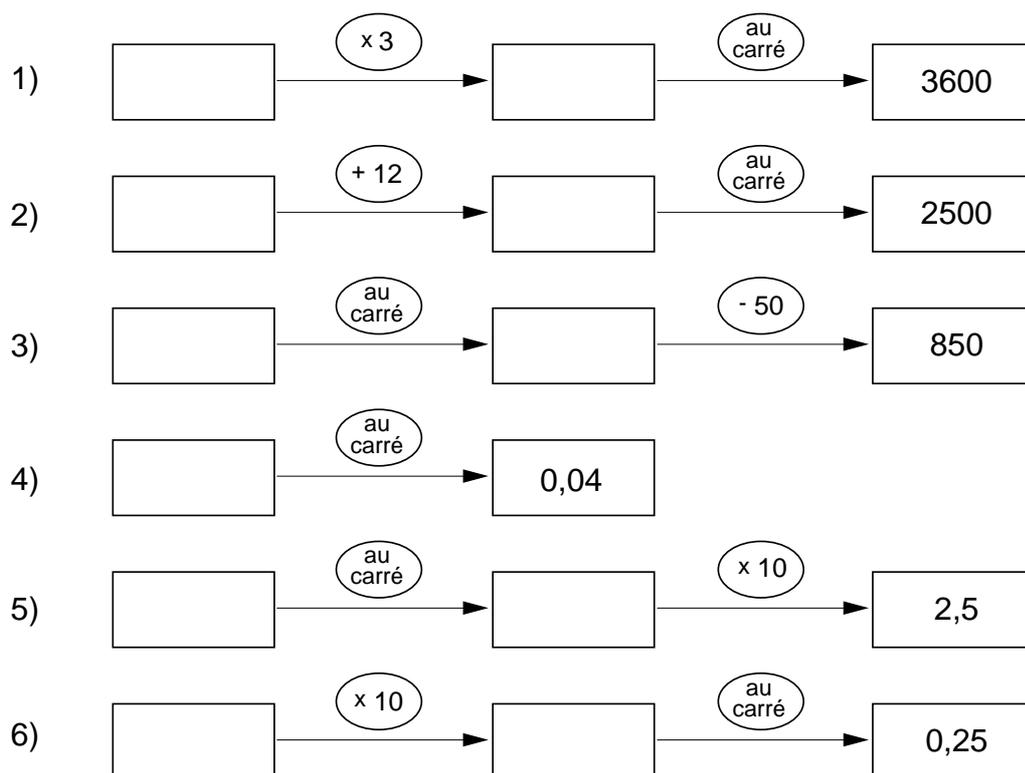
88 Dans chaque ligne, trouver le nombre dont on est parti :



89 Dans chaque ligne, trouver le nombre dont on est parti :



90 Dans chaque ligne, trouver le nombre dont on est parti :



91 Calculer :

- 1) $\sqrt{64}$ 3) $\sqrt{6400}$ 5) $\sqrt{4}$ 7) $\sqrt{0,04}$
 2) $\sqrt{0,64}$ 4) $\sqrt{0,0064}$ 6) $\sqrt{40000}$ 8) $\sqrt{0,0004}$

92 Reproduire cette droite graduée dans le cahier.
Placer ensuite les nombres suivants sur la droite :

$$0,01 ; \sqrt{0,01} ; (0,4)^2 ; \sqrt{0,04} ; (1,2)^2 ; \sqrt{0,25} ; 1^2 ; 1.$$



93 Recopier dans le cahier, puis compléter par un des symboles $<$ ou $>$:

1) $0,5 \dots (0,5)^2$

5) $0,9 \dots \sqrt{0,9}$

2) $1,2 \dots (1,2)^2$

6) $\sqrt{0,36} \dots (0,36)^2$

3) $(1,2)^2 \dots (1,2)^3$

7) $(0,04)^2 \dots \sqrt{0,04}$

4) $(0,6)^3 \dots (0,6)^2$

8) $(0,02)^2 \dots \sqrt{0,0009}$

94 Classer par ordre croissant :

1) $\sqrt{0,09}$; $\sqrt{1,21}$; $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{1}$; $\sqrt{1,69}$

2) $\sqrt{0,64}$; $(0,4)^2$; $\sqrt{1,21}$; $(1,21)^2$; $\sqrt{0,09}$; $(0,09)^2$

3) $0,3$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{0,16}$; $1,9$; $\sqrt{1,44}$; $1,3$; $\sqrt{0,01}$

95 Encadrer chacun des nombres suivants par deux entiers successifs :

1) $\sqrt{17}$

3) $\sqrt{110}$

5) $\sqrt{72}$

7) $\sqrt{39}$

2) $\sqrt{30}$

4) $\sqrt{68}$

6) $\sqrt{7}$

8) $\sqrt{908}$

96 Encadrer chacun des nombres suivants au dixième près :

1) $\sqrt{0,6}$

3) $\sqrt{0,47}$

5) $\sqrt{0,9}$

7) $\sqrt{0,03}$

2) $\sqrt{0,08}$

4) $\sqrt{0,001}$

6) $\sqrt{0,72}$

8) $\sqrt{0,28}$

97 Encadrer chacun des nombres suivants à la dizaine près :

1) $\sqrt{700}$

3) $\sqrt{8000}$

5) $\sqrt{3271}$

7) $\sqrt{1000}$

2) $\sqrt{70}$

4) $\sqrt{800}$

6) $\sqrt{2347}$

8) $\sqrt{324}$

98 Encadrer chacun des nombres suivants par deux entiers successifs :

- | | | | |
|----------------|----------------|-----------------|----------------|
| 1) $\sqrt{38}$ | 3) $\sqrt{22}$ | 5) $\sqrt{48}$ | 7) $\sqrt{12}$ |
| 2) $\sqrt{3}$ | 4) $\sqrt{93}$ | 6) $\sqrt{150}$ | 8) $\sqrt{5}$ |

99 Encadrer chacun des nombres suivants au dixième près :

- | | | | |
|-----------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $\sqrt{0,3}$ | 3) $\sqrt{0,05}$ | 5) $\sqrt{0,342}$ | 7) $\sqrt{0,07}$ |
| 2) $\sqrt{0,8}$ | 4) $\sqrt{0,53}$ | 6) $\sqrt{0,4}$ | 8) $\sqrt{0,152}$ |

100 Encadrer chacun des nombres suivants à la dizaine près :

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| 1) $\sqrt{5472}$ | 3) $\sqrt{6248}$ | 5) $\sqrt{122}$ | 7) $\sqrt{12134}$ |
| 2) $\sqrt{547}$ | 4) $\sqrt{624}$ | 6) $\sqrt{3427}$ | 8) $\sqrt{72}$ |

101 Calculer la valeur de $\sqrt{a^2}$ si

- | | | | |
|------------|--------------|---------------|--------------|
| 1) $a = 1$ | 3) $a = 0,1$ | 5) $a = 7$ | 7) $a = 11$ |
| 2) $a = 3$ | 4) $a = 100$ | 6) $a = 0,02$ | 8) $a = 0,5$ |

102 Calculer la valeur de $\sqrt{4a^2}$ si

- | | | | |
|--------------|--------------|---------------|--------------|
| 1) $a = 0,1$ | 3) $a = 10$ | 5) $a = 1,2$ | 7) $a = 50$ |
| 2) $a = 5$ | 4) $a = 1,1$ | 6) $a = 0,01$ | 8) $a = 400$ |

103 Substituer $a = 3$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

- | | | | |
|------------------|-------------------|-------------|--------------------|
| 1) $\sqrt{4a^2}$ | 3) $\sqrt{4} a^2$ | 5) $(2a)^2$ | 7) $2a\sqrt{4a^2}$ |
| 2) $4\sqrt{a^2}$ | 4) $2a^2$ | 6) 2^2a | 8) $2a(2a)^2$ |

104 Substituer $a = 0,3$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $\sqrt{9a^2}$

3) $4a - 4\sqrt{a^2}$

5) $\sqrt{9a^2}$

2) $4a - 2\sqrt{a^2}$

4) $4a - \sqrt{4a^2}$

6) $\sqrt{9a^2} - 2a$

105 Substituer $a = 5$ et $b = 4$ dans les expressions suivantes et calculer :

1) $\sqrt{a^2 - b^2}$

3) $\sqrt{4(a^2 - b^2)}$

5) $\sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$

2) $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$

4) $\sqrt{4(a^2 - b^2)}$

6) $\sqrt{4a^2} - \sqrt{4b^2}$

106 Calculer la valeur de l'expression $\sqrt{9a^2} + 2a$ si

1) $a = 2$

2) $a = 1$

3) $a = \sqrt{9}$

107 Calculer la valeur de l'expression $3x - \sqrt{4x^2}$ si

1) $x = 4$

2) $x = 0,1$

3) $x = 0,3$

108 Calculer la valeur de l'expression $\sqrt{a^3} + 2(\sqrt{a})^3$ si

1) $a = 4$

2) $a = 0,09$

3) $a = 1,44$

4) $a = 9$

5) $a = 5^2$

109 Calculer :

1) $(6 - 2)^2 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}$

2) $3 \cdot (\sqrt{16} - 2) + 4^2 \cdot (\sqrt{9} - 2)$

3) $\frac{5 \cdot 6 + 3 \cdot 8}{\sqrt{6^2 + 8^2}}$

4) $(0,2)^2 \cdot \sqrt{1600} + \sqrt{2500} : (0,5)^2$

5) $8 + 3 \cdot (6^2 - \sqrt{100}) - 5^2$

110 Calculer :

1) $3^2 \cdot \sqrt{100} + 5 \cdot (6^2 - 4 \cdot 9)$

2) $\frac{\sqrt{64} + 4}{\sqrt{64} - 4}$

3) $6 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{36} - 5 \cdot \sqrt{4}$

4) $6 \cdot (\sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{36}) - 5 \cdot \sqrt{4}$

5) $6 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot (\sqrt{36} - 5) \cdot \sqrt{4} =$

111 Calculer :

1) $(3^2 - \sqrt{16})^3 - 5 \cdot (6 + \sqrt{4})$

2) $\sqrt{6^2 - 5 \cdot 7} + (12^2 - 11 \cdot 2^2) : 10$

3) $\frac{\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} =$

4) $9 \cdot (6^2 - 5^2) + (6 \cdot \sqrt{16}) : 2^2$

5) $(3 + 4)^2 : (3^2 + 4^2)$

112 Calculer :

1) $\sqrt{4} \cdot 3^3 + 2^3 \cdot (\sqrt{25} - 2^2) \cdot \sqrt{1} =$

2) $(3 + 4)^2 - \sqrt{50 - 5^2} \cdot 7 =$

3) $\sqrt{2^3 + 1 \cdot 5^2} - 2^4 \cdot \sqrt{5^2 - 3^2}$

4) $(6 - 2)^2 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2} =$

5) $\sqrt[3]{125} \cdot (2^4 - 3^2) - 4^3 : 32$

6) $(2 \cdot 3 + 2^2)^2 : 1^5 - \sqrt{81}$

7) $(3^2 - \sqrt{16})^3 - 5 \cdot (6 + \sqrt{4}) =$

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

- 113** Pour lire le message caché dans ce tableau, il faut :
- Effectuer le calcul indiqué dans la case "DÉBUT".
 - Chercher la case dont le premier nombre est égal au résultat trouvé.
 - Inscrire la lettre qui s'y trouve sous le tableau, puis effectuer le calcul.
 - Chercher la case dont le premier nombre est égal au résultat trouvé.
- Et ainsi de suite.

DÉBUT	L		P		B		L
$80 \times 0,01 =$		$0,3 \times 0,1 =$		$4000 \times 2 =$		$0,4 \times 1000 =$	
	R		A		S		N
$1000 \times 0,1 =$		$4 \times 0,1 =$		$0,02 \times 5 =$		$0,04 \times 1000 =$	
	V		T		E		U
$800 \times 0,01 =$		$0,01 \times 100 =$		$0,8 \times 1000 =$		$1 \times 0,3 =$	
	D		S		I		M
$30 \times 100 =$		$2000 \times 0,01 =$		$0,03 \times 1000 =$		$20 \times 10 =$	
	E		A		E		D
$200 \times 0,01 =$		$8 \times 0,005 =$		$2 \times 0,01 =$		$40 \times 0,1 =$	
	T		S		I	FIN	E
$0,1 \times 100 =$		$10 \times 0,001 =$		$400 \times 5 =$		$3000 \times 0,001 =$	

LE

- 114** Combien y a-t-il de points en tout sur les 28 pièces d'un jeu de dominos ?
- 115** Un calendrier est formé de deux cubes, qui permettent de composer tous les nombres 01, 02, 03, ... jusqu'à 31.

Quels sont les chiffres inscrits sur les faces cachées des cubes ?



116 Comment peut-on placer des signes "+" entre les chiffres 123456789 pour que la somme obtenue soit 99 ?

117 Quelle valeur faut-il donner à b dans l'égalité $2a - b = 15$, si ... ?

- 1) $a = 9$ 2) $a = 32$ 3) $a = 27$ 4) $a = 8$ 5) $a = 13,5$ 6) $a = 8,3$

118 Quelle valeur faut-il donner à b dans l'égalité $5 \cdot (2a + b) = 40$, si ... ?

- 1) $a = 1$ 2) $a = 4$ 3) $a = 0$ 4) $a = 2$

119 Dans l'égalité $5 \cdot (2a + b) = 100$, quelle valeur doit avoir a , si ... ?

- 1) $b = 8$ 2) $b = 2$ 3) $b = 18$ 4) $b = 6$

Quelle valeur doit avoir b , si ... ?

- 1) $a = 10$ 2) $a = 5$ 3) $a = 8$ 4) $a = 0$

120 Quelle valeur doit avoir x dans l'égalité $2 \cdot (4x + 2y) = 84$, si ... ?

- 1) $y = 7$ 2) $y = 21$ 3) $y = 3$ 4) $y = 13$

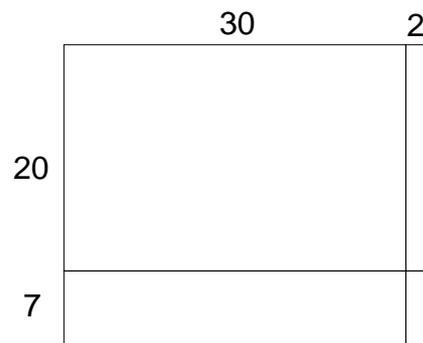
121 Dans l'égalité $2 \cdot (2r + 3p) = 60$, quelle doit être la valeur de p , si ... ?

- 1) $r = 9$ 2) $r = 15$ 3) $r = 6$

Quelle doit être la valeur de r , si ... ?

- 1) $p = 2$ 2) $p = 8$ 3) $p = 10$

122 À l'aide du croquis ci-contre, calculer oralement $27 \cdot 32$



À l'aide de croquis du même type, calculer oralement :

- 1) $16 \cdot 23$ 3) $17 \cdot 32$ 5) $63 \cdot 52$ 7) $72 \cdot 12$
 2) $25 \cdot 34$ 4) $31 \cdot 42$ 6) $44 \cdot 25$ 8) $23 \cdot 42$

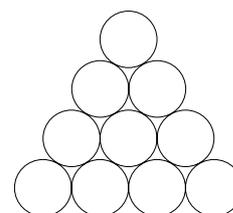
123 a) Remplacer chaque lettre par un nombre, de telle sorte que les égalités suivantes soient vraies :

- 1) $31 + 3 \cdot (12 + 2R) - 56 = 35$
- 2) $(117 : S + 27) : 8 + 18 = 36$
- 3) $[4 + 2 \cdot (2 + 3A) + 12] \cdot 3 - 45 = 15$
- 4) $35 - 3 \cdot (2V - 17) = 32$
- 5) $5 \cdot [3 \cdot (5I - 6) + 14] = 130$
- 6) $(120 - 5N + 2) \cdot 2 + 10 = 204$
- 7) $(72 - 3L - 15) \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 111$
- 8) $3 \cdot (23 - 2E) + 18 - 12 = 33$
- 9) $5 \cdot (7 + T) - 4 \cdot (6 - 3 \cdot 2) + 4 = 79$
- 10) $(C + 2)^2 - 6^2 = 28$

b) Remplacer chaque chiffre par la lettre qui lui correspond pour déchiffrer le message : 37 8409023, 6 718 30 10587

124 Comment placer une et une seule fois chacun des chiffres de 0 jusqu'à 9 dans les disques, de telle sorte que les quatre nombres qu'on peut lire horizontalement soient des carrés parfaits ?

Note: Il y a plusieurs solutions !



125 Retrouver le nombre manquant :

- | | | |
|--------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|
| 1) $3^{\dots} \cdot 5^4 = 625$ | 3) $3 + 5^{\dots} = 28$ | 5) $7 \cdot 2^5 - 3^{\dots} = 215$ |
| 2) $2^3 \cdot \dots = 72$ | 4) $4^2 \cdot 3 + \dots = 54$ | |

126 Retrouver la puissance manquante :

- | | | |
|---------------------------|------------------------|-------------------------------|
| 1) $3^2 \cdot \dots = 72$ | 2) $5^3 - \dots = 109$ | 3) $3 \cdot 2^4 + \dots = 73$ |
|---------------------------|------------------------|-------------------------------|

127 Retrouver le nombre qui manque :

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------------|----------------------------|
| 1) $2^4 \cdot \dots^2 = 64$ | 3) $5^3 - \dots^2 = 4$ | 5) $9^2 : \dots^3 + 4 = 7$ |
| 2) $3^4 - \dots^2 = 56$ | 4) $3^3 \cdot \dots^2 + 1^{10} = 1$ | |

128 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

- a) Cube
- b) Nombre premier
- c) La somme de ses chiffres vaut 15
- d) Carré *
Multiple de 11

Verticalement :

- e) Cube
- f) $(7^2 \cdot 10 + 20) : 3 + 2$
- g) Nombre pair *
- h) Nombre impair *
Carré

	e	f	g	h
a				
b				
c				
d				

129 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

- a) Cube de (f)
- b) Multiple de 7
- c) La somme de ses chiffres vaut 15

Verticalement :

- d) Tiers de (e)
- e) Carré de (a)
- f) Nombre premier

	d	e	f
a			
b			
c			

130 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

- a) Pas de définition
- b) Carré diminué de 3
- c) Le produit des deux derniers chiffres donne le premier chiffre

Verticalement :

- d) Sept fois (e)
- e) Cube de (a)
- f) Moitié de (a)

	d	e	f
a			
b			
c			

131 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

- a) Multiple de 7
- b) Un de plus que (a)
- c) Le carré du carré de ce nombre est égal à la somme des carrés de (a) et de (b)

Verticalement :

- d) La somme de ses chiffres est 3
- e) Est formé de trois chiffres consécutifs
- f) Multiple de 15

	d	e	f
a			
b			
c			

132 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

- a) Carré impair
b) Cube diminué de 88
c) Carré augmenté de 1

Verticalement :

- d) Moitié du cube de (f)
e) Carré de (f)
f) Trouvez-moi !

	d	e	f
a			
b			
c			

Puissances de dix

Les puissances de dix sont très utilisées par les scientifiques (mathématiciens, physiciens, chimistes, biologistes...).

Sur certaines machines à calculer, elles servent aussi à exprimer les très grands nombres et les très petits nombres. L'exposant est un nombre entier positif ou négatif ou zéro.

Exposant n	Écriture avec la notation "puissance" 10^n	Écriture en base 10
·	·	·
·	·	·
·	·	·
6	10^6	1 000 000
5	10^5	100 000
4	10^4	10 000
3	10^3	1 000
2	10^2	100
1	10^1	10
0	10^0	1
-1	10^{-1}	0,1
-2	10^{-2}	0,01
-3	10^{-3}	0,001
-4	10^{-4}	0,0001
-5	10^{-5}	0,00001
-6	10^{-6}	0,000001
·	·	·
·	·	·
·	·	·

133 Calculer :

- 1) 10^{-2} 2) 10^{-1} 3) 10^{-4} 4) 10^0 5) 10^{-3} 6) 10^{-6}

134 Compléter par l'exposant manquant :

1) $0,4 = 4 \cdot 10^{\dots}$

3) $0,003 = 3 \cdot 10^{\dots}$

2) $0,42 = 4,2 \cdot 10^{\dots}$

4) $0,0008 = 8 \cdot 10^{\dots}$

135 Calculer :

1) $5 \cdot 10^{-3}$

3) $30 \cdot 10^{-4}$

5) $0,4 \cdot 10^{-1}$

7) $2 \cdot 10^{-8}$

2) $3 \cdot 10^{-2}$

4) $4 \cdot 10^0$

6) $300 \cdot 10^{-2}$

8) $1,7 \cdot 10^{-7}$

A large, thick, grey number '2' is positioned on the left side of the page, serving as a background element. The number is stylized with a curved top and a horizontal base.

***LES
NOMBRES
DÉCIMAUX
RELATIFS***

THÉORIE

1. LES NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

Dans ce chapitre nous utiliserons des nombres décimaux relatifs. Un **nombre décimal relatif** est un nombre décimal positif (ou 0), précédé d'un signe (+ ou -).

Voici quelques exemples de nombres relatifs:

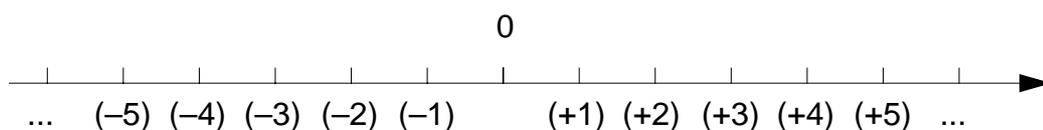
$-2,5$; $+3$; $+0,0027$; -579 ; 0 ; $-0,125$

(Le 0 s'écrit sans signe. On omet souvent d'écrire le signe + devant un nombre positif.)

1.1 RAPPELS DE 7e

a) La droite numérique

Avec les nombres relatifs, on peut graduer une droite de part et d'autre de 0.

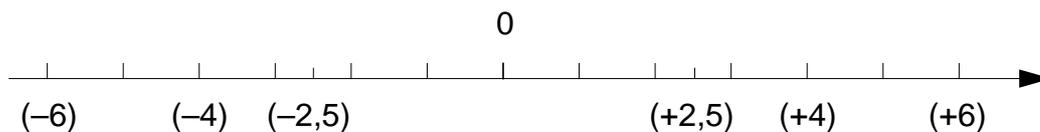


Par convention, on dira que le plus petit de deux nombres relatifs est celui qui est placé le plus à gauche sur la droite numérique horizontale. On utilisera les symboles < et > comme pour les nombres décimaux positifs.

Exemples

$1 < 7$; $-1 < 0$; $-3 < 5$; $-2,5 < -2$; $-10 < -3$,

$7 > 1$; $0 > -1$; $5 > -3$; $-2 > -2,5$; $-3 > -10$.

b) Nombres opposés

Deux nombres situés sur la droite numérique, de part et d'autre de 0 et à la même distance de 0, sont dits **nombres opposés**.

L'opposé du nombre n se note: $-n$

Exemples

L'opposé de 0 est 0.

L'opposé de -6 est $+6$. On écrit: $-(-6) = +6$.

L'opposé de $+4$ est -4 . On écrit: $-(+4) = -4$.

L'opposé de $+2,5$ est $-2,5$. On écrit: $-(+2,5) = -2,5$.

c) La valeur absolue d'un nombre relatif

La valeur absolue d'un nombre relatif est sa distance au zéro sur la droite numérique.

Notation: la valeur absolue du nombre a s'écrit $|a|$ et se lit "valeur absolue de a ".

Exemples

$$|-6| = 6 \quad ; \quad |-0,125| = 0,125 \quad ; \quad |0| = 0 \quad ; \quad |+0,0027| = 0,0027$$

2. OPÉRATIONS AVEC LES NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

2.1 RAPPEL DE 7e: ADDITION ET SOUSTRACTION DE NOMBRES RELATIFS

On a appris en 7e comment additionner deux nombres relatifs, et comment soustraire un nombre relatif d'un autre. Rappelons brièvement comment on procède, et les propriétés principales de ces deux opérations.

L'addition

- 1) Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on additionne leurs valeurs absolues, puis on prend le même signe que celui des deux nombres.

Par exemple,

$$(+4,5) + (+11,2) = +15,7 \quad ; \quad (-5,1) + (-7,3) = -12,4$$

- 2) Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on soustrait la plus petite valeur absolue de la plus grande, puis on prend le signe de celui des deux nombres qui a la plus grande valeur absolue.

Par exemple,

$$(+3) + (-8) = -5 \quad ; \quad (+3,7) + (-1,5) = +2,2$$

Propriétés

La somme d'un nombre relatif et de son opposé est égale à 0.

Par exemple,

$$(+2) + (-2) = 0 \quad ; \quad (-1,3) + (+1,3) = 0$$

L'addition de nombres relatifs est:

– commutative: $a + b = b + a$

– associative: $a + (b + c) = (a + b) + c$

La soustraction

Soustraire un nombre relatif, c'est additionner son opposé.

Par exemple,

$$(+3) - (+4) = (+3) + (-4) = -1 \quad ; \quad (-2,5) - (-2,7) = (-2,5) + (+2,7) = +0,2$$

Remarques (simplifications d'écriture)

- 1) On peut simplifier l'écriture d'une somme en supprimant les parenthèses, et les signes + qui les séparent.

Par exemple,

$$(-2) + (+7) + (-6) = -2 + 7 - 6 = -1$$

- 2) Dans une suite d'additions et de soustractions, on transforme d'abord chaque soustraction en addition de l'opposé, puis on passe à l'écriture simplifiée comme en (1).

Par exemple,

$$(+7) - (+5) - (-4) + (-8) = (+7) + (-5) + (+4) + (-8) = +7 - 5 + 4 - 8 = -2$$

2.2 MULTIPLICATION ET DIVISION DE NOMBRES RELATIFS

On sait comment multiplier deux nombres positifs, et comment diviser un nombre positif par un autre. Voyons maintenant comment on fait lorsqu'il s'agit de nombres relatifs.

La multiplication**Règles de calcul**

- Le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif**; c'est le produit de leurs valeurs absolues.

Par exemple,

$$(+3) \cdot (+7) = +21 \quad ; \quad (-14) \cdot (-2) = +28$$

- Le produit de deux nombres relatifs de **signes contraires** est **négatif**; c'est l'opposé du produit de leurs valeurs absolues.

Par exemple,

$$(+8,6) \cdot (-3) = -25,8 \quad ; \quad (-2,5) \cdot (+4) = -10$$

- La "règle des signes" de la multiplication est parfois énoncée de la manière suivante:

+ fois +	donne +
- fois -	donne +
+ fois -	donne -
- fois +	donne -

Propriétés

La multiplication de nombres relatifs est:

- commutative: $a \cdot b = b \cdot a$
- associative: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

La **distributivité** lie la multiplication et l'addition: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

La division

Pour diviser un nombre relatif par un autre, on divise les valeurs absolues puis on applique une règle des signes semblable à celle de la multiplication:

+ divisé par + donne +	$(+21) : (+3) = +7$
– divisé par – donne +	$(-25,8) : (-3) = + 8,6$
– divisé par + donne –	$(-10) : (+4) = -2,5$
+ divisé par – donne –	$(+28) : (-2) = -14$

2.3 L'EXPONENTIATION DE NOMBRES RELATIFS

L'exponentiation de nombres relatifs se définit comme pour les nombres positifs: pour n entier, $n > 0$, on note

$$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$$

n facteurs

Le calcul se fait en appliquant la règle des signes de la multiplication.

Par exemple,

$$(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +8 \quad ; \quad (-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

Propriété

Comme pour les nombres positifs, si a est un nombre relatif et si m et n sont des entiers positifs, alors

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Règle pratique

– une puissance d'un nombre positif est positive

– une puissance d'un nombre négatif est $\begin{cases} \text{positive, si l'exposant est pair} \\ \text{négative, si l'exposant est impair} \end{cases}$

En résumé, cette règle s'écrit:

– si $a > 0$, alors $a^n > 0$

– si $a < 0$, alors $\begin{cases} a^n > 0 \text{ si } n \text{ est pair} \\ a^n < 0 \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$

Exemples

$$\begin{array}{l} (+5)^2 = +25 \quad \text{et} \quad (+5)^3 = +125 \\ (-5)^2 = +25 \quad \text{et} \quad (-5)^3 = -125 \end{array}$$

EXERCICES ORAUX

136 Calculer l'opposé de chacun de ces nombres :

- | | | | | | |
|---------|----------|-----------|-----------|------------|--------------|
| 1) -7 | 3) -6 | 5) $+2,3$ | 7) $-2,5$ | 9) $-2,3$ | 11) $-3,4$ |
| 2) $+9$ | 4) -45 | 6) 0 | 8) $+3,4$ | 10) $+2,2$ | 12) $-6,248$ |

137 Donner la valeur absolue de chacun de ces nombres :

- | | | | | | |
|---------|----------|-----------|-----------|------------|--------------|
| 1) -7 | 3) -6 | 5) $+2,3$ | 7) $-2,5$ | 9) $-2,3$ | 11) $-3,4$ |
| 2) $+9$ | 4) -45 | 6) 0 | 8) $+3,4$ | 10) $+2,2$ | 12) $-6,248$ |

138 Calculer :

- | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $(+4) + (-7)$ | 4) $(-4) + (-8)$ | 7) $(-2) + (+6)$ |
| 2) $(-3) - (+2)$ | 5) $(-7) + (-12)$ | 8) $(-3) - (-12)$ |
| 3) $(+6) + (+3)$ | 6) $(+3) - (-4)$ | 9) $(-6) - (+13)$ |

139 Calculer :

- | | | |
|-------------------|--------------------|------------------|
| 1) $(-6) - (+12)$ | 4) $(+2) - (+2)$ | 7) $(+4) - (-6)$ |
| 2) $(+4) + (-8)$ | 5) $(+48) + (-48)$ | 8) $(-8) - (+6)$ |
| 3) $(-7) - (-6)$ | 6) $(-7) - (+3)$ | 9) $(+5) + (-8)$ |

140 Calculer :

- | | | |
|--------------------|------------------|--------------------|
| 1) $(+7) + (-3)$ | 4) $(-6) + (-4)$ | 7) $(-2) - (-6)$ |
| 2) $(-12) - (-14)$ | 5) $(-3) - (+7)$ | 8) $(-6) - (+4)$ |
| 3) $(+8) + (-6)$ | 6) $(+8) - (-4)$ | 9) $(+12) + (-12)$ |

141 Calculer $a + b$ si

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1) $a = -2$ et $b = +5$ | 3) $a = -4$ et $b = -8$ | 5) $a = -6$ et $b = 0$ |
| 2) $a = -3$ et $b = -6$ | 4) $a = +6$ et $b = -12$ | 6) $a = +12$ et $b = -12$ |

142 Calculer $a - b$ si

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1) $a = -6$ et $b = +3$ | 3) $a = -5$ et $b = +8$ | 5) $a = +3$ et $b = -7$ |
| 2) $a = +7$ et $b = -5$ | 4) $a = -7$ et $b = -5$ | 6) $a = -8$ et $b = -10$ |

143 Calculer :

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| 1) $-3 + 6 - 4 - 2$ | 5) $-7 + 3 + 0 - 8$ |
| 2) $+6 - 2 - 4 + 8 - 6$ | 6) $-3 - 8 + 2 - 6$ |
| 3) $+12 + 4 - 10$ | 7) $+7 - 2 - 4$ |
| 4) $-7 - 8 + 3 - 12$ | 8) $-7 + 6 - 3 - 5$ |

144 Calculer :

- | | |
|---------------------|-----------------------------|
| 1) $+2 + 4 - 6$ | 5) $+8 - 3 - 6 - 4 + 6 - 3$ |
| 2) $+6 - 2 - 12$ | 6) $-2 - 7 + 4 - 3$ |
| 3) $-3 - 5 + 2 - 6$ | 7) $+2 - 6 - 8 + 4 + 8$ |
| 4) $-7 + 7 - 3 + 3$ | 8) $+6 - 8 - 3 + 6$ |

145 Calculer :

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $-7 - 9 + 8 + 3 - 6 - 4 + 12$ | 5) $-7 + 3 + 7 - 4 - 6 + 2$ |
| 2) $-3 + 6 + 4 - 8 - 6 + 12 - 5$ | 6) $-5 + 12 + 4 - 8 - 5 + 0 - 4$ |
| 3) $-7 - 6 + 4 - 3 + 6 - 5 + 7$ | 7) $+6 + 3 - 5 - 7 + 2 + 4 - 3$ |
| 4) $+2 + 8 - 6 - 12 + 4 - 5 + 6$ | 8) $-8 - 3 + 12 + 4 - 6 - 7 + 2$ |

146 Calculer :

- | | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1) $(-2) \cdot (+3)$ | 4) $(-6) \cdot (+10)$ | 7) $(+12) \cdot (-1)$ | 10) $(+3) \cdot (+7)$ |
| 2) $(+5) \cdot (-7)$ | 5) $(+6) \cdot (+7)$ | 8) $(-3) \cdot (+4)$ | 11) $(+4) \cdot (-9)$ |
| 3) $(-7) \cdot (-3)$ | 6) $(-2) \cdot (-3)$ | 9) $(+4) \cdot (+2)$ | 12) $(-3) \cdot (-5)$ |

147 Calculer :

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $(-7) \cdot (-2)$ | 4) $(-3) \cdot (-4)$ | 7) $(-2) \cdot (+13)$ | 10) $(-8) \cdot (+4)$ |
| 2) $(+3) \cdot (-12)$ | 5) $(-10) \cdot (-1)$ | 8) $(-2) \cdot (+5)$ | 11) $(-1) \cdot (+7)$ |
| 3) $(+2) \cdot (+8)$ | 6) $(+7) \cdot (+8)$ | 9) $(+3) \cdot (-7)$ | 12) $(+4) \cdot (-11)$ |

148 Calculer :

- | | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $(+12) \cdot (-6)$ | 4) $(+2) \cdot (-9)$ | 7) $(-3) \cdot 0$ | 10) $(+3) \cdot (+5)$ |
| 2) $(-3) \cdot (+7)$ | 5) $(-6) \cdot (+6)$ | 8) $(-7) \cdot (+1)$ | 11) $(-7) \cdot (-7)$ |
| 3) $(-5) \cdot (+8)$ | 6) $(+6) \cdot (-4)$ | 9) $(-5) \cdot (-2)$ | 12) $(+12) \cdot (-1)$ |

149 Calculer :

- | | | |
|----------------------|---------------------|-------------------|
| 1) $(+48) : (-6)$ | 4) $(-12) : (-4)$ | 7) $(-5) : (-1)$ |
| 2) $(-63) : (-9)$ | 5) $(-0,1) : (-10)$ | 8) $(+72) : (-9)$ |
| 3) $(+100) : (-0,1)$ | 6) $(+28) : (-7)$ | 9) $(-12) : (+3)$ |

150 Calculer :

1) $(-12) : (+0,4)$

4) $(-8) : (+2)$

7) $(-0,5) : (+10)$

2) $(+100) : (-10)$

5) $(+16) : (+4)$

8) $(-15) : (-3)$

3) $(+7) : (-1)$

6) $(-3) : (+3)$

9) $(+1000) : (-100)$

151 Calculer :

1) $(-40) : (-8)$

4) $(+560) : (-8)$

7) $(-4200) : (+60)$

2) $(+64) : (+8)$

5) $(-8,1) : (-9)$

8) $(-5,4) : (-0,9)$

3) $(-49) : (+7)$

6) $(-36) : (-60)$

9) $(+349) : (-349)$

152 Calculer :

1) $(-3)^2$

3) $(+9)^2$

5) $(-1)^2$

7) $(-3)^4$

2) $(+2)^5$

4) $(-3)^3$

6) $(+3)^3$

8) $(-3)^5$

153 Calculer :

1) $(+3)^2$

3) $(+4)^2$

5) $(-1)^7$

7) $(-1)^{1235}$

2) $(-1)^2$

4) $(-5)^3$

6) $(+1)^4$

8) $(-1)^{2344}$

154 Calculer :

1) $(-4)^2$

3) 0^3

5) $(-5)^2$

7) $(-1)^{127}$

2) $(+2)^2$

4) $(-1)^{73}$

6) $(+7)^2$

8) $(+1)^{127}$

EXERCICES ÉCRITS

155 Calculer :

- 1) $(-2,3) + (-4,5) + (-3,7) + (-6,2)$
- 2) $(+2,7) + (-3,8) + (-12) + (-3,5)$
- 3) $(+42) + (-56) + (-37) + (+56)$
- 4) $(+17) + (-36) + (+42) + (-17)$
- 5) $(-52,1) + (+48) + (-36,9) + (+42,2)$
- 6) $(+51,3) + (-36,7) + (-27,6) + (-12,3)$

156 Calculer :

- 1) $(+2,7) + (-3,4) + (-5,6) + (-6,2)$
- 2) $(-4,7) + (+5,8) + (-5,8) + (-1,7)$
- 3) $(+28) + (+32) + (-59) + (+23)$
- 4) $(+42) + (-36) + (-27) + (-34)$
- 5) $(-47) + (+36) + (-27,3) + (-32,7)$
- 6) $(+28) + (-32,5) + (+42,7) + (+17,3)$

157 Calculer :

- 1) $(-2,3) - (+3,4) + (-5,2) + (+4,7) - (-5,2)$
- 2) $(-17) + (+32) + (-34) + (+73) - (+19)$
- 3) $(+12) - (+32) + (-34) - (+36) - (-52)$
- 4) $-(-17) + (-32) - (+34) + (-41)$
- 5) $(-52) - (+52) + (-34) - (-43)$
- 6) $(+0,25) + (-0,3) + (+0,5) - (-2,3) - (+0,75)$

158 Calculer :

- 1) $(-5,2) + (+3,7) + (-2,8) - (+4,5) + (+5,2)$
- 2) $-(-27) - (+32) + (-45) - (-12) + (+45)$
- 3) $(+0,2) - (+3,1) - (-1,5) + (-0,6) - (+2,5)$
- 4) $(-6,2) - (+36) + (-3,8) - (-23) + (-27)$
- 5) $-(-0,3) - (+0,7) + (+1,2) - (-0,5) - (-1,2)$
- 6) $(-1,5) - (+3,5) + (-6,5) - (-7) + (-4)$

159 Simplifier l'écriture, puis calculer :

- 1) $(+3) + (-6) - (+4) + (-7) - (-6) + (-3)$
- 2) $(+2) + (-5) - (-3) + (-4) - (+6) + (-3)$
- 3) $(-12) + (+27) + (-5) - (-4) + (+12) - (-17)$
- 4) $(-6) + (-12) - (+3) + (-4) - (-5) - (+3)$
- 5) $(+14) + (-15) - (+14) + (-6) - (-3) + (+15)$
- 6) $(+3) + (-12) - (+4) + (-6) - (-7) - (+4)$

160 Simplifier l'écriture, puis calculer :

- 1) $(-0,5) + (+3,2) - (+4,1) + (-2,7) - (+1,3)$
- 2) $- (+6,2) - (-3,4) + (-1,7) - (+3,4) + (-5,2)$
- 3) $(+51) - (-36) + (-42) - (-27) - (+36) + (-23)$
- 4) $(+5) - (-35) + (-10) - (+35) + (-45) - (+30)$
- 5) $-(-27) - (+34) + (-52) - (-43) + (+27) - (-17)$
- 6) $(-10,3) + (-42,6) + (+32,7) + (+42,6)$

161 Simplifier l'écriture, puis calculer :

- 1) $(-4,2) + (-3,6) - (-5,2) - (+8,7)$
- 2) $(+18) + (-23) - (+24) + (+73) - (-38)$
- 3) $-(-0,3) + (-0,4) - (+0,7) - (-0,6) - (-1,2)$
- 4) $(+6,2) + (-3,5) - (+6,2) - (+3,8) + (+7,3)$
- 5) $(-28) + (+32) + (-15) - (+32) + (-48) - (+36)$
- 6) $- (+15) + (-32) - (-27) + (-15) - (-73) + (-25)$

162 Calculer $a - b + c$ si

- | | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1) $a = -7$ | 2) $b = +12$ | 3) $c = -14$ | 4) $a = +2,5$ | 5) $b = -7,5$ | 6) $c = +3,8$ |
| 2) $a = -6,2$ | 3) $b = +4,2$ | 4) $c = -5,7$ | 5) $a = -5$ | 6) $b = +27$ | 7) $c = -15$ |
| 3) $a = -32$ | 4) $b = -48$ | 5) $c = -12$ | 6) $a = +8$ | 7) $b = -1$ | 8) $c = -3$ |

163 Calculer $a - (b + c)$ si

- | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|----------------|----------------|----------------|
| 1) $a = -3$ | 2) $b = +12$ | 3) $c = -15$ | 4) $a = +26,5$ | 5) $b = +41,3$ | 6) $c = -41,3$ |
| 2) $a = -26$ | 3) $b = -32$ | 4) $c = +14$ | 5) $a = +8,4$ | 6) $b = -6,9$ | 7) $c = +2,9$ |
| 3) $a = +12$ | 4) $b = -15$ | 5) $c = -17$ | 6) $a = +12,7$ | 7) $b = -12,7$ | 8) $c = +2,4$ |

164 Calculer $-a - (b - 3)$ si

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $a = +8$ et $b = -5$ | 4) $a = -5,6$ et $b = +3$ |
| 2) $a = -6$ et $b = +12$ | 5) $a = +128$ et $b = -128$ |
| 3) $a = +2,7$ et $b = -4,1$ | 6) $a = -0,3$ et $b = +0,7$ |

165 Calculer :

- | | |
|--|--|
| 1) $(+3,4) \cdot (-1) \cdot (+20)$ | 4) $(-3) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (-6)$ |
| 2) $(-0,7) \cdot (+0,8) \cdot (-100)$ | 5) $(+30) \cdot (-4) \cdot (+0,2)$ |
| 3) $(+4,7) \cdot (-0,01) \cdot (-100)$ | 6) $(-0,7) \cdot (+0,3) \cdot (-200)$ |

166 Calculer :

- | | |
|--|---|
| 1) $(+0,4) \cdot (-50) \cdot (+100) \cdot (-0,1)$ | 4) $(-60) \cdot (-0,2) \cdot (-0,4) \cdot (-2,5)$ |
| 2) $(+1,7) \cdot (-0,3) \cdot (-100) \cdot (+0,1)$ | 5) $(-0,6) \cdot (-0,2) \cdot (-0,5) \cdot (-3)$ |
| 3) $(-30) \cdot (+0,5) \cdot (+10) \cdot (-0,2)$ | 6) $(+100) \cdot (-1) \cdot (-0,4) \cdot (-2,5)$ |

167 Calculer :

- | | |
|---|---|
| 1) $(-0,5) \cdot (+150) \cdot (-10) \cdot 0 \cdot (-4)$ | 4) $(+0,2) \cdot (-0,5) \cdot (-0,5) \cdot (+200) \cdot (+0,3)$ |
| 2) $(+0,3) \cdot (-0,07) \cdot (+100) \cdot (+20)$ | 5) $(-20) \cdot (-50) \cdot (+0,6) \cdot (-3)$ |
| 3) $(-8) \cdot (+0,4) \cdot (-100) \cdot (+0,1) \cdot (-1)$ | 6) $(+2) \cdot (-5) \cdot (-1,5) \cdot (-1)$ |

168 Calculer $a \cdot b \cdot c$ si

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $a = -1$ $b = -1$ $c = -1$ | 4) $a = +4$ $b = 0$ $c = +39$ |
| 2) $a = -1$ $b = +3$ $c = +1$ | 5) $a = +15$ $b = -15$ $c = -1$ |
| 3) $a = -1$ $b = +5$ $c = -1$ | 6) $a = +4$ $b = +4$ $c = +4$ |

169 Calculer $x \cdot y \cdot z$ si

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| 1) $x = +3$ $y = +2$ $z = -1$ | 4) $x = -4$ $y = -5$ $z = +7$ |
| 2) $x = -4$ $y = -5$ $z = -7$ | 5) $x = +3$ $y = -2$ $z = +6$ |
| 3) $x = +2$ $y = +6$ $z = +10$ | 6) $x = +3$ $y = +2$ $z = -6$ |

170 Calculer $2abc$ si

- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $a = -0,3$ $b = +20$ $c = -0,4$ | 4) $a = -0,5$ $b = -0,6$ $c = +7$ |
| 2) $a = +70$ $b = +20$ $c = -5$ | 5) $a = +40$ $b = -2$ $c = +50$ |
| 3) $a = -1,5$ $b = 0$ $c = +30$ | 6) $a = -4$ $b = +20$ $c = -0,05$ |

171 Calculer :

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(+5) \cdot (-3 + 6)$ | 4) $(+6 - 11 + 5) \cdot (-3 - 7)$ |
| 2) $(-7) \cdot (-2 + 15)$ | 5) $(+6 + 0) \cdot (+5 + 15)$ |
| 3) $(-3 - 11) \cdot (+2 - 5)$ | 6) $(+4 - 3) \cdot (+6 - 7)$ |

172 Calculer :

- | | |
|-------------------------------|--|
| 1) $-(-3 + 5) \cdot (+2)$ | 4) $(+5 - 3) \cdot (-2) - (-4 + 19) \cdot (+10)$ |
| 2) $-(-7 - 9) \cdot (-4)$ | 5) $(+5) + (-2) \cdot (+3 - 5)$ |
| 3) $-(-3 + 5) \cdot (-4 + 7)$ | 6) $(+5 - 2) \cdot (+3) - 5$ |

173 Calculer :

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1) $+5 + (-2) \cdot (+3) - 5$ | 5) $-3 - (+4 - 3) - 5$ |
| 2) $(+5 - 2) \cdot (+3 - 5)$ | 6) $(+5 - 12) \cdot (-3) + (-5) \cdot (+6 - 15)$ |
| 3) $-(+3 - 4) + (+3 - 5) \cdot (-1)$ | 7) $-(-7 - 2) \cdot (-5) + (-2) \cdot (-9 - 17)$ |
| 4) $-(+3 - 4) - (+3 - 5)$ | 8) $(+3) - (-5) \cdot (+7) - (-3) \cdot (+5)$ |

174 Calculer $a \cdot (b + c)$ si

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $a = +3$ $b = -5$ $c = -7$ | 4) $a = +6$ $b = 0$ $c = -3$ |
| 2) $a = -5$ $b = -2$ $c = +9$ | 5) $a = 0$ $b = -15$ $c = -1$ |
| 3) $a = -1$ $b = -4$ $c = +1$ | 6) $a = +8$ $b = +6$ $c = +5$ |

175 Calculer $5a^2b^3$ si

- | | | |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $a = +11$ $b = -2$ | 3) $a = +6$ $b = -4$ | 5) $a = -10$ $b = -1$ |
| 2) $a = -4$ $b = +5$ | 4) $a = -9$ $b = +3$ | 6) $a = -5$ $b = +2$ |

176 Calculer a^2bc^3 si

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) $a = -1$ $b = +2$ $c = -2$ | 4) $a = 0$ $b = +1$ $c = -5$ |
| 2) $a = -5$ $b = +1$ $c = +2$ | 5) $a = -5$ $b = +11$ $c = +3$ |
| 3) $a = -5$ $b = +1$ $c = -2$ | 6) $a = +9$ $b = 0$ $c = -3$ |

177 Calculer $\frac{x+3y}{z}$ si

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) $x = -7$ $y = +6$ $z = -1$ | 3) $x = -12$ $y = -1$ $z = -5$ |
| 2) $x = +6$ $y = -5$ $z = +3$ | 4) $x = +2$ $y = -4$ $z = +2$ |

178 Calculer :

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1) $(-2)^2 \cdot (+1)^3 \cdot (-3)^3$ | 4) $(-1)^7 \cdot 0 \cdot (+15)^3$ |
| 2) $(-1)^{17} \cdot (+1)^3 \cdot (+1)^{16}$ | 5) $(-4)^2 \cdot (-2) \cdot (-1)^5$ |
| 3) $(-5)^2 \cdot (+2)^3 \cdot (+7)^2$ | 6) $(+1)^{167} \cdot (+167)^1$ |

179 Calculer :

1) $(-2)^3 + (-1)^5 + (+3)^2$

2) $(-1)^3 + (+3)^2 - (-6)^2$

3) $(+7)^2 - (-1)^7 - (-3)^2$

4) $(-1)^2 - (+1)^3 + (-1)^7$

5) $(-1)^6 - (-1)^8$

180 Calculer :

1) $(-3)^3 \cdot (+2)^2 - (+1)^5$

2) $0^6 \cdot (+3)^2 + (-4)^3$

3) $(-7)^2 \cdot (+1)^7 - (-5)^2$

4) $(-3)^2 \cdot (-2)^4 - (-5) \cdot (+2)^2$

5) $(-3) \cdot (+4)^2 - (+2) \cdot (-5) + (-2)^2$

6) $(-3)^2 - (-5) \cdot (+7)^7 + (-2)^5$

181 Calculer :

1) $(+3)^2 - (+5)^2 \cdot (-1)^3$

2) $(-4)^2 \cdot (+3) - (-2)^3$

3) $(-2)^3 \cdot (+3)^2 + (-1)^5 \cdot (-5)^2$

4) $(3 - 5)^3 \cdot (+4)^2$

5) $(1 - 2)^4 - (-5)^2 \cdot (+2)$

6) $(+7)^2 + (-3)^3 \cdot (+2)$

182 Calculer :

1) $(-1)^5 - (-2)^4 + (-3)^3 + (+4)^2 - (-5)$

2) $(-3)^3 + (-2) \cdot [(-1)^5 + (+3)] - (-2)^3 \cdot (-2)$

3) $(+4)^2 \cdot (-1)^2 + (-2)^3 \cdot (+3)$

4) $(+4)^2 \cdot [(-1)^2 + (-2)^3] \cdot (+3)$

5) $-(-1)^3 \cdot (+2)^2 + (+1)^2 \cdot (+11)^2$

6) $(-1)^5 \cdot (+2)^3 \cdot (-3)^2 - (-3)^3 + (-1) \cdot (+4)^2$

7) $(-3)^2 \cdot (+2) - (-6)^2 - (-1)^7 \cdot (+2) + (-3)^2$

183 Calculer :

1) $(-3)^2 \cdot (+2,5) - (-6,3) : (-10)$

2) $(+1,2)^2 \cdot (-0,1) + (-0,1)^2 \cdot (+1000)$

3) $(-2,5) \cdot (+2)^3 + (-3,2) \cdot (-10)$

4) $(+0,3)^2 \cdot (-0,2)^3 - (-0,9)^2 : (+0,3)^3$

184 Calculer :

- 1) $(-4 + 3)^4 \cdot (-2) + (-1)^2 \cdot (-5) - (-3)^2 + (-4) \cdot (-5)^2$
- 2) $(-4) + (+3)^4 \cdot [(-2) + (-1)^2] \cdot (-5) - [(-3)^2 + (-4)] \cdot (-5)^2$
- 3) $(+2)^6 - [(-2) \cdot (-3)]^2 + (-2)^2 \cdot (-3)^2$
- 4) $[(-2)^5 \cdot (+3 - 5)^2] : (-2)^4 + (-1)^5 \cdot (-4)$

185 Calculer :

- 1) $(+3)^3 : (-3)^2 - (-5 + 7)^3 \cdot (-1)^4$
- 2) $[(+4) + (-5)]^2 \cdot 2^2$
- 3) $[(+4)^2 + (-5)^2] \cdot 2^2$
- 4) $[(-2)^4 + (+2)^3 + (+5)^3 - (-10)^3] : (-3)$

186 Calculer la valeur de $5x^2 - 3x + 7$ si

- 1) $x = -1$
- 2) $x = +1$
- 3) $x = +3$
- 4) $x = -7$

187 Substituer $x = -2$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

- 1) $3x^2 - x - 2 - 3x - 5x^2$
- 2) $5x^2 + 3x - 7x^2 + 2x$
- 3) $12x^2 - 24x - 5x^2 + 14x - 7x^2$
- 4) $7x^3 + 3x - 5x^2 - x$

188 Calculer la valeur de $-5x^5 + 3x^4 - 7x^3 + 2x^2 - x + 15$ si

- 1) $x = -1$
- 2) $x = -2$
- 3) $x = +3$
- 4) $x = -10$

189 Calculer la valeur de $3x^2y + 2xy^2$ si

- 1) $x = 0$ et $y = +2$
- 2) $x = -2$ et $y = -1$
- 3) $x = +1$ et $y = -3$
- 4) $x = -5$ et $y = +2$

190 Substituer $a = -2$ et $b = -1$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

- 1) $a^2 - 5$
- 2) ab^2
- 3) $a^2 + b^2$
- 4) $(a - b^2) \cdot a$
- 5) $a^2b - 1$
- 6) $a^2 - 5b$

191 Calculer la valeur de $3a^2b + 5ab + b^3c^2$ si

1) $a = +1$ $b = -5$ $c = +2$

3) $a = -4$ $b = -1$ $c = -5$

2) $a = 0$ $b = +4$ $c = -3$

192 Substituer $a = -1$, $b = +2$ et $c = -3$ dans les expressions suivantes, et calculer :

1) $a^2 - b + c$

3) $-a^2 + (-b)^3 - c$

5) $ab - ac$

2) $a^2b - b^2 + ac$

4) $-ac - bc^3$

6) $a^2c - ac^2 - (ac)^2$

193 Substituer $a = -3$ et $b = +2$ dans les expressions suivantes, et calculer :

1) $(-a)^2 + b$

3) $(-ab^2)^2$

5) $a^2b - b^2$

2) $-a^2 - ab$

4) $(-a)^2(-b)^2$

6) $(a + 1)^2 \cdot (b - 4)^2$

194 Calculer la valeur de a^b si

1) $a = -3$ et $b = 4$

3) $a = -2$ et $b = 6$

5) $a = -1$ et $b = 0$

2) $a = -5$ et $b = 2$

4) $a = 0$ et $b = 7$

6) $a = +4$ et $b = 3$

195 Calculer la valeur de $a^b + a$ si

1) $a = -3$ et $b = 3$

3) $a = -7$ et $b = 2$

5) $a = +2$ et $b = 5$

2) $a = -1$ et $b = 7$

4) $a = -2$ et $b = 5$

6) $a = -1$ et $b = 3$

196 Calculer la valeur de $a^b + c^d$ si

1) $a = +3$ $b = 3$ $c = -5$ $d = 2$

2) $a = +6$ $b = 0$ $c = -5$ $d = 2$

3) $a = -1$ $b = 17$ $c = -1$ $d = 3$

197 Une mère a 43 ans et son fils a 12 ans. Quel sera l'âge de la mère lorsque le fils aura 27 ans ? Quel sera l'âge du fils lorsque la mère fêtera ses 80 ans ?

198 On a partagé une certaine somme entre deux personnes. La première a reçu 148 fr., soit 229 fr. de moins que la seconde. Quelle somme a-t-on partagée ?

199 Si j'avais 3000 fr. de plus, je pourrais m'acheter une voiture qui coûte 12 930 fr., et il me resterait 1560 fr. Combien d'argent ai-je ?

- 200** Anne a 13 ans. En quelle année aura-t-elle 47 ans ? Quel sera son âge en l'an 2031 ?
- 201** Pierre a emprunté 6340 fr. Il rembourse 1240 fr., puis 875 fr., et enfin 2340 fr. Combien doit-il encore rembourser ?
- 202** La somme de deux nombres est 2456. L'un d'eux est 738. De combien le plus grand surpasse-t-il le plus petit ?
- 203** Si l'on ajoute les 2345 fr. d' Albert à l'argent de Bernadette, on trouve 6732 fr. Combien possède Bernadette ?
- 204** Platon naquit à Athènes en 427 avant Jésus-Christ. Il avait 28 ans lorsque son maître Socrate mourut. En 377 av. J.-C., Platon fonda une école de philosophie, l'Académie, dans laquelle il enseigna jusqu'à sa mort, survenue en 348 av. J.-C.
- 1) En quelle année est mort Socrate ?
 - 2) Quel âge avait Platon lorsqu'il fonda l'Académie ?
 - 3) Durant combien d'années y enseigna-t-il ?
 - 4) À quel âge mourut-il ?
- 205** L'historien grec Hérodote (484 à 420 av. J.-C.) rapporte que Thalès de Milet (624 à 548 av. J.-C.) avait prévu une éclipse de soleil survenue en 585 av. J.-C.
- 1) Quel âge avait Thalès de Milet lors de l'éclipse de soleil ?
 - 2) À quel âge est mort Thalès de Milet ?
 - 3) Depuis combien d'années était mort Thalès de Milet à la naissance d'Hérodote ?
 - 4) À quel âge est mort Hérodote ?
- 206** Alexandre le Grand (356 à 323 av. J.-C.) succéda à son père Philippe de Macédoine (382 à 336 av. J.-C.) à l'âge de vingt ans. Auparavant, il fut l'élève du philosophe grec Aristote (384 à 332 av. J.-C.).
- 1) Quel âge avait Aristote à la naissance d'Alexandre ?
 - 2) Quel âge avait Philippe de Macédoine à la naissance de son fils Alexandre ?
 - 3) À quel âge Aristote est-il mort ?
 - 4) À quel âge Philippe de Macédoine est-il mort ?
 - 5) À quel âge Alexandre le Grand est-il mort ?

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

207 Pour lire le message caché dans ce tableau, il faut :

- Effectuer le calcul situé dans la case "DÉBUT" et inscrire la lettre qui s'y trouve.
 - Chercher la case dont le premier nombre est égal au résultat trouvé.
 - Inscrire la lettre qui s'y trouve et effectuer le calcul.
 - Chercher la case dont le premier nombre est égal au résultat trouvé.
- Et ainsi de suite.

DÉBUT	B	F	B	E	R	R
$(-7)+(-3)=$	$(-3)+(+10)=$	$(+9)+(-3)=$	$(-20)+(+24)=$	$(+6)+(-12)=$	$(-4)+(-4)=$	
I	FIN	E	A	S	L	A
$(-11)+(-23)=$	$(+19)+(-2)=$	$(+7)+(-13)=$	$(+15)+(-16)=$	$(-14)+(-3)=$	$(-17)+(+27)=$	
E	A	I	R	S	N	
$(-8)+(-6)=$	$(-6)+(-5)=$	$(-10)+(-10)=$	$(+12)+(-7)=$	$(-1)+(+12)=$	$(+4)+(-7)=$	
R	T	E	E	I	I	
$(+2)+(-7)=$	$0 - (+14)=$	$(-13)+(+15)=$	$(-2)+(-2)=$	$(+20)+(-24)=$	$(+10)+(-5)=$	

208 Découvrir le message caché dans le tableau suivant, en utilisant la règle décrite à l'exercice 207 .

DÉBUT	B	S	L	A	E
$(-25)+(+32)=$	$(-15)+(-12)=$	$(+5)+(-5)=$	$(-7)+(+7)=$	$(-12)+(-27)=$	
E	A	T	E	V	
$(+10)+(+18)=$	$(+18)+(-21)=$	$(+9)+(-27)=$	$(+21)+(-37)=$	$(+12)+(-17)=$	
I	R	I	P	L	
$0 - (-15)=$	$(+7)+(-17)=$	$(-15)+(-36)=$	$(-9)+(-7)=$	$(-3)+(+19)=$	
U	N	U	O	B	
$(-18)+(+6)=$	$(-16)+(-12)=$	$(-10)+(-15)=$	$(-5)+(-14)=$	$(+3)+(-18)=$	
C	A	S	C	FIN	R
$(+16)+(-26)=$	$(+24)+(-12)=$	$(-24)+(+17)=$	$(-4)+(+22)=$	$(-28)+(-20)=$	

209 Découvrir le message caché dans le tableau suivant, en utilisant la règle décrite à l'exercice 207 .

DÉBUT	S		F		E		I
$(-6) \cdot (-3) =$		$(-25) + (+22) =$		$0 - (-7) =$		$(+4) \cdot (+3) =$	
	I		Q		O		A
$(+2) \cdot (+9) =$		$(+8) \cdot (-1) =$		$(-18) + (+22) =$		$(-3) \cdot (-7) =$	
	E		U		E	FIN	S
$(-6) \cdot (+4) =$		$(-14) + (-6) =$		$(-4) \cdot (-2) =$		$(+18) - (-7) =$	
	A		A		U		T
$(+40) + (-38) =$		$(-12) - (-15) =$		$(-8) \cdot 0 =$		$(+24) - (+30) =$	
	I		S		T		N
$(+5) \cdot (-5) =$		$(+12) \cdot (-1) =$		$(+7) \cdot (-2) =$		$(-24) + (-2) =$	
	T		T		F		C
$(+3) \cdot (+8) =$		$(-26) \cdot (-31) =$		$(-20) \cdot (-2) =$		$(+21) - (+25) =$	

210 Découvrir le message caché dans le tableau suivant, en utilisant la règle décrite à l'exercice 207 .

DÉBUT	L		I		L		N		O
$(-8) \cdot (+6) =$		$(+20) \cdot (-5) =$		$(+5) \cdot (-12) =$		$(-40) \cdot (-3) =$		$(+60) + (-60) =$	
	E		E		C		U		E
$(+54) - (+74) =$		$(-144) - (-200) =$		$(-22) \cdot (+3) =$		$(+40) \cdot (-3) =$		$(-60) - (+36) =$	
	R		R		U		A		T
$(-96) + (+144) =$		$(-120) + (+102) =$		$(+8) \cdot (-5) =$		$(-48) \cdot (-2) =$		$(-18) \cdot (-3) =$	
	L		C		E		F		S
$0 - (-20) =$		$(+96) - (-12) =$		$(+120) - (+142) =$		$(-20) \cdot (-3) =$		$(+56) \cdot (+2) =$	
	T		O		E		O	FIN	E
$(+112) + (-104) =$		$(-66) - (-106) =$		$(+48) \cdot (-3) =$		$(+108) - (+103) =$		$(-100) - (-134) =$	

211 Auguste vécut de 63 av. J.-C. à 14 ap. J.-C. Il fut le premier empereur romain, nommé en 27 avant Jésus-Christ. Il protégea les arts, et fut l'ami des poètes Horace (65 à 8 av. J.-C.), Virgile (70 à 19 av. J.-C.), Tite-Live (59 av. J.-C. à 17 ap. J.-C.) et Ovide (43 av. J.-C. à 17 ap. J.-C.). Auguste adopta Tibère (42 av. J.-C. à 37 ap. J.-C.), qui lui succéda.

Attention: "l'an zéro" n'existe pas !

- 1) Quel âge Auguste avait-il lorsqu'il devint empereur ?
- 2) Quel âge Auguste avait-il à la mort d'Horace ?
- 3) Quel âge Auguste avait-il à la mort de Virgile ?
- 4) Quel âge Auguste avait-il à la naissance de Tite-Live ?
- 5) Quel âge Auguste avait-il à la naissance de Tibère ?
- 6) Quel âge Auguste avait-il à la naissance d'Ovide ?
- 7) Quel âge Tibère avait-il à la mort d'Auguste ?
- 8) Quel âge Tibère avait-il à la mort de Virgile ?
- 9) À quel âge Auguste est-il mort ?
- 10) À quel âge Virgile est-il mort ?
- 11) À quel âge Ovide est-il mort ?
- 12) Durant combien d'années Tibère fut-il empereur ?
- 13) À quel âge Tibère est-il mort ?

212 Trouver la valeur que doit avoir x , si

- | | |
|-------------------------|------------------------------------|
| 1) $(-2) \cdot x = -18$ | 4) $x \cdot (+8) = +40$ |
| 2) $(-5) \cdot x = +10$ | 5) $(-5) \cdot (-3) \cdot x = -15$ |
| 3) $x \cdot (+3) = -27$ | 6) $(-8) \cdot (+2) \cdot x = +80$ |

213 Trouver la valeur que doit avoir x , si

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $(-3) \cdot x + 5 = 17$ | 3) $x \cdot (-8) + 6 = -26$ |
| 2) $(+9) \cdot x - (-2) = -7$ | 4) $x \cdot (+8) - (-2) = 42$ |

214 Trouver la valeur que doit avoir x , si

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| 1) $(-7) \cdot (+4) - x = -35$ | 3) $(+7) \cdot (+2) - x = -6$ |
| 2) $x - (-5) \cdot (+3) = -15$ | 4) $x + (-6) \cdot (+2) = -8$ |

215 Trouver la valeur que doit avoir x , si

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1) $-7 - (+3) \cdot x = -10$ | 3) $(+11) + (-2) \cdot x = 21$ |
| 2) $-25 - (+4) \cdot x = 7$ | 4) $(-9) + (-3) \cdot x = 0$ |

216 Trouver la valeur que doit avoir x , si

1) $(-2)^2 \cdot (-2) = x$

2) $(-2)^3 \cdot x = 48$

3) $(-2)^2 \cdot x = -12$

4) $(-2)^x \cdot (+5) = 20$

5) $(-3)^x \cdot (-3)^2 = 81$

6) $(-3)^x \cdot (-1)^4 = -27$

7) $(-3)^x \cdot (+3) = -81$

8) $(-5)^x \cdot (-1)^7 = -25$

217 Trouver la valeur que doit avoir x , si

1) $x^3 \cdot (+5)^2 = -25$

2) $(-3)^3 \cdot x^3 = -216$

3) $(-3)^3 \cdot x^2 = -108$

4) $(-2)^5 \cdot (-3)^x = 96$

5) $(-5)^4 \cdot (-4)^x = 625$

6) $(-3)^x \cdot (-2)^2 = -108$

218 Calculer, lorsque cela est possible :

1) $\sqrt{9}$

4) $\sqrt[3]{+27}$

7) $\sqrt{-9}$

10) $-\sqrt[4]{-625}$

2) $-\sqrt{9}$

5) $\sqrt[3]{+8}$

8) $\sqrt[3]{-8}$

11) $\sqrt[3]{125}$

3) $\sqrt[3]{-27}$

6) $-\sqrt[4]{16}$

9) $\sqrt[4]{-81}$

12) $-\sqrt{-49}$

219 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $x^2 = +9$

4) $x^2 = -16$

7) $x^2 + 25 = 0$

2) $x^2 = +81$

5) $x^2 - 25 = 0$

8) $x^3 + 27 = 0$

3) $x^3 = -125$

6) $x^2 - 16 = 0$

9) $x^4 + 16 = 0$

220 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $(-3)^x + (-2) = -29$

5) $[(-5) + (+8)]^x = 81$

2) $(+4)^x - (+7) = +9$

6) $[(+9) - (+11)]^x = -32$

3) $(-5)^3 - (-3)^x = -98$

7) $[(-4) - (+5)]^x = -729$

4) $(+7)^2 - (-5)^x = 14$

8) $[(+2) - (-7)]^x = +81$

221 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $x^3 - (+5)^2 = 2$

5) $(-5)^2 + x^5 = -218$

2) $x^3 - (+4)^3 = -72$

6) $[(-5) + x]^3 = 64$

3) $(-11)^2 - x^2 = 21$

7) $[(+7) - x]^2 = 81$

4) $(+8)^3 - x^5 = 269$

8) $[(-8) - x]^3 = -27$

222 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $(-2)^3 \cdot x - (+4) = 36$

5) $(-3)^2 \cdot x^3 - (-50) = -22$

2) $(-5)^2 \cdot x + 3 = -47$

6) $x^4 \cdot (+5)^2 + (-15) = 10$

3) $x \cdot (-4)^2 - (-5) = 85$

7) $(-2)^x \cdot (-3)^2 + (-12) = -3$

4) $x \cdot (-1)^5 - 7 = 0$

8) $x^3 - (+4)^2 \cdot (-1)^5 = -11$

223 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $\sqrt[3]{x} = -27$

5) $\sqrt[4]{(+5) + (-32)} = -3$

2) $\sqrt[5]{81} = +3$

6) $\sqrt[2]{(-4) - x} = -4$

3) $\sqrt[4]{-125} = -5$

7) $\sqrt[3]{(+7) - x} = -4$

4) $\sqrt[5]{(-3) + (+7)} = +2$

8) $\sqrt[3]{(+4) - x} = 64$



**LES FRACTIONS
LES NOMBRES
RATIONNELS**

1. LES FRACTIONS. LES NOMBRES RATIONNELS

1.1 RAPPELS DE 7^e: DIVISEURS ET NOMBRES PREMIERS

a) Vocabulaire

Si d et n sont des entiers positifs, et si d est un diviseur de n , on peut dire aussi:

d divise n ,

ou

n est divisible par d ,

ou encore

n est un multiple de d .

b) Nombres premiers

Tout entier positif est divisible par 1, et par lui-même.

On dit:

- qu'un entier positif est un **nombre premier**, s'il a exactement deux diviseurs;
- qu'un entier positif est **composé**, s'il a plus que deux diviseurs.

L'entier 1 n'est ni premier, ni composé. Tout entier positif plus grand que 1 est soit premier, soit composé. Les deux diviseurs d'un nombre premier sont cet entier lui-même, et l'entier 1.

Voici l'ensemble des nombres premiers inférieurs à 60:

{ 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 }

L'ensemble de tous les nombres premiers a une infinité d'éléments; on ne peut donc pas les énumérer tous.

1.2 LA DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Tout entier composé peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers. Lorsqu'on écrit l'entier sous cette forme, on dit qu'on le "décompose en produit de facteurs premiers".

Par exemple, l'entier 220 se décompose de la manière suivante: $220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$

Voici deux exemples pour montrer comment on peut chercher une telle décomposition.

1) Pour décomposer 96 on peut écrire d'abord

$$96 = 2 \cdot 48$$

L'entier 48 n'est pas premier: on a $48 = 6 \cdot 8$ donc

$$96 = 2 \cdot 48 = 2 \cdot 6 \cdot 8$$

Ni 6 ni 8 ne sont premiers: on a $6 = 2 \cdot 3$ et $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ donc

$$96 = 2 \cdot 6 \cdot 8 = 2 \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)$$

et la décomposition de 96 en produit de facteurs premiers est $96 = 2^5 \cdot 3$.

2) On peut aussi procéder systématiquement, en essayant de diviser l'entier à décomposer par chacun des nombres premiers inférieurs à cet entier.

Décomposons 252 de cette manière:

$$\begin{aligned} 252 : 2 &= 126 \\ 126 : 2 &= 63 \\ 63 : 3 &= 21 \\ 21 : 3 &= 7 \\ 7 : 7 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \end{array}$$

La première ligne ci-dessus indique que le nombre premier 2 divise 252. Le quotient est 126, on l'écrit sous 252. La deuxième ligne indique que 2 divise 126. On continue jusqu'à ce que le quotient soit 1.

Il est pratique de disposer les calculs comme ci-dessus. L'entier 252 est inscrit dans la colonne de gauche; son diviseur premier 2 est inscrit dans celle de droite. Le quotient 126 est inscrit sous 252. Et ainsi de suite.

La décomposition de 252 en produit de facteurs premiers est $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Propriété fondamentale. Quelle que soit la méthode qu'on utilise pour décomposer un entier positif en produit de facteurs premiers, le résultat sera toujours le même; seul l'ordre des facteurs peut être différent.

Par exemple, on peut écrire

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \text{et} \quad 48 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

L'ordre des facteurs est différent, mais on doit utiliser dans les deux cas quatre fois le nombre premier 2, et une fois le nombre premier 3.

Nous allons maintenant voir que la décomposition en produit de facteurs premiers peut être utilisée lorsqu'on doit calculer un pgcd ou un ppcm.

1.3 CALCUL DU PGCD

Le plus grand diviseur commun (pgcd) de deux entiers est le plus grand entier positif qui les divise l'un et l'autre.

Par exemple, le pgcd de 12 et 18 est 6.

Voici deux méthodes pour calculer un pgcd.

- a) Si les entiers sont petits, on peut utiliser les ensembles de diviseurs, comme on l'a fait en 7e.
- b) On peut aussi utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers.

Par exemple, cherchons le pgcd de 120 et 630. Leurs décompositions en produit de facteurs premiers sont

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{et} \quad 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 .$$

Dans le pgcd de 120 et 630 on doit retrouver les facteurs premiers 2, 3 et 5, mais pas 7.

- le facteur 2 doit apparaître une fois, car il n'y a qu'un facteur 2 dans la décomposition de 630, et trois facteurs 2 dans celle de 120,
- le facteur 3 doit apparaître une fois, car il n'y a qu'un facteur 3 dans la décomposition de 120, et deux facteurs 3 dans celle de 630,
- le facteur 5 doit apparaître une fois, car il apparaît une fois dans la décomposition de 120 et une fois dans celle de 630,
- le facteur 7 ne doit pas apparaître, car il n'apparaît pas dans la décomposition de 120.

Donc, le pgcd de 120 et 630 est

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 .$$

On vérifie que

$$120 = 30 \cdot 4 \quad \text{et} \quad 630 = 30 \cdot 21 .$$

1.4 CALCUL DU PPCM

Le plus petit commun multiple (ppcm) de deux entiers positifs est le plus petit entier positif qui est divisible par l'un et par l'autre.

Par exemple, 12 est le ppcm de 4 et 6 .

Plus généralement, le ppcm de plusieurs entiers positifs est le plus petit entier positif qu'ils divisent tous.

Par exemple, 18 est le ppcm de 2, 3 et 9 .

Voici deux méthodes pour calculer un ppcm.

- On peut utiliser les ensembles de multiples, comme on l'a fait en 7e.
- On peut aussi utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers.

Par exemple, cherchons le ppcm de 120 et 630. Leurs décompositions en produit de facteurs premiers sont (on l'a vu pour calculer leur pgcd):

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{et} \quad 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 .$$

Dans le ppcm de 120 et 630, on doit retrouver les facteurs premiers 2, 3, 5 et 7 .

- le facteur 2 doit apparaître trois fois, car il y a trois facteurs 2 dans la décomposition de 120, et un seul dans celle de 630,
- le facteur 3 doit apparaître deux fois, car il y a deux facteurs 3 dans la décomposition de 630, et un seul dans celle de 120,
- le facteur 5 doit apparaître une fois, car il y a un facteur 5 dans la décomposition de 630, et un dans celle de 120,
- le facteur 7 doit apparaître une fois, car il y a un facteur 7 dans la décomposition de 630, et aucun dans celle de 120.

Donc le ppcm de 120 et 630 est

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520 .$$

On vérifie que

$$2520 = 120 \cdot 21 \quad \text{et} \quad 2520 = 630 \cdot 4 .$$

2. LES FRACTIONS

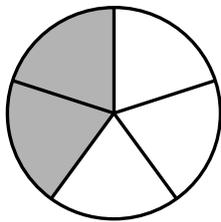
$$\text{Fraction } \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} \\ \hline \mathbf{b} \end{array} \right. \begin{array}{l} \leftarrow \text{numérateur} \\ \leftarrow \text{barre de fraction} \\ \leftarrow \text{dénominateur } (b \neq 0) \end{array}$$

Le numérateur et le dénominateur d'une fraction doivent être des entiers.

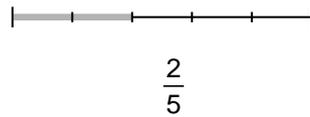
Le dénominateur d'une fraction ne doit pas être égal à 0.

Pour le moment, on ne considérera que des numérateurs et dénominateurs positifs.

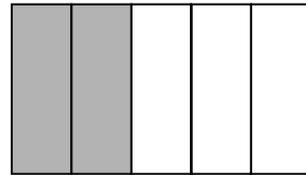
2.1 RAPPEL DE 7e: FRACTIONS ET PARTAGES



$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{2}{5}$$

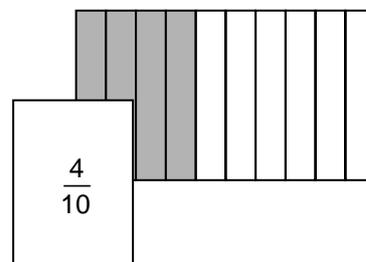
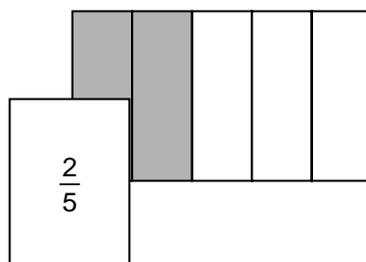


$$\frac{2}{5}$$

L'écriture $\frac{2}{5}$ montre qu'on a partagé le disque (le segment, le rectangle) en 5 parts égales, et qu'on a ensuite pris 2 de ces parts.

2.2 RAPPEL DE 7e: FRACTIONS ÉQUIVALENTES

Dans un partage, la même part peut être représentée par plusieurs fractions; on dit alors que ces fractions sont équivalentes.



$\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$ sont équivalentes, car elles représentent la même part de ce rectangle.

On écrit: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

Si on partage le rectangle en *deux fois plus* de parties, il faut prendre *deux fois plus* de morceaux pour avoir la même quantité:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10}$$

Deux fractions sont équivalentes, si on peut utiliser l'une ou l'autre pour représenter la même part d'un même objet.

Comme le montre cet exemple, on obtient une fraction équivalente à une fraction donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur de la fraction donnée par un même entier positif:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10}$$

Dans cet exemple, on dit qu'on a **amplifié les termes** de la fraction $\frac{2}{5}$.

Si on lit ce même exemple de droite à gauche, on voit que

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

On dit ici qu'on a **simplifié** la fraction $\frac{4}{10}$.

On dit qu'on **simplifie** une fraction, lorsqu'on la remplace par une fraction équivalente, avec un numérateur et un dénominateur plus petits. Pour simplifier une fraction, on divise son numérateur et son dénominateur par un diviseur commun. Par exemple,

$$\frac{15}{35} = \frac{15 : 5}{35 : 5} = \frac{3}{7}$$

Dans cet exemple, on a simplifié $\frac{15}{35}$ en divisant son numérateur et son

dénominateur par 5. Les fractions $\frac{15}{35}$ et $\frac{3}{7}$ sont équivalentes.

Si on simplifie une fraction, ou si on amplifie ses termes, on obtient une fraction équivalente.

On dit qu'une fraction est **irréductible**, si elle ne peut pas être simplifiée. Dans une fraction irréductible, le pgcd du numérateur et du dénominateur est égal à 1.

Exemple Rendre la fraction $\frac{198}{462}$ irréductible.

Il suffit de diviser numérateur et dénominateur par leur pgcd.

Puisque $198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$ et $462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$, leur pgcd est $2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$ et on a:

$$\frac{198}{462} = \frac{198 : 66}{462 : 66} = \frac{3}{7}$$

On peut aussi disposer ce calcul comme ceci:

$$\frac{198}{462} = \frac{\overset{1}{2} \cdot \overset{1}{3} \cdot 3 \cdot \overset{1}{11}}{\underset{1}{2} \cdot \underset{1}{3} \cdot 7 \cdot \underset{1}{11}} = \frac{3}{7}$$

2.3 FRACTIONS ET ÉCRITURE EN BASE 10

La fraction $\frac{a}{b}$ représente le nombre qu'on obtient en divisant l'entier a par l'entier b .

En effectuant la division, on obtient l'écriture décimale (c'est-à-dire, en base 10) du nombre que cette fraction représente.

Voici quelques exemples:

$$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$$

$$\frac{15}{4} = 15 : 4 = 3,75$$

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,333333\dots \quad (\text{qu'on note: } 0,\overline{3})$$

$$\frac{1}{6} = 1 : 6 = 0,166666\dots \quad (\text{qu'on note: } 0,1\overline{6})$$

$$\frac{2}{7} = 2 : 7 = 0,285714285714285714\dots \quad (\text{qu'on note: } 0,\overline{285714})$$

$$\frac{11}{60} = 0,18333333\dots \quad (\text{qu'on note: } 0,18\overline{3})$$

(En surlignant des chiffres, on indique qu'ils se répètent indéfiniment.)

Deux fractions équivalentes $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ représentent le même nombre.

Autrement dit, si $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont équivalentes, on obtient le même résultat en divisant a par b qu'en divisant c par d .

Propriété utile Les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont équivalentes si $ad = bc$, et seulement dans ce cas.

Considérons une fraction $\frac{a}{b}$. En divisant a par b on obtient:

- soit un nombre dont l'écriture en base 10 est finie (on peut l'écrire sans utiliser une infinité de chiffres après la virgule); c'est ce qu'on appelle un **nombre décimal**.

Par exemple,

$$\frac{3}{5} = 0,6 \quad ; \quad \frac{15}{4} = 3,75$$

- soit un nombre dont l'écriture en base 10 est illimitée (on doit l'écrire avec une infinité de chiffres après la virgule).

Par exemple,

$$\frac{2}{7} = 0,285714285714... \quad ; \quad \frac{7}{60} = 0,11666666...$$

Si le nombre qui correspond à une fraction a une écriture illimitée en base 10, cette écriture est **périodique**. Ceci veut dire qu'à partir d'un certain chiffre après la virgule (ou immédiatement après la virgule), un groupe de chiffres se répète sans fin.

C'est bien le cas des deux derniers exemples:

$$\frac{2}{7} = 0,\overline{285714} \quad (\text{la partie qui se répète s'appelle la } \mathbf{période}; \text{ ici, c'est } 285714 \text{ et elle commence immédiatement après la virgule);$$

$$\frac{7}{60} = 0,11\overline{6} \quad (\text{ici, la période est } 6; \text{ elle commence au troisième chiffre après la virgule}).$$

Remarque C'est la décomposition du dénominateur en produit de facteurs premiers qui détermine si le nombre qui correspond à une fraction irréductible est un nombre décimal, ou non:

- si la fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible, et si b n'a pas d'autres facteurs premiers que 2 ou 5, alors la partie décimale est finie;
- si $\frac{a}{b}$ est irréductible, et si b est divisible par (au moins) un nombre premier qui n'est ni 2 ni 5, alors la partie décimale est illimitée (et périodique).

(Autrement dit: une fraction représente un nombre décimal si elle est équivalente à une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, et seulement dans ce cas.)

2.4 DÉNOMINATEUR COMMUN

Les fractions $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ n'ont pas le même dénominateur.

On peut les remplacer chacune par une fraction qui lui soit équivalente, de sorte que les nouvelles fractions aient le même dénominateur.

Par exemple,

$$\frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{5}{15} \quad \text{et} \quad \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} .$$

On dit: on a mis $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ au même dénominateur (qui est 15).

On peut également dire: on a mis ces deux fractions à un dénominateur commun (qui est 15).

On a aussi

$$\frac{1}{3} = \frac{10 \cdot 1}{10 \cdot 3} = \frac{10}{30} \quad \text{et} \quad \frac{2}{5} = \frac{6 \cdot 2}{6 \cdot 5} = \frac{12}{30}$$

Là, on a mis $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ au même dénominateur (qui est 30); mais $30 > 15$.

Les entiers 15 et 30 sont des multiples communs de 3 et de 5 ; l'entier 15 est le ppcm de 3 et 5.

On veut souvent mettre deux fractions à un dénominateur commun qui soit aussi

petit que possible; pour $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$, ce dénominateur est 15.

Cet exemple illustre le fait suivant:

Le plus petit dénominateur commun de deux fractions est le ppcm de leurs dénominateurs.

2.5 COMPARAISON DE FRACTIONS

Comparer deux fractions, c'est décider laquelle des deux représente le nombre le plus grand.

Il existe plusieurs méthodes pour comparer deux fractions.

a) Comparaison par division.

Par exemple, comparons $\frac{3}{25}$ et $\frac{1}{8}$. En effectuant les divisions on obtient:

$$\frac{3}{25} = 0,12 \quad \text{et} \quad \frac{1}{8} = 0,125.$$

Puisque $0,12 < 0,125$ on a $\frac{3}{25} < \frac{1}{8}$.

b) Comparaison de fractions de même dénominateur.

Si deux fractions ont le même dénominateur, c'est celle qui a le plus grand numérateur qui représente le nombre le plus grand.

Par exemple,

$$\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$$

car en partageant un objet en cinq parts égales, et en prenant deux de ces parts, on aura moins que si on avait pris quatre des parts.

c) Comparaison de fractions de dénominateurs différents.

On commence par mettre les deux fractions au même dénominateur.

Puis on compare comme en (b).

Souvent, pour simplifier les calculs, on choisira ce dénominateur commun aussi petit que possible. (Rappelons que le plus petit dénominateur commun est le ppcm des dénominateurs considérés.)

Exemple: comparer $\frac{7}{12}$ et $\frac{5}{8}$

Le ppcm de 8 et 12 est 24 et on a $24 = 2 \cdot 12$ et $24 = 3 \cdot 8$.
On écrira donc

$$\frac{7}{12} = \frac{14}{24} \quad \text{et} \quad \frac{5}{8} = \frac{15}{24}$$

Puisque $\frac{14}{24} < \frac{15}{24}$ on a $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$

d) Autres cas

Dans d'autres situations, d'autres méthodes peuvent être plus simples à appliquer.

Par exemple, pour comparer $\frac{1}{2}$ et $\frac{13}{8}$ il suffit de remarquer que $\frac{1}{2} < 1$ et $\frac{13}{8} > 1$

et que donc $\frac{1}{2} < \frac{13}{8}$.

Voici un autre exemple: comparons $\frac{5}{7}$ et $\frac{5}{12}$.

Si on partage un objet en 12 parts égales, les parts qu'on obtient sont plus petites que si on partage le même objet en 7 parts égales. Puisque, dans les deux cas, on prend 5 parts, on a:

$$\frac{5}{12} < \frac{5}{7}.$$

Ranger plusieurs fractions par ordre croissant, c'est les écrire de la plus petite à la plus grande.

Si on sait comparer des fractions deux à deux, on pourra ranger plusieurs fractions par ordre croissant.

Par exemple, on a:

$$\frac{5}{9} < \frac{11}{8} < \frac{3}{2} < \frac{25}{3}.$$

2.6 OPÉRATIONS AVEC DES FRACTIONS POSITIVES

Les fractions avec lesquelles nous avons travaillé jusqu'à maintenant ont un numérateur et un dénominateur positifs; une telle fraction est une **fraction positive**.

On peut additionner ou multiplier des fractions positives, ou diviser une fraction positive par une autre; le résultat de l'opération est chaque fois une fraction positive.

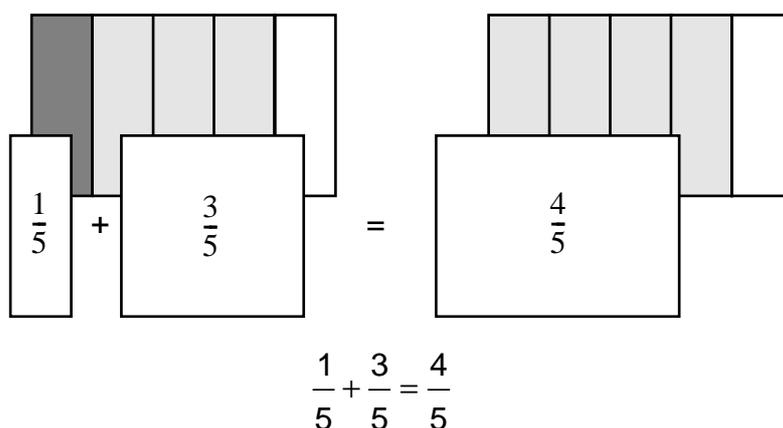
Dans certains cas, on peut soustraire une fraction positive d'une autre et obtenir comme résultat une fraction positive.

I. L'ADDITION

1) Fractions de même dénominateur

Pour additionner deux fractions de même dénominateur, on additionne les numérateurs. On garde le même dénominateur.

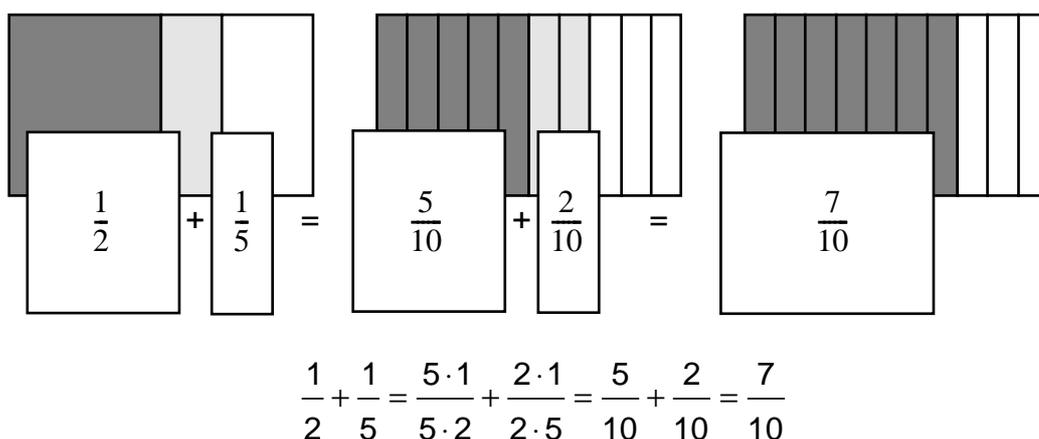
Exemple



2) Fractions de dénominateurs différents

Si les fractions qu'on veut additionner ont des dénominateurs différents, on commence par les mettre au même dénominateur. Ensuite, on additionne comme ci-dessus.

Exemple



Pour additionner deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur:

- on met d'abord les deux fractions au même dénominateur;
- on additionne ensuite les numérateurs;
- on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat de l'addition, si on veut une fraction irréductible.)

Remarque Lorsqu'on additionne des fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il est parfois utile de les simplifier avant de les mettre au même dénominateur.

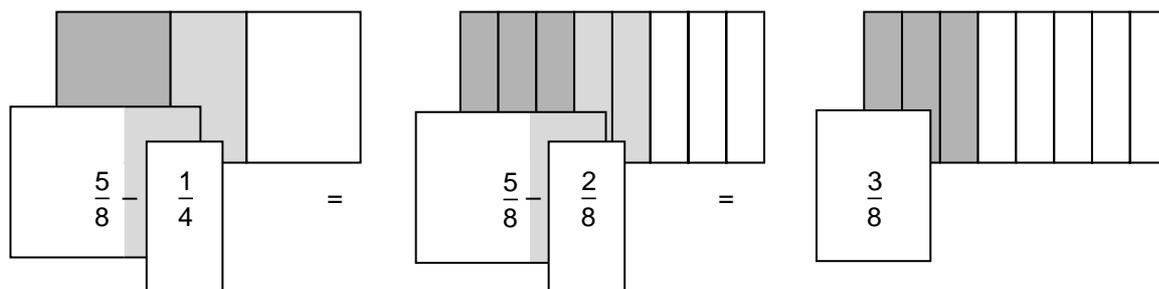
Par exemple, pour calculer $\frac{2}{3} + \frac{15}{18}$, on commence par simplifier $\frac{15}{18}$.

On obtient $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$. Donc $\frac{2}{3} + \frac{15}{18} = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

II. LA SOUSTRACTION

On peut soustraire une fraction positive d'une autre, plus grande qu'elle. La différence est une fraction positive.

Voici un exemple:



$$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8} - \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

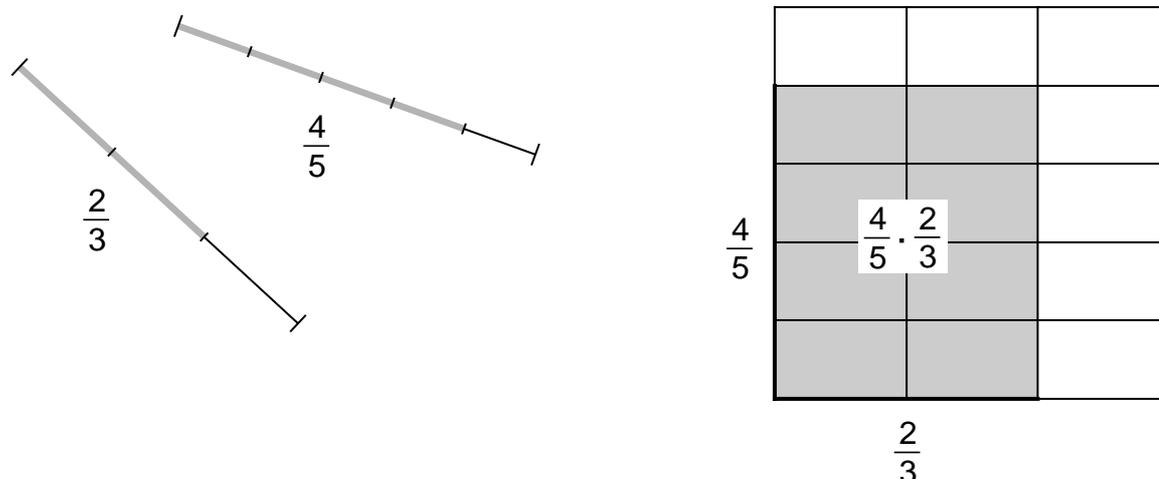
Pour soustraire une fraction d'une autre:

- on met d'abord les deux fractions au même dénominateur;
- on soustrait ensuite les numérateurs;
- on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

III. LA MULTIPLICATION

On peut multiplier deux fractions positives; leur produit est encore une fraction positive. Voici une illustration géométrique.



On prend le côté du carré comme unité de longueur (il est alors de longueur 1).

L'aire de la surface ombrée est $\frac{8}{15}$ de l'aire du carré. Elle est aussi égale au

produit des longueurs $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.

Donc,

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}.$$

Mais on peut écrire

$$\frac{8}{15} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5}.$$

On a donc

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5}.$$

Cet exemple illustre le résultat suivant:

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Remarque. Lorsqu'on multiplie deux fractions, il est souvent judicieux de simplifier le produit avant d'effectuer la multiplication.

Exemple:

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{15}{21} = \frac{7 \cdot (3 \cdot 5)}{(2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 7)} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{7}} = \frac{5}{12}$$

Le produit d'un entier et d'une fraction. Cette règle pour multiplier deux fractions permet de multiplier une fraction et un entier. Pour cela, on écrit d'abord l'entier sous la forme d'une fraction de dénominateur 1. Ensuite, on multiplie les deux fractions.

Par exemple,

$$\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 1} = \frac{8}{3} .$$

Ceci revient à appliquer la règle de calcul suivante:

Pour multiplier un entier et une fraction, on multiplie le numérateur de la fraction par cet entier; on garde le même dénominateur.

Par exemple,

$$5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{7} = \frac{15}{7} \qquad \frac{3}{4} \cdot 7 = \frac{3 \cdot 7}{4} = \frac{21}{4}$$

L'inverse d'une fraction.

Si $\frac{a}{b}$ est une fraction, alors la fraction $\frac{b}{a}$ est appelée son inverse:

$\frac{b}{a}$ est la fraction inverse de $\frac{a}{b}$

Par exemple,

$$\frac{3}{7} \text{ est l'inverse de } \frac{7}{3} ; \frac{7}{3} \text{ est l'inverse de } \frac{3}{7} ;$$

$$\frac{5}{2} \text{ est l'inverse de } \frac{2}{5} ; \frac{2}{5} \text{ est l'inverse de } \frac{5}{2} .$$

Dans ces exemples, on a:

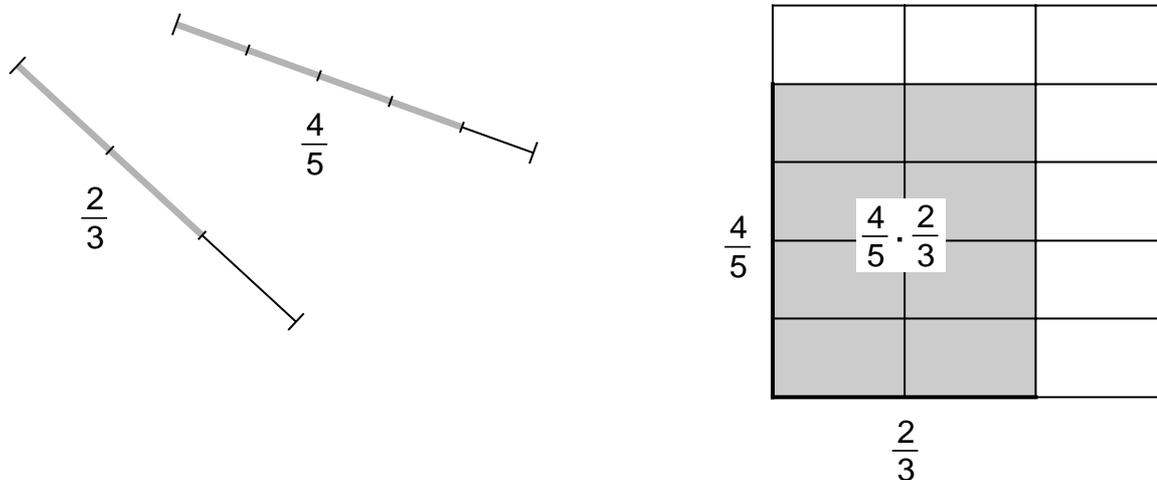
$$\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{21}{21} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{10} = 1$$

Comme dans ces exemples, on a toujours:

Le produit d'une fraction et de son inverse est égal à 1.

IV. LA DIVISION

Reprenons la figure qui illustre le produit des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.



Si on divise l'aire d'un rectangle par la longueur d'un de ses côtés, on trouve la longueur de l'autre côté.

Donc si on divise l'aire $\frac{8}{15}$ du rectangle ombré par la longueur $\frac{2}{3}$ d'un de

ses côtés, on trouvera la longueur $\frac{4}{5}$ de l'autre côté:

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5}$$

Mais on a aussi

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{5}$$

Donc

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2}$$

Ainsi, pour diviser par $\frac{2}{3}$ on a multiplié par $\frac{3}{2}$

Cet exemple illustre la règle suivante:

Pour diviser par une fraction, on multiplie par la fraction inverse.

La forme générale de cette règle est:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Exemples

$$\frac{3}{7} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{14} \quad ; \quad \frac{6}{35} : \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{5}$$

2.7 FRACTION D'UN NOMBRE DÉCIMAL. FRACTION D'UNE FRACTION

a) Fraction d'un nombre décimal

On a vu en 7e comment calculer une fraction d'un nombre, ou d'une quantité (d'une longueur, d'une somme d'argent ...).

Par exemple, calculons $\frac{3}{4}$ de 2,8. On peut le faire de deux manières:

- on peut diviser 2,8 par 4 puis multiplier le résultat par 3. On obtient $(2,8 : 4) \cdot 3 = 2,1$
- on peut multiplier 2,8 par 3 puis diviser le résultat par 4. On obtient $(2,8 \cdot 3) : 4 = 2,1$

Donc, $\frac{3}{4}$ de 2,8 c'est 2,1.

Pour faire ce calcul, nous avons utilisé la règle suivante:

Pour calculer une fraction d'un nombre décimal, on peut:

– diviser ce nombre par le dénominateur de la fraction, puis multiplier le résultat par le numérateur de la fraction;

on peut aussi:

– multiplier ce nombre par le numérateur de la fraction, puis diviser le résultat par le dénominateur de la fraction.

Les deux calculs donnent le même résultat.

Voici un second exemple: calculons $\frac{3}{5}$ de 7 cm.

Multiplions d'abord 7 cm par le numérateur 3 de la fraction:

$$3 \cdot (7 \text{ cm}) = 21 \text{ cm}$$

puis divisons 21 cm par le dénominateur 5 de la fraction:

$$(21 \text{ cm}) : 5 = 4,2 \text{ cm.}$$

Donc, $\frac{3}{5}$ de 7 cm, c'est 4,2 cm.

On peut traiter cet exemple d'une autre manière.

Si on multiplie 7 par $\frac{3}{5}$ comme on a appris à le faire à la page 88 on obtient:

$$\frac{3}{5} \cdot 7 = \frac{3 \cdot 7}{5} = \frac{21}{5}$$

Divisons maintenant le numérateur 21 de la fraction $\frac{21}{5}$ par son dénominateur 5.

On trouve:

$$\frac{21}{5} = 4,2$$

C'est une autre façon de voir que $\frac{3}{5}$ de 7 cm, c'est 4,2 cm.

Cet exemple illustre la règle suivante:

Calculer une fraction d'un entier, c'est multiplier l'entier par la fraction.

b) Fraction d'une fraction

Dans certains problèmes, on doit calculer une fraction d'une fraction.

Voici un tel problème:

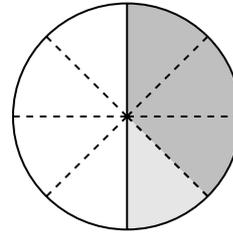
Paul a mangé le quart d'un demi-gâteau. Quelle fraction de ce gâteau a-t-il mangé?

En faisant une figure, on voit que la réponse est:

Paul a mangé $\frac{1}{8}$ du gâteau.

On peut exprimer cette réponse en disant:

$$\frac{1}{4} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ c'est } \frac{1}{8}$$



On peut aussi résoudre ce problème par le calcul. Si on multiplie $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ comme on a appris à le faire à la page 87, on voit que:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Comme dans ce problème, on a toujours:

Pour calculer une fraction d'une fraction, on multiplie les deux fractions.

2.8 L'EXPONENTIATION DES FRACTIONS POSITIVES

Il arrive souvent qu'on multiplie une fraction plusieurs fois par elle-même.

La notation "puissance" permet d'abrégier l'écriture d'un tel produit.

Par exemple, $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$ est le produit de cinq facteurs égaux à $\frac{2}{3}$.

Pour en simplifier l'écriture, on note:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

D'une manière générale, si $\frac{a}{b}$ est une fraction, et si n est un entier positif, on utilise la notation:

$$\underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ facteurs}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Propriétés. À l'aide d'exemples, nous allons dégager deux propriétés importantes de l'exponentiation.

1)

$$\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2^4}{5^4}$$

Cet exemple illustre la règle suivante, valable pour toutes les fractions $\frac{a}{b}$:
si n est un entier positif, alors

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

2)

$$\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 = \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7}\right) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

Cet exemple-ci illustre le fait que si $\frac{a}{b}$ est une fraction et si m et n sont des entiers positifs, alors

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}}$$

2.9 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES DE FRACTIONS POSITIVES

Racines carrées

La racine carrée de $\frac{16}{25}$ est **le nombre positif** x tel que $x^2 = \frac{16}{25}$. On vérifie que

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

Donc $\frac{4}{5}$ est la racine carrée de $\frac{16}{25}$ et on écrit:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}.$$

On remarque ici que

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} \quad \text{car} \quad \sqrt{16} = 4 \quad \text{et} \quad \sqrt{25} = 5.$$

C'est un exemple de la règle suivante:

Si $\frac{a}{b}$ est une fraction positive et si \sqrt{a} et \sqrt{b} sont des entiers,
alors $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ est aussi une fraction positive, et

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Voici encore une application de cette règle:

$$\sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3}$$

Remarques

- 1) En général, la racine carrée d'une fraction positive n'est pas une fraction.
On peut obtenir la racine carrée d'une fraction positive à l'aide d'une machine à calculer. Il s'agit alors généralement d'une valeur approximative.

Exemple: $\sqrt{\frac{9}{2}} = \sqrt{4,5} = 2,1213\dots$

- 2) On commencera, si cela est possible, par rendre la fraction irréductible avant de calculer sa racine carrée. Par exemple,

$$\sqrt{\frac{8}{50}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

Racines cubiques

La racine cubique de la fraction positive $\frac{a}{b}$ est le nombre x tel que $x^3 = \frac{a}{b}$.

La racine cubique de $\frac{a}{b}$ est notée $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$.

Par exemple,

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5} \quad ; \quad \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$$

Le calcul de la racine cubique d'une fraction est facilité par une règle semblable à celle que nous avons énoncée pour les racines carrées:

Si $\frac{a}{b}$ est une fraction positive et si $\sqrt[3]{a}$ et $\sqrt[3]{b}$ sont des entiers, alors $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

2.10 FRACTIONS NÉGATIVES ET FRACTIONS POSITIVES

Certains nombres positifs peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction.

Par exemple,

$$0,2 \text{ peut s'écrire: } \quad 0,2 = \frac{1}{5}$$

$$1,125 \text{ peut s'écrire: } \quad 1,125 = \frac{9}{8}$$

$$0,025 \text{ peut s'écrire: } \quad 0,025 = \frac{1}{40}$$

$$0,333333... \text{ peut s'écrire: } \quad 0,333333... = \frac{1}{3}$$

Ecrivons maintenant l'opposé de chacun de ces nombres:

$$-0,2 \quad ; \quad -1,125 \quad ; \quad -0,025 \quad ; \quad -0,333333...$$

Ce sont des nombres négatifs. On peut aussi les écrire sous la forme d'une fraction. On le fait en mettant le signe "moins" devant la barre de la fraction qui représente la valeur absolue du nombre. Ainsi,

$$-0,2 \text{ peut s'écrire: } \quad -0,2 = -\frac{1}{5}$$

$$-1,125 \text{ peut s'écrire: } \quad -1,125 = -\frac{9}{8}$$

$$-0,025 \text{ peut s'écrire: } \quad -0,025 = -\frac{1}{40}$$

$$-0,333333... \text{ peut s'écrire: } \quad -0,333333... = -\frac{1}{3}$$

On dit que

$$\frac{1}{5} ; \frac{9}{8} ; \frac{1}{40} ; \frac{1}{3}$$

sont des **fractions positives** (parce qu'elles représentent des nombres positifs).

On dit que

$$-\frac{1}{5} ; -\frac{9}{8} ; -\frac{1}{40} ; -\frac{1}{3}$$

sont des **fractions négatives** (parce qu'elles représentent des nombres négatifs).

Règles d'écriture

Maintenant que nous savons ce que sont une fraction négative et une fraction positive, nous pouvons écrire des fractions dont le numérateur et le dénominateur sont des entiers relatifs.

Par exemple, on peut écrire la fraction négative $-\frac{1}{5}$ de plusieurs manières:

$$-\frac{1}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{-1}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{-5} .$$

Une fraction positive aussi peut s'écrire de plusieurs manières. Par exemple, la fraction positive $\frac{1}{2}$ peut s'écrire

$$+\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{+1}{+2} \quad \text{ou} \quad \frac{-1}{-2} .$$

2.11 OPÉRATIONS AVEC DES FRACTIONS POSITIVES OU NÉGATIVES

Pour calculer avec des fractions positives ou négatives, on réunit les règles de calcul pour les fractions positives (voir les paragraphes 2.6 à 2.8 de ce chapitre), et les règles de calcul pour les nombres relatifs (énoncées comme au Chapitre 2).

L'addition Pour additionner deux fractions:

- on les met d'abord au même dénominateur;
- on additionne ensuite les numérateurs, selon la règle d'addition des nombres relatifs;
- on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

Par exemple,

$$\left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{(+10) + (-12)}{15} = \frac{-2}{15} = -\frac{2}{15}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{-10 - 12}{15} = \frac{-22}{15} = -\frac{22}{15}$$

La soustraction Pour soustraire une fraction d'une autre:

- on les met d'abord au même dénominateur;
- on soustrait ensuite les numérateurs, selon la règle de soustraction des nombres relatifs;
- on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

Par exemple,

$$\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) = \left(+\frac{12}{20}\right) - \left(-\frac{5}{20}\right) = \frac{+12 - (-5)}{20} = \frac{+17}{20} = +\frac{17}{20}$$

$$\left(+\frac{2}{3}\right) - \left(+\frac{4}{5}\right) = \left(+\frac{10}{15}\right) - \left(+\frac{12}{15}\right) = \frac{+10 - (+12)}{15} = \frac{-2}{15} = -\frac{2}{15}$$

La multiplication Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux, les dénominateurs entre eux, et on applique la règle des signes.

Voici deux exemples.

$$\left(+\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{15}{16}\right) = -\frac{2 \cdot 15}{5 \cdot 16} = -\frac{3}{8}$$

$$\left(-\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = +\frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 3} = +\frac{5}{6}$$

La division Pour diviser par une fraction, on multiplie par la fraction inverse. Ici aussi, il faut tenir compte de la règle des signes.

Par exemple,

$$\left(+\frac{5}{7}\right) : \left(-\frac{9}{14}\right) = \left(+\frac{5}{7}\right) \cdot \left(-\frac{14}{9}\right) = -\frac{5 \cdot 14}{7 \cdot 9} = -\frac{10}{9}$$

L'exponentiation On multiplie plusieurs fois une fraction par elle-même.

Par exemple,

$$\left(+\frac{4}{7}\right)^2 = +\frac{16}{49} \quad ; \quad \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125} \quad ; \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = +\frac{16}{81} .$$

2.12 L'ORDRE DES OPÉRATIONS

Pour calculer avec des fractions (positives ou négatives), l'ordre des opérations est le même que lorsqu'on calcule avec des nombres décimaux (voir à ce sujet le résumé à la fin du Chapitre 1).

2.13 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES: COMPLÉMENT POUR LE PROGRAMME DE 8e S

Racines carrées

Un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

Racines cubiques

Un nombre négatif a une racine cubique. La racine cubique de la fraction $\frac{a}{b}$

(positive ou négative) est le nombre x tel que $x^3 = \frac{a}{b}$.

Par exemple,

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2} .$$

2.14 LES NOMBRES RATIONNELS

On a vu que certains nombres, positifs ou négatifs, peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction. Donnons encore quelques exemples.

Les nombres

$$-0,3 = -\frac{3}{10} \quad ; \quad 0,125 = \frac{1}{8} \quad ; \quad 1,175 = \frac{47}{40} \quad ; \quad -3,875 = -\frac{31}{8}$$

ont une écriture finie en base 10 (ce sont des nombres décimaux); ils peuvent aussi s'écrire sous la forme d'une fraction.

Les nombres

$$-0,\bar{6} = -\frac{2}{3} \quad ; \quad -2,\overline{142857} = -\frac{15}{7} \quad ; \quad 0,\overline{027} = \frac{1}{37} \quad ; \quad 1,\bar{3} = \frac{4}{3}$$

ont une écriture infinie (et périodique) en base 10; eux aussi peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction.

On dit que ces huit nombres sont des **nombres rationnels**; 0,125 est un nombre rationnel positif, et $-2,\overline{142857}$ est un nombre rationnel négatif.

Un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction s'appelle un nombre rationnel. Si la fraction est positive, c'est un nombre rationnel positif; si elle est négative, c'est un nombre rationnel négatif. Les nombres rationnels positifs, zéro, et les nombres rationnels négatifs forment ce qu'on appelle **l'ensemble des nombres rationnels**.

Etudier les nombres rationnels, c'est donc étudier les fractions. C'est ce que nous avons fait dans ce chapitre.

Il existe des nombres qui ne peuvent **pas** se mettre sous la forme d'une fraction: ce ne sont pas des nombres rationnels.

Par exemple, les mathématiciens savent démontrer que les nombres $\sqrt{2}$, $\sqrt{\frac{3}{7}}$ et π ne sont pas des nombres rationnels.

EXERCICES ORAUX

224 Énumérer les éléments de

- 1) Div_6 2) Div_5 3) Div_{10} 4) Div_8

225 Énumérer les éléments de

- 1) Div_7 2) Div_{12} 3) Div_{15} 4) Div_{20}

226 Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

- 1) 25 2) 17 3) 36 4) 2 5) 4 6) 11 7) 21

227 Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

- 1) 99 2) 27 3) 56 4) 19 5) 12 6) 29 7) 31

228 Décomposer en produit de facteurs premiers :

- 1) 6 2) 18 3) 30 4) 24 5) 44 6) 8 7) 34

229 Décomposer en produit de facteurs premiers :

- 1) 42 2) 36 3) 60 4) 32 5) 28 6) 12 7) 20

230 Décomposer en produit de facteurs premiers :

- 1) 80 2) 56 3) 54 4) 33 5) 63 6) 38 7) 15

231 Énumérer les dix plus petits éléments de

- 1) M_5 2) M_9 3) M_2 4) M_{10} 5) M_8 6) M_{30}

232 Énumérer les dix plus petits éléments de

- 1) M_{15} 2) M_6 3) M_{12} 4) M_{11} 5) M_4 6) M_3

233 Quel est le ppcm ... ?

- 1) de 6 et 8 3) de 5 et 10 5) de 6 et 15
2) de 3 et 5 4) de 12 et 24 6) de 9 et 15

234 Quel est le ppcm ... ?

1) de 5 et 20

2) de 3 et 4

3) de 8 et 12

4) de 8 et 30

5) de 5 et 8

6) de 6 et 14

235 Quel est le ppcm ... ?

1) de 2 et 5

2) de 4 et 40

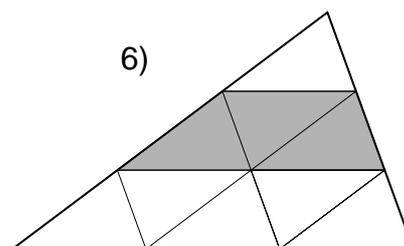
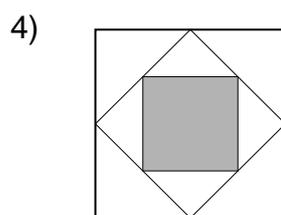
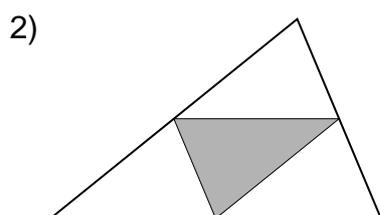
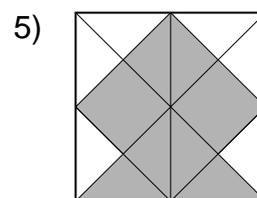
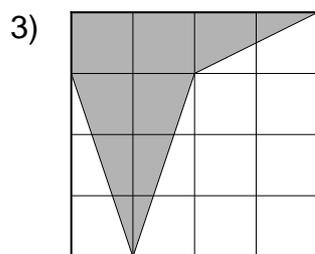
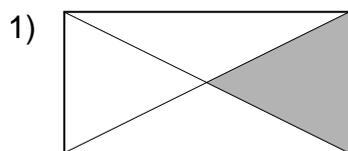
3) de 6 et 10

4) de 7 et 10

5) de 10 et 12

6) de 20 et 30

236 Quelle fraction de chaque figure a-t-on ombrée ?



237 Donner l'écriture décimale de chacune de ces fractions :

1) $\frac{3}{10}$

3) $\frac{1}{2}$

5) $\frac{6}{100}$

7) $\frac{12}{20}$

2) $\frac{1}{5}$

4) $\frac{7}{20}$

6) $\frac{27}{10}$

8) $\frac{1}{4}$

238 Donner l'écriture décimale de chacune de ces fractions :

1) $\frac{73}{100}$

3) $\frac{3}{30}$

5) $\frac{3}{4}$

7) $\frac{125}{100}$

2) $\frac{2}{5}$

4) $\frac{4}{10}$

6) $\frac{36}{10}$

8) $\frac{7}{100}$

239 Comment faut-il compléter ces égalités pour obtenir des fractions équivalentes ?

$$\begin{array}{lll} 1) \quad \frac{1}{2} = \frac{\dots}{8} & 3) \quad \frac{4}{7} = \frac{12}{\dots} & 5) \quad \frac{1}{3} = \frac{6}{\dots} \\ 2) \quad \frac{8}{20} = \frac{\dots}{5} & 4) \quad \frac{2}{5} = \frac{\dots}{25} & 6) \quad \frac{42}{70} = \frac{\dots}{10} \end{array}$$

240 Comment faut-il compléter ces égalités pour obtenir des fractions équivalentes ?

$$\begin{array}{lll} 1) \quad \frac{3}{5} = \frac{21}{\dots} & 3) \quad \frac{1}{2} = \frac{\dots}{6} & 5) \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{\dots} \\ 2) \quad \frac{6}{48} = \frac{\dots}{16} & 4) \quad \frac{2}{3} = \frac{\dots}{12} & 6) \quad \frac{20}{25} = \frac{\dots}{5} \end{array}$$

241 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

$$\begin{array}{lllll} 1) \quad \frac{6}{8} & 3) \quad \frac{15}{20} & 5) \quad \frac{12}{15} & 7) \quad \frac{4}{12} & 9) \quad \frac{5}{10} \\ 2) \quad \frac{6}{9} & 4) \quad \frac{2}{4} & 6) \quad \frac{12}{8} & 8) \quad \frac{3}{12} & 10) \quad \frac{6}{18} \end{array}$$

242 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

$$\begin{array}{lllll} 1) \quad \frac{8}{10} & 3) \quad \frac{10}{15} & 5) \quad \frac{2}{12} & 7) \quad \frac{3}{9} & 9) \quad \frac{5}{25} \\ 2) \quad \frac{6}{12} & 4) \quad \frac{15}{9} & 6) \quad \frac{8}{18} & 8) \quad \frac{4}{16} & 10) \quad \frac{6}{14} \end{array}$$

243 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

$$\begin{array}{lllll} 1) \quad \frac{7}{14} & 3) \quad \frac{15}{6} & 5) \quad \frac{35}{45} & 7) \quad \frac{24}{18} & 9) \quad \frac{9}{63} \\ 2) \quad \frac{8}{20} & 4) \quad \frac{3}{18} & 6) \quad \frac{9}{27} & 8) \quad \frac{7}{70} & 10) \quad \frac{18}{6} \end{array}$$

244 Laquelle des deux fractions suivantes est la plus grande ?

1) $\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{12}$

3) $\frac{2}{7}$ et $\frac{2}{12}$

5) $\frac{8}{9}$ et $\frac{1}{72}$

2) $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{8}$

4) $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{4}$

6) $\frac{7}{6}$ et $\frac{14}{27}$

245 Laquelle des deux fractions suivantes est la plus grande ?

1) $\frac{3}{12}$ et $\frac{3}{15}$

3) $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{5}$

5) $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$

2) $\frac{4}{5}$ et $\frac{9}{2}$

4) $\frac{3}{17}$ et $\frac{1}{28}$

6) $\frac{5}{2}$ et $\frac{3}{5}$

246 Encadrer chacune de ces fractions par deux entiers successifs :

1) $\frac{22}{7}$

3) $\frac{12}{17}$

5) $\frac{73}{20}$

7) $\frac{15}{2}$

2) $\frac{30}{4}$

4) $\frac{5}{2}$

6) $\frac{43}{3}$

8) $\frac{26}{5}$

247 Encadrer chacune de ces fractions par deux entiers successifs :

1) $\frac{43}{7}$

3) $\frac{29}{3}$

5) $\frac{7}{3}$

7) $\frac{14}{9}$

2) $\frac{58}{9}$

4) $\frac{153}{10}$

6) $\frac{20}{7}$

8) $\frac{6}{13}$

248 Effectuer les additions suivantes :

1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

3) $\frac{4}{27} + \frac{10}{27}$

5) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$

2) $\frac{5}{12} + \frac{1}{12}$

4) $\frac{7}{6} + \frac{4}{6}$

6) $\frac{2}{15} + \frac{11}{15}$

249 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

- | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{8}$ | 3) $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{6}$ | 5) $\frac{5}{12}$ et $\frac{1}{24}$ |
| 2) $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$ | 4) $\frac{1}{5}$ et $\frac{3}{10}$ | 6) $\frac{2}{9}$ et $\frac{7}{15}$ |

250 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\frac{1}{5}$ et $\frac{3}{20}$ | 3) $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{12}$ | 5) $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{8}$ |
| 2) $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ | 4) $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{30}$ | 6) $\frac{1}{6}$ et $\frac{3}{14}$ |

251 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{5}$ | 3) $\frac{1}{6}$ et $\frac{3}{10}$ | 5) $\frac{1}{10}$ et $\frac{7}{12}$ |
| 2) $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{40}$ | 4) $\frac{2}{7}$ et $\frac{7}{10}$ | 6) $\frac{7}{20}$ et $\frac{7}{30}$ |

252 Que vaut $a + 1$ si ... ?

- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $a = \frac{2}{3}$ | 3) $a = \frac{3}{4}$ | 5) $a = \frac{7}{6}$ |
| 2) $a = \frac{5}{12}$ | 4) $a = \frac{1}{2}$ | 6) $a = \frac{3}{5}$ |

253 Que vaut $x + 2$ si ... ?

- | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $x = \frac{2}{5}$ | 3) $x = \frac{1}{3}$ | 5) $x = \frac{1}{2}$ |
| 2) $x = \frac{4}{7}$ | 4) $x = \frac{1}{4}$ | 6) $x = \frac{11}{6}$ |

254 Calculer les produits suivants :

1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

3) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$

5) $\frac{2}{5} \cdot 2$

7) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{2}$

4) $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$

6) $\frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2}$

8) $\frac{4}{5} \cdot 3$

255 Effectuer ces multiplications :

1) $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$

3) $\frac{7}{6} \cdot \frac{5}{3}$

5) $7 \cdot \frac{1}{4}$

7) $\frac{4}{5} \cdot 3$

2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{2}$

6) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$

8) $\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{9}$

256 Calculer les produits suivants :

1) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}$

3) $\frac{2}{3} \cdot 5$

5) $\frac{1}{2} \cdot 11$

7) $\frac{6}{7} \cdot \frac{1}{7}$

2) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7}$

4) $\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7}$

6) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$

8) $3 \cdot \frac{5}{4}$

257 Calculer l'inverse de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{2}{5}$

3) $\frac{4}{7}$

5) 6

7) $\frac{1}{4}$

9) $\frac{2}{7}$

2) $\frac{3}{4}$

4) $\frac{1}{7}$

6) $\frac{6}{13}$

8) 3

10) $\frac{1}{3}$

258 Calculer :

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

3) $\left(\frac{6}{7}\right)^2$

5) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$

7) $\left(\frac{3}{10}\right)^3$

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

4) $\left(\frac{9}{5}\right)^2$

6) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$

8) $\left(\frac{2}{7}\right)^2$

259 Calculer les racines carrées suivantes :

1) $\sqrt{\frac{1}{9}}$	3) $\sqrt{\frac{36}{49}}$	5) $\sqrt{\frac{81}{49}}$	7) $\sqrt{\frac{9}{16}}$
2) $\sqrt{\frac{4}{25}}$	4) $\sqrt{\frac{25}{9}}$	6) $\sqrt{\frac{16}{49}}$	8) $\sqrt{\frac{144}{100}}$

260 Calculer :

1) $\frac{2}{3}$ de 15	3) $\frac{4}{5}$ de 10	5) $\frac{3}{4}$ de 16
2) $\frac{1}{4}$ de 28	4) $\frac{3}{10}$ de 150	6) $\frac{5}{6}$ de 24

261 Calculer :

1) $\frac{3}{4}$ de 40	3) $\frac{12}{7}$ de 14	5) $\frac{2}{3}$ de 36
2) $\frac{4}{25}$ de 25	4) $\frac{5}{6}$ de 60	6) $\frac{1}{9}$ de 180

262 Calculer :

1) $\frac{2}{5}$ de 100	3) $\frac{3}{20}$ de 40	5) $\frac{3}{7}$ de 35
2) $\frac{5}{4}$ de 12	4) $\frac{1}{8}$ de 160	6) $\frac{6}{5}$ de 50

263 Déterminer la longueur dont

1) 6 m représentent $\frac{1}{3}$	4) 12 m représentent la moitié
2) 20 m représentent $\frac{1}{5}$	5) 2 m représentent $\frac{1}{7}$
3) 8 m représentent $\frac{1}{4}$	6) 6 m représentent $\frac{1}{6}$

264 Calculer le montant dont

1) 6 fr. représentent les $\frac{2}{3}$

4) 6 fr. représentent les $\frac{2}{7}$

2) 9 fr. représentent les $\frac{3}{5}$

5) 12 fr. représentent les $\frac{3}{4}$

3) 10 fr. représentent les $\frac{5}{8}$

6) 20 fr. représentent les $\frac{2}{9}$

265 Quelle fraction de 60 fr. représentent ... ?

1) 20 fr. 2) 10 fr. 3) 15 fr. 4) 1 fr. 5) 45 fr. 6) 7 fr.

266 Quelle fraction de 100 m représentent ... ?

1) 25 m 2) 40 m 3) 6 m 4) 15 m 5) 50 m 6) 80 m

267 Quel est

a) l'opposé

b) l'inverse

de chacune des fractions suivantes ?

1) $+\frac{1}{7}$

3) $+\frac{3}{5}$

5) -2

7) $+\frac{6}{7}$

2) $-\frac{4}{5}$

4) $-\frac{2}{3}$

6) $+3$

8) $-\frac{5}{6}$

268 Quel est

a) l'opposé

b) l'inverse

de chacune des fractions suivantes ?

1) $-\frac{1}{3}$

3) $+\frac{5}{6}$

5) $+6$

7) $-\frac{2}{9}$

2) $+\frac{5}{3}$

4) $-\frac{4}{7}$

6) $+\frac{1}{2}$

8) $-\frac{3}{4}$

277 Calculer le ppcm des entiers suivants, puis calculer, à l'aide des facteurs premiers, combien de fois le ppcm contient chacun des entiers donnés.

1) 34, 10 et 17

3) 348 et 522

2) 21, 27 et 30

4) 168, 252 et 336

278 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{3}{8}$

3) $\frac{63}{25}$

5) $\frac{4}{7}$

7) $\frac{8}{13}$

2) $\frac{42}{5}$

4) $\frac{25}{6}$

6) $\frac{1}{3}$

8) $\frac{12}{11}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

279 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{5}{9}$

3) $\frac{27}{4}$

5) $\frac{26}{13}$

7) $\frac{17}{12}$

2) $\frac{36}{5}$

4) $\frac{4}{11}$

6) $\frac{5}{3}$

8) $\frac{6}{7}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

280 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{5}{6}$

3) $\frac{25}{7}$

5) $\frac{3}{25}$

7) $\frac{36}{3}$

2) $\frac{45}{8}$

4) $\frac{3}{5}$

6) $\frac{2}{3}$

8) $\frac{5}{11}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

281 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{35}{21} = \frac{\dots}{6}$

2) $\frac{4}{8} = \frac{\dots}{10}$

3) $\frac{6}{27} = \frac{\dots}{72}$

4) $\frac{\dots}{35} = \frac{9}{63}$

282 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

$$1) \frac{\dots}{20} = \frac{12}{15} \quad 2) \frac{8}{28} = \frac{10}{\dots} \quad 3) \frac{\dots}{40} = \frac{9}{15} \quad 4) \frac{27}{36} = \frac{\dots}{28}$$

283 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

$$1) \frac{24}{36} = \frac{\dots}{21} \quad 2) \frac{24}{30} = \frac{32}{\dots} \quad 3) \frac{27}{63} = \frac{\dots}{77} \quad 4) \frac{18}{\dots} = \frac{24}{60}$$

284 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

$$1) \frac{60}{42} \quad 2) \frac{84}{90} \quad 3) \frac{30}{28} \quad 4) \frac{140}{126} \quad 5) \frac{77}{91} \quad 6) \frac{13}{26}$$

285 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

$$1) \frac{57}{133} \quad 2) \frac{44}{121} \quad 3) \frac{748}{352} \quad 4) \frac{270}{540} \quad 5) \frac{12}{18} \quad 6) \frac{15}{105}$$

286 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

$$1) \frac{90}{105} \quad 2) \frac{81}{54} \quad 3) \frac{48}{56} \quad 4) \frac{68}{85} \quad 5) \frac{200}{418} \quad 6) \frac{2052}{1710}$$

287 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

$$1) \frac{2^3 \cdot 5 \cdot 7^3 \cdot 11}{2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11} \quad 2) \frac{44 \cdot 42 \cdot 156}{196 \cdot 260 \cdot 99} \quad 3) \frac{30 \cdot 19 \cdot 120 \cdot 33}{95 \cdot 2 \cdot 198}$$

288 Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour mettre ces fractions sous forme irréductible :

$$1) \frac{1232}{364} \quad 3) \frac{104}{117} \quad 5) \frac{1386}{4620} \quad 7) \frac{924}{1540}$$

$$2) \frac{231}{315} \quad 4) \frac{68}{85} \quad 6) \frac{231}{308} \quad 8) \frac{135}{308}$$

289 1) Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 2) :

$$\frac{4}{8} ; \frac{8}{8} ; \frac{1}{8} ; \frac{5}{8} ; \frac{10}{8} ; \frac{2}{8} ; \frac{7}{8} ; \frac{6}{8} ; \frac{15}{8} ; \frac{11}{8}$$

2) Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

$$\frac{8}{4} ; \frac{8}{8} ; \frac{8}{3} ; \frac{8}{5} ; \frac{8}{10} ; \frac{8}{2} ; \frac{8}{7} ; \frac{8}{6} ; \frac{8}{15} ; \frac{8}{11}$$

290 Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

$$\frac{7}{3} ; \frac{7}{2} ; \frac{7}{4} ; 3,4 ; 2,3 ; 1,6$$

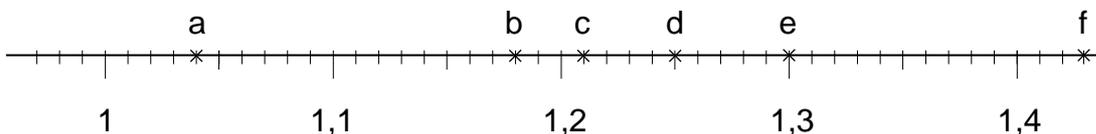
291 Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

$$2,5 ; \frac{1}{5} ; \frac{5}{2} ; 1,25 ; \frac{3}{3} ; 0,2 ; \frac{5}{4} ; 1$$

292 Exprimer les nombres suivants d'abord par leur écriture décimale, puis sous la forme d'une fraction irréductible :



293 Exprimer les nombres suivants d'abord par leur écriture décimale, puis sous la forme d'une fraction irréductible :



294 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

$$1) \frac{5}{13} ; \frac{2}{13} ; \frac{19}{13} ; \frac{13}{13} \quad 2) \frac{1}{2} ; \frac{3}{4} ; \frac{1}{3} ; \frac{19}{28} \quad 3) \frac{11}{9} ; \frac{7}{6} ; 3 ; \frac{19}{18}$$

295 Classer les nombres suivants par ordre décroissant :

1) $\frac{7}{3}$; $\frac{7}{5}$; 7 ; $\frac{7}{11}$; $\frac{7}{24}$

2) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{12}{5}$

296 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{9} + \frac{1}{12}$

3) $\frac{3}{4} + \frac{1}{15}$

5) $\frac{5}{18} + \frac{11}{30}$

2) $\frac{3}{8} + \frac{9}{14}$

4) $\frac{7}{10} + \frac{5}{12}$

6) $\frac{1}{5} + \frac{5}{12}$

297 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$

3) $\frac{2}{7} + \frac{5}{7}$

5) $1 + \frac{3}{4}$

2) $\frac{2}{3} + \frac{3}{7}$

4) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

6) $\frac{2}{3} + \frac{3}{2}$

298 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{3}{5} + \frac{7}{15}$

3) $\frac{4}{20} + \frac{27}{15}$

5) $\frac{3}{25} + \frac{25}{3}$

2) $\frac{7}{11} + \frac{10}{55}$

4) $\frac{2}{21} + \frac{7}{4}$

6) $\frac{7}{48} + \frac{7}{12}$

299 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4}$

3) $\frac{17}{36} + \frac{7}{12} + \frac{1}{8}$

2) $\frac{1}{2} + \frac{4}{7} + 5$

4) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8}$

300 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$1) \frac{5}{8} + \frac{7}{12} + \frac{19}{18}$$

$$3) \frac{3}{7} + \frac{2}{9} + \frac{2}{3}$$

$$2) \frac{5}{48} + \frac{7}{32} + \frac{11}{16}$$

$$4) \frac{7}{5} + \frac{3}{4} + 2$$

301 Calculer les différences suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$1) \frac{4}{5} - \frac{3}{15}$$

$$3) \frac{12}{7} - \frac{19}{21}$$

$$5) \frac{9}{10} - \frac{8}{45}$$

$$2) 7 - \frac{5}{6}$$

$$4) \frac{19}{12} - \frac{7}{9}$$

$$6) 13 - \frac{29}{6}$$

302 Effectuer les soustractions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$1) \frac{22}{27} - \frac{1}{18}$$

$$3) \frac{17}{18} - \frac{1}{12}$$

$$5) \frac{34}{5} - \frac{2}{15}$$

$$2) \frac{32}{9} - \frac{1}{5}$$

$$4) \frac{17}{8} - \frac{4}{9}$$

$$6) \frac{14}{25} - \frac{1}{5}$$

303 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$1) \frac{4}{5} + \frac{3}{9}$$

$$3) \frac{4}{3} + \frac{2}{5}$$

$$5) \frac{19}{20} - \frac{8}{15}$$

$$2) \frac{7}{12} + \frac{5}{8}$$

$$4) \frac{5}{21} - \frac{2}{12}$$

$$6) \frac{5}{21} - \frac{2}{15}$$

304 Tracer un segment **AB** mesurant 12 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{2}{3}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

- 305** Tracer un segment **AB** mesurant 10 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{3}{4}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

- 306** Tracer un segment **AB** mesurant 6 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{7}{3}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

- 307** Tracer un segment **AB** mesurant 7 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{3}{2}$ de **AB**.

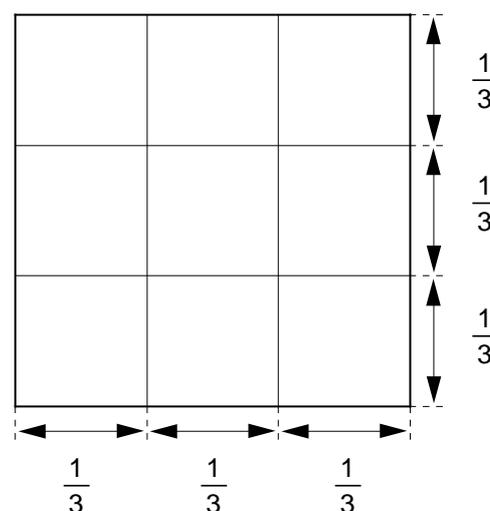
Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

- 308** Calculer $\frac{3}{5}$ de 20 cm .

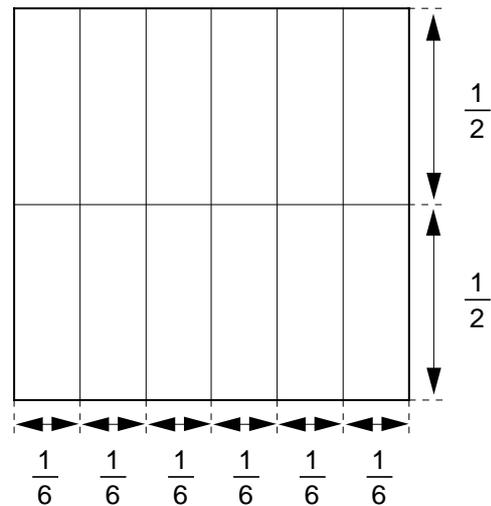
- 309** Calculer $\frac{4}{3}$ de 24 cm .

- 310** Calculer $\frac{5}{4}$ de 14 cm .

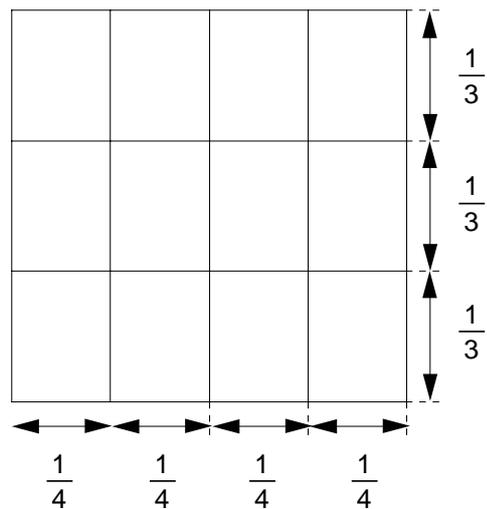
- 311** Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement le tiers et les deux tiers du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



- 312** Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement la moitié et les cinq sixièmes du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



- 313** Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement les trois quarts et les deux tiers du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



314 Copier et compléter ces tableaux :

.	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{5}{6}$		
$\frac{3}{5}$		

.		
$\frac{5}{2}$	1	3
	$\frac{2}{15}$	

.		$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	
		$\frac{1}{8}$

315 Copier et compléter ces tableaux :

.	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{2}{5}$		
$\frac{3}{4}$		

.		$\frac{1}{3}$
7	4	
		$\frac{4}{5}$

.	$\frac{4}{5}$	
$\frac{2}{3}$		1
	2	

316 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$

3) $\frac{12}{15} \cdot \frac{75}{36}$

5) $\frac{4}{21} \cdot \frac{28}{5}$

2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}$

4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{21}$

6) $\frac{57}{48} \cdot \frac{16}{95}$

317 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{18}{21}$

3) $\frac{4}{3} \cdot 6$

5) $\frac{56}{54} \cdot \frac{81}{72}$

7) $\frac{1}{7} \cdot 0$

2) $\frac{1}{9} \cdot 3$

4) $\frac{15}{19} \cdot 19$

6) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$

8) $\frac{4}{9} \cdot 1$

318 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{35}{18} \cdot \frac{15}{105} & 3) \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5} & 5) \frac{3}{7} \cdot 21 & 7) 35 \cdot \frac{4}{56} \\
 2) \frac{121}{99} \cdot \frac{36}{77} & 4) \frac{60}{49} \cdot \frac{126}{60} & 6) \frac{115}{145} \cdot \frac{87}{69} & 8) \frac{52}{102} \cdot \frac{34}{65}
 \end{array}$$

319 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{15}{19} \cdot \frac{119}{51} \cdot \frac{57}{105} & 4) \frac{16}{27} \cdot \frac{125}{100} \cdot \frac{45}{2} \\
 2) \frac{4}{15} \cdot 6 \cdot \frac{10}{16} & 5) 100 \cdot \frac{5}{49} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{7}{100} \\
 3) \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{77} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{25}{28} & 6) \frac{35}{18} \cdot \frac{52}{102} \cdot \frac{18}{105} \cdot \frac{34}{65}
 \end{array}$$

320 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{12}{7} : \frac{3}{4} & 3) \frac{14}{15} : 7 & 5) \frac{9}{13} : \frac{1}{3} \\
 2) \frac{14}{36} : \frac{35}{81} & 4) 7 : \frac{15}{14} & 6) \frac{27}{14} : \frac{3}{7}
 \end{array}$$

321 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{9}{5} : 1 & 3) \frac{17}{4} : \frac{4}{17} & 5) \frac{4}{5} : \frac{2}{5} \\
 2) 1 : \frac{4}{7} & 4) \frac{12}{7} : \frac{12}{7} & 6) \frac{121}{56} : \frac{11}{8}
 \end{array}$$

322 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{33}{8} : \frac{99}{25} & 3) \frac{26}{5} : \frac{39}{24} & 5) \frac{72}{5} : \frac{90}{105} \\
 2) 5 : \frac{4}{15} & 4) \frac{15}{12} : \frac{25}{27} & 6) \frac{3}{5} : \frac{5}{24}
 \end{array}$$

323 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{ll}
 1) 7 \cdot \frac{5}{21} + \frac{2}{5} & 3) 3 \cdot \frac{5}{12} - \frac{5}{7}
 \end{array}$$

2) $9 \cdot \frac{7}{24} + \frac{1}{4}$

4) $\frac{1}{5} + 12 \cdot \frac{7}{36}$

324 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $2 \cdot \frac{3}{4} + 7 \cdot \frac{2}{3}$

3) $7 \cdot \frac{2}{14} - \frac{4}{7}$

2) $2 \cdot \frac{4}{5} + 3 \cdot \frac{5}{6}$

4) $14 \cdot \frac{5}{21} - 5 \cdot \frac{7}{15}$

325 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

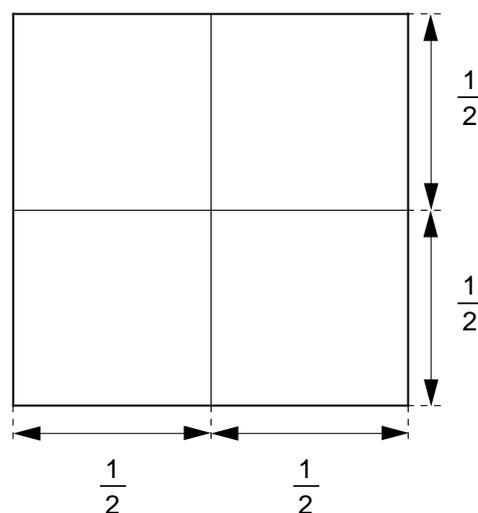
1) $\frac{13}{27} \cdot \frac{18}{5} + \frac{13}{210} \cdot \frac{28}{65}$

3) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}$

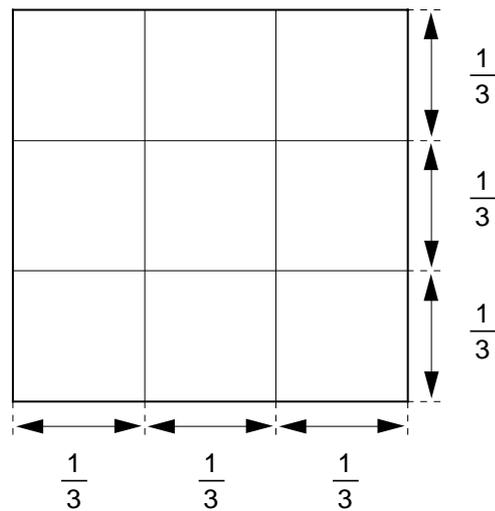
2) $\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{14} + \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{7}$

4) $5 \cdot \frac{5}{9} - \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{5}$

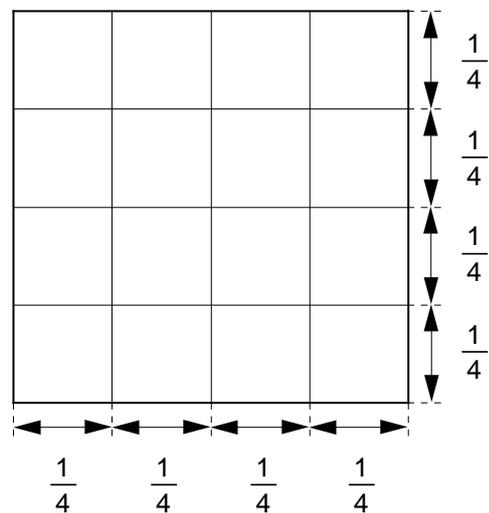
326 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure la moitié du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



- 327** Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure les deux tiers du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



- 328** Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure les trois quarts du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



329 Calculer :

$$\begin{array}{llll} 1) \left(\frac{3}{2}\right)^2 & 3) \left(\frac{7}{3}\right)^2 & 5) \left(\frac{2}{5}\right)^2 & 7) \left(\frac{11}{7}\right)^2 \\ 2) \left(\frac{3}{4}\right)^2 & 4) \left(\frac{4}{5}\right)^2 & 6) \left(\frac{1}{10}\right)^2 & 8) \left(\frac{7}{9}\right)^2 \end{array}$$

330 Calculer :

$$\begin{array}{llll} 1) \left(\frac{10}{4}\right)^2 & 3) \left(\frac{9}{12}\right)^2 & 5) \left(\frac{6}{12}\right)^2 & 7) \left(\frac{12}{6}\right)^2 \\ 2) \left(\frac{8}{20}\right)^2 & 4) \left(\frac{15}{9}\right)^2 & 6) \left(\frac{7}{14}\right)^2 & 8) \left(\frac{10}{25}\right)^2 \end{array}$$

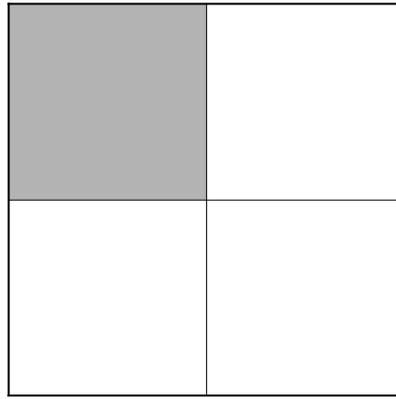
331 Calculer :

$$\begin{array}{llll} 1) \left(\frac{2}{3}\right)^4 & 3) \left(\frac{2}{5}\right)^4 & 5) \left(\frac{5}{4}\right)^3 & 7) \left(\frac{4}{3}\right)^3 \\ 2) \left(\frac{1}{10}\right)^3 & 4) \left(\frac{1}{6}\right)^3 & 6) \left(\frac{10}{3}\right)^3 & 8) \left(\frac{3}{5}\right)^5 \end{array}$$

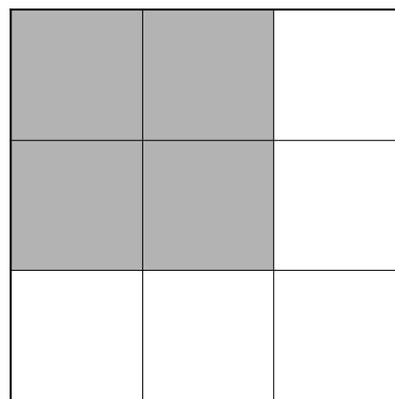
332 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{ll} 1) \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{9} & 3) \frac{6}{7} \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^2 \\ 2) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{8}{5} & 4) \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \end{array}$$

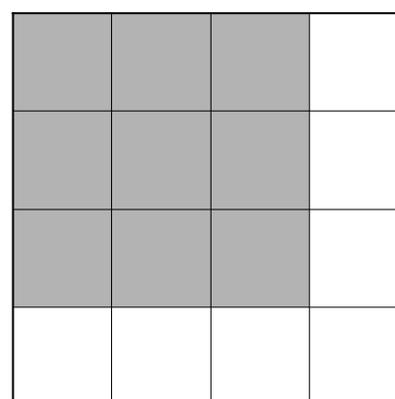
- 333** L'aire du carré ombré représente le quart de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



- 334** L'aire du carré ombré représente les quatre neuvièmes de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



- 335** L'aire du carré ombré représente les neuf seizièmes de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



- 336** Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ 2) $\sqrt{\frac{25}{64}}$ 3) $\sqrt{\frac{50}{8}}$ 4) $\sqrt{\frac{18}{32}}$ 5) $\sqrt{\frac{12}{27}}$

- 337** Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{\sqrt{16}}{25}$ 2) $\frac{16}{\sqrt{25}}$ 3) $\sqrt{\frac{16}{25}}$
 4) $\frac{\sqrt{4}}{16}$ 5) $\frac{4}{\sqrt{16}}$ 6) $\sqrt{\frac{4}{16}}$

338 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\sqrt{\frac{100}{64}}$

2) $\frac{\sqrt{100}}{64}$

3) $\frac{100}{\sqrt{64}}$

4) $\sqrt{\frac{81}{9}}$

5) $\frac{\sqrt{81}}{9}$

6) $\frac{81}{\sqrt{9}}$

339 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

3) $\sqrt[3]{\frac{16}{54}}$

5) $\sqrt[3]{\frac{40}{135}}$

2) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$

4) $\sqrt[3]{\frac{3}{24}}$

6) $\sqrt[3]{\frac{7}{56}}$

340 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{15}$

3) $\frac{18}{49} \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^3$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{12}{5}$

4) $\left(\frac{6}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^3$

341 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{3}{5} - \frac{1}{3}$

3) $\frac{4}{7} : \frac{21}{6}$

5) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$

2) $\frac{12}{35} \cdot \frac{21}{42}$

4) $\frac{6}{12} + \frac{3}{9}$

6) $\sqrt{\frac{16}{25}}$

342 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{24}{56} \cdot \frac{63}{81}$

3) $\frac{4}{6} - \frac{1}{3}$

5) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$

2) $\frac{2}{5} : \frac{7}{40}$

4) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)$

6) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7}$

343 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{1}{3} + \frac{5}{6} & 3) \frac{42}{55} : \frac{77}{75} & 5) \frac{5}{12} - \frac{1}{4} \\
 2) \frac{30}{77} \cdot \frac{33}{40} & 4) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{5} & 6) \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{12}
 \end{array}$$

344 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) & 3) \frac{5}{9} : \frac{6}{7} & 5) \left(\frac{2}{5}\right)^3 \\
 2) \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{9} & 4) \sqrt{\frac{36}{25}} & 6) \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2
 \end{array}$$

345 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{4}{7} - \frac{3}{14} & 3) \frac{1}{2} : \frac{3}{7} & 5) \frac{5}{15} + \frac{14}{21} \\
 2) \frac{3}{8} \cdot \frac{12}{27} & 4) \frac{2}{3} : 7 & 6) \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{10}{3}
 \end{array}$$

346 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{2}{3} : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) & 3) \left[\frac{2}{5} : 3\right] : \left[\frac{2}{5} + 3\right] & 5) \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{3}\right) : \frac{3}{7} \\
 2) \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}\right] : \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{3}\right] & 4) \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} & 6) \frac{90}{49} : \frac{50}{231}
 \end{array}$$

347 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} & 3) \frac{12}{15} : \frac{25}{9} & 5) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{4}{9} \\
 2) \frac{1}{4} + \frac{5}{6} & 4) \frac{4}{9} - \frac{1}{6} & 6) \left(\frac{2}{3} + 3\right) \cdot \frac{5}{6}
 \end{array}$$

348 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{7} \cdot \frac{8}{7}$

3) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{5}{6}$

5) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{27}{25}$

2) $3 : \frac{4}{5}$

4) $\sqrt{\frac{64}{25}}$

6) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 + \frac{3}{7}$

349 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{3}}$

3) $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7}\right)$

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$

2) $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} : 3$

4) $\frac{2}{5} \cdot \left(2 + \frac{3}{4}\right)$

6) $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} + \frac{7}{10}$

350 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{1}{3}$ et $y = \frac{3}{5}$:

1) $2xy$

2) $x - 2y$

3) $6x^2 - 2x + 4$

4) $x^2y + xy^2$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

351 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{1}{2}$ et $y = \frac{2}{3}$:

1) $3xy$

2) $4x + 3y$

3) $5x^2 - y$

4) $9y^3 + 1$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

352 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{5}{6}$ et $y = \frac{3}{10}$:

1) $8xy$

2) $2xy + 2$

3) $3x + 15y$

4) $25y^2 - 3x$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

353 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4 + \frac{1}{3}}{4 - \frac{1}{3}}$

3) $\frac{\frac{1}{6} \cdot \left(4 + \frac{2}{3}\right)}{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}}$

$$2) \frac{\frac{4}{7} + \frac{2}{5}}{\frac{3}{7} + \frac{1}{5}}$$

$$4) \frac{\frac{1}{3} \cdot \left(4 + \frac{3}{8}\right)}{\frac{5}{2} - \frac{1}{10}}$$

354 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$1) \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}}$$

$$3) \frac{\frac{4}{7} + \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{7}}$$

$$2) \frac{\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{10}}{\frac{3}{5} + \frac{3}{4}}$$

$$4) \frac{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{5}}$$

355 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$1) \frac{3 \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{15}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

$$3) \frac{4 \cdot \left(2 + \frac{1}{3}\right)}{\frac{4}{5} + 2}$$

$$2) \frac{\frac{2}{7} + \frac{4}{3}}{\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{7}}$$

$$4) \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7}}{\frac{6}{7} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14}}$$

356 Calculer la valeur de $\frac{1+2ab}{c}$ si

$$1) \quad a = \frac{1}{2} \quad b = \frac{2}{5} \quad c = \frac{1}{3}$$

$$3) \quad a = \frac{2}{3} \quad b = \frac{6}{5} \quad c = \frac{1}{20}$$

$$2) \quad a = \frac{3}{5} \quad b = \frac{3}{2} \quad c = \frac{7}{15}$$

$$4) \quad a = \frac{1}{4} \quad b = \frac{1}{3} \quad c = \frac{1}{2}$$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

357 Calculer la valeur de $\frac{x+y}{xy}$ si

1) $x = \frac{1}{2}$ et $y = \frac{1}{4}$

3) $x = \frac{1}{6}$ et $y = \frac{2}{9}$

2) $x = \frac{3}{5}$ et $y = \frac{2}{5}$

4) $x = \frac{2}{5}$ et $y = 2$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

358 Calculer la valeur de $\frac{x+2y}{x-2y}$ si

1) $x = \frac{4}{5}$ et $y = \frac{1}{15}$

3) $x = \frac{7}{3}$ et $y = \frac{1}{2}$

2) $x = \frac{7}{9}$ et $y = \frac{1}{6}$

4) $x = \frac{2}{9}$ et $y = \frac{1}{24}$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

359 Pierre avait 56 fr. Il a dépensé les $\frac{3}{7}$ de cette somme. Combien d'argent lui reste-t-il ?

360 Une maison occupe les $\frac{3}{20}$ d'un terrain de 600 m². Combien de m² de ce terrain la maison occupe-t-elle ?

361 On a vendu les $\frac{2}{5}$ d'une pièce de tissu qui mesurait 45 m. Quelle longueur de tissu reste-t-il ?

362 Une somme de 420 fr. est partagée entre trois personnes.

La première reçoit $\frac{2}{5}$ de la somme.

La deuxième reçoit $\frac{1}{3}$ de la somme.

La troisième reçoit le reste. Combien chaque personne reçoit-elle ?

- 363** On a aménagé un terrain de 960 m^2 . La maison occupe les $\frac{3}{32}$ du terrain, la cour $\frac{1}{8}$ du terrain et le jardin occupe le reste. Quelle est l'aire du jardin ?

364 Sandra gagne 3900 fr. par mois. Elle consacre $\frac{3}{20}$ de cette somme à son loyer, et $\frac{1}{13}$ aux impôts. Elle dépense 2000 fr. par mois pour vivre.

Combien peut-elle économiser chaque mois ?

365 Quelle est la somme dont ... ?

1) 6 fr. représentent $\frac{1}{8}$

4) 300 fr. représentent $\frac{2}{7}$

2) 87 fr. représentent $\frac{1}{4}$

5) 1800 fr. représentent $\frac{4}{5}$

3) 105 fr. représentent $\frac{3}{5}$

6) 500 fr. représentent $\frac{2}{9}$

366 Quelle est l'aire d'un rectangle dont ... ?

1) les $\frac{3}{5}$ mesurent 150 m^2

4) les $\frac{6}{7}$ mesurent 450 m^2

2) les $\frac{3}{7}$ mesurent 2100 cm^2

5) les $\frac{4}{5}$ mesurent 280 cm^2

3) les $\frac{2}{3}$ mesurent 44 m^2

6) les $\frac{3}{4}$ mesurent 72 m^2

367 Quelle est la longueur dont ... ?

1) 36 m représentent $\frac{1}{6}$

4) 108 km représentent $\frac{4}{9}$

2) 480 m représentent $\frac{3}{4}$

5) 140 km représentent $\frac{2}{5}$

3) 112 cm représentent $\frac{2}{7}$

6) 600 m représentent $\frac{3}{10}$

368 En achetant un livre qui coûtait 28 fr., j'ai dépensé les $\frac{4}{5}$ de ce que j'avais.

Quelle somme avais-je ?

369 On partage une certaine somme entre trois personnes.

La première reçoit $\frac{2}{5}$ de la somme, soit 2160 fr.

La deuxième reçoit $\frac{1}{3}$ de la somme, et la dernière reçoit le reste.

Quelle est la somme partagée, et quelles sont les parts des deux dernières personnes ?

370 Après 28 km de voyage, j'ai calculé que j'avais déjà parcouru les $\frac{2}{7}$ de mon trajet.

Quelle est la longueur du trajet ?

371 Les $\frac{4}{21}$ d'un terrain mesurent 24 m². Quelle est l'aire du terrain ?

372 On a vendu $\frac{1}{7}$ d'une pièce de tissu de 28 m. Plus tard, on a encore vendu le tiers de ce qui restait. Quelle longueur de tissu a-t-on vendue en tout ?

373 Un cultivateur avait un stock de blé de 19 800 kg. Il en a vendu d'abord le cinquième, puis le quart du reste, puis le tiers du nouveau reste, enfin la moitié de ce qui restait encore. Combien de kg de blé a-t-il vendus chaque fois ?

374 Calculer :

1) la moitié du tiers de 48 fr.

4) $\frac{2}{5}$ des $\frac{5}{6}$ de 63 fr.

2) $\frac{2}{5}$ du quart de 60 m

5) $\frac{3}{2}$ des $\frac{7}{8}$ de 320 m

3) le tiers des $\frac{3}{4}$ de 28 fr.

6) $\frac{4}{3}$ du tiers de 72 fr.

375 Calculer :

- 1) le tiers du quart de la moitié de 96 fr.
- 2) les deux cinquièmes des trois quarts de 90 fr.
- 3) les trois septièmes des quatre cinquièmes de 700 fr.
- 4) les deux cinquièmes du tiers de 60 m
- 5) le septième des sept quinzièmes de 60 fr.
- 6) les dix tiers des trois quarts de 26 m

376 Calculer :

- | | |
|---|---|
| 1) $\frac{4}{7}$ des $\frac{5}{8}$ de 490 fr. | 4) $\frac{5}{3}$ des $\frac{3}{2}$ de 8 fr. |
| 2) $\frac{3}{5}$ des $\frac{2}{3}$ de 25 fr. | 5) $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{5}$ de 75 m |
| 3) $\frac{2}{5}$ du huitième de 200 m | 6) la moitié des $\frac{4}{5}$ de 160 kg |

377 Olivier a les $\frac{7}{16}$ des $\frac{2}{3}$ de l'âge de sa mère. La mère d'Olivier a 48 ans; quel est l'âge d'Olivier ?

378 Pierre dit à sa soeur pour l'impressionner: "Ce livre a coûté très cher. Je l'ai payé

$$\frac{5}{12} \text{ des } \frac{6}{5} \text{ de 20 fr.}"$$

Quel est le prix du livre ?

379 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $(-3) + \left(-\frac{1}{5}\right)$ | 3) $\left(-\frac{4}{7}\right) - (-1)$ | 5) $(+1) - \left(+\frac{1}{2}\right)$ |
| 2) $\left(-\frac{1}{4}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$ | 4) $\left(-\frac{3}{8}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$ | 6) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{4}{9}\right)$ |

380 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

- | | | |
|--|--|---|
| 1) $(-5) + \left(+\frac{7}{6}\right)$ | 3) $\left(-\frac{5}{8}\right) + \left(-\frac{19}{12}\right)$ | 5) $\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{15}\right)$ |
| 2) $\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{6}{9}\right)$ | 4) $\left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{5}{16}\right)$ | 6) $\left(-\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$ |

381 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll} 1) \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{7}{2}\right) & 3) \left(-\frac{7}{8}\right) + \left(+\frac{4}{5}\right) & 5) \left(+\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) \\ 2) \left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{2}{7}\right) & 4) \left(-\frac{32}{27}\right) - \left(-\frac{5}{36}\right) & 6) \left(-\frac{4}{5}\right) - \left(+\frac{7}{4}\right) + \left(+\frac{2}{7}\right) \end{array}$$

382 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

$$\frac{1}{3} ; -\frac{3}{14} ; \frac{5}{6} ; \frac{1}{7} ; -\frac{2}{7} ; \frac{5}{42}$$

383 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

$$\begin{array}{l} 1) \frac{1}{2} ; \frac{4}{5} ; -\frac{2}{5} ; \frac{2}{3} ; -1,5 \\ 2) -\frac{4}{21} ; \frac{1}{3} ; -\frac{2}{3} ; \frac{5}{42} ; -\frac{1}{7} ; \frac{2}{7} \end{array}$$

384 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll} 1) \left(-\frac{11}{24}\right) \cdot \left(+\frac{16}{55}\right) & 3) \left(-\frac{14}{3}\right) \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) & 5) (+3) \cdot \left(-\frac{4}{39}\right) \\ 2) \left(+\frac{21}{49}\right) \cdot \left(-\frac{32}{40}\right) & 4) \left(+\frac{4}{7}\right) \cdot (-14) & 6) \left(-\frac{10}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) \end{array}$$

385 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll} 1) \left(+\frac{3}{2}\right) \cdot \left(+\frac{1}{5}\right) & 3) \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) & 5) \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) \\ 2) \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{2}{7}\right) & 4) \left(+\frac{10}{7}\right) \cdot \left(-\frac{14}{5}\right) & 6) \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \left(+\frac{14}{25}\right) \end{array}$$

386 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\begin{array}{lll} 1) \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{5}{8}\right) & 3) \left(+\frac{49}{15}\right) \cdot \left(+\frac{25}{14}\right) & 5) \left(+\frac{4}{15}\right) \cdot \left(-\frac{20}{7}\right) \\ 2) \left(-\frac{12}{15}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) & 4) \left(+\frac{26}{25}\right) \cdot \left(+\frac{10}{39}\right) & 6) \left(-\frac{32}{27}\right) \cdot \left(-\frac{9}{8}\right) \end{array}$$

387 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$1) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} - \frac{4}{5} \cdot \frac{35}{14}$$

$$3) \left(+\frac{12}{35} \right) \cdot \left(+\frac{25}{36} \right) - \left(-\frac{22}{49} \right) \cdot \left(+\frac{21}{36} \right)$$

$$2) \left(-\frac{4}{7} \right) \cdot \left(+\frac{21}{2} \right) + \left(-\frac{13}{2} \right) \cdot \left(-\frac{4}{39} \right)$$

$$4) \left(-\frac{18}{121} \right) \cdot \left(-\frac{77}{45} \right) + \left(+\frac{135}{14} \right) \cdot \left(-\frac{8}{27} \right)$$

388 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$1) \frac{2}{5} + \frac{3}{8} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} \right]$$

$$2) -3 + \frac{2}{3} \cdot \left[-\frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{5}{6} - 1 \right]$$

$$3) -3^2 - \left(-\frac{2}{7} \right)^2 \cdot \frac{49}{8} - 2 \cdot \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^2 \cdot \left(-\frac{6}{5} \right) \right]$$

389 Calculer la valeur de $ab + bc$ si

$$1) a = -1 \quad b = \frac{1}{2} \quad c = \frac{4}{5}$$

$$3) a = -\frac{3}{4} \quad b = -\frac{6}{7} \quad c = -\frac{1}{2}$$

$$2) a = -\frac{1}{3} \quad b = -3 \quad c = \frac{1}{6}$$

$$4) a = -\frac{2}{3} \quad b = -\frac{5}{2} \quad c = -\frac{3}{5}$$

390 Calculer la valeur de $a - bc$ si

$$1) a = -\frac{1}{3} \quad b = -\frac{11}{5} \quad c = -\frac{4}{33}$$

$$3) a = -1 \quad b = -\frac{7}{2} \quad c = 8$$

$$2) a = \frac{3}{4} \quad b = 0 \quad c = \frac{4}{15}$$

$$4) a = -\frac{5}{3} \quad b = \frac{4}{7} \quad c = -\frac{14}{3}$$

391 Calculer la valeur de a^3bc^2 si

1) $a = \frac{4}{5}$ $b = -5$ $c = -\frac{1}{2}$ 3) $a = -\frac{3}{4}$ $b = 0$ $c = -11$

2) $a = -\frac{1}{3}$ $b = -\frac{1}{4}$ $c = -\frac{3}{2}$ 4) $a = 2$ $b = -\frac{5}{2}$ $c = -\frac{3}{5}$

392 Calculer la valeur de $\frac{x+5y}{x}$ si

1) $x = \frac{2}{3}$ $y = -4$ 2) $x = -4$ $y = -\frac{8}{5}$ 3) $x = -\frac{1}{2}$ $y = \frac{7}{10}$

393 Calculer la valeur de $2a \cdot (1 - b^2)$ si

1) $a = \frac{3}{5}$ $b = \frac{7}{2}$ 2) $a = -\frac{5}{7}$ $b = +\frac{2}{5}$

394 Calculer la valeur de $\frac{xy+3x-1}{x+y}$ si

1) $x = -\frac{4}{3}$ $y = \frac{1}{2}$ 2) $x = -\frac{1}{2}$ $y = -\frac{1}{2}$ 3) $x = \frac{5}{6}$ $y = -\frac{3}{20}$

395 Calculer la valeur de $\frac{4xy - 3xz + 2}{x - y - xz}$ si

1) $x = -\frac{1}{3}$ $y = -\frac{1}{2}$ $z = -\frac{2}{3}$ 2) $x = \frac{1}{5}$ $y = -\frac{1}{4}$ $z = \frac{5}{3}$

396 Calculer la valeur de $\frac{3x^2 - 5xy + y^2}{x - y}$ si

1) $x = -2$ $y = \frac{1}{4}$ 2) $x = -\frac{3}{2}$ $y = -\frac{1}{5}$ 3) $x = \frac{1}{3}$ $y = -\frac{3}{5}$

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

- 397** Les Grecs de l'Antiquité appelaient "nombre parfait" un entier positif qui est égal à la somme de ses diviseurs propres (c'est-à-dire de ses diviseurs autres que lui-même).

Par exemple, 6 est un nombre parfait, car l'ensemble de ses diviseurs propres est $\{1 ; 2 ; 3\}$ et $1 + 2 + 3 = 6$.

Vérifier que 28 et 496 sont des nombres parfaits.

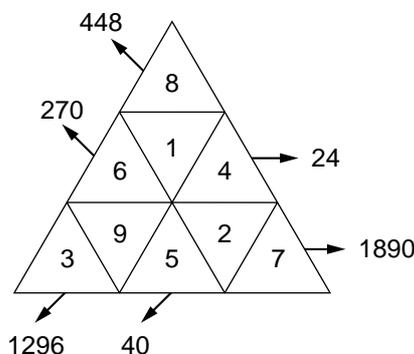
Remarque : On connaît encore d'autres nombres parfaits, par exemple 8128 et 33 550 336. Mais il faut beaucoup de patience (ou un ordinateur) pour le vérifier !

- 398** Les Grecs de l'Antiquité appelaient deux entiers positifs des "nombres amiables" si chacun est égal à la somme des diviseurs propres de l'autre.

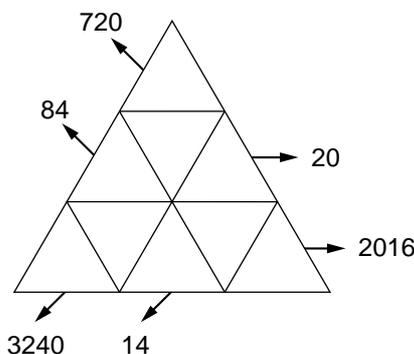
Vérifier que 220 et 284 sont amiables, ainsi que 1184 et 1210.

Remarque : On connaît encore d'autres paires de nombres amiables, par exemple 17 296 et 18 416, ainsi que 9 363 584 et 9 437 056.

- 399** Voici un "triangle des 9 facteurs" :



Chaque chiffre de 1 à 9 est inscrit une et une seule fois dans un triangle. On multiplie ensuite les chiffres alignés.



Dans ce nouveau triangle, les chiffres inscrits dans les cases ont été effacés. Peut-on les retrouver ?

Indication : Chercher d'abord la place des chiffres 5 et 7.

- 400** Peut-on trouver un nombre de neuf chiffres, qui s'écrive au moyen des neuf chiffres autres que 0, et tel que
- le nombre formé par le chiffre de gauche soit divisible par 1
 - le nombre formé par les deux premiers chiffres de gauche soit divisible par 2
 - le nombre formé par les trois premiers chiffres de gauche soit divisible par 3
 - le nombre formé par les quatre premiers chiffres de gauche soit divisible par 4 etc. ...
 - le nombre de 9 chiffres soit divisible par 9.

- 401** Quel est le plus petit nombre qui, divisé par 10 donne 9 comme reste, divisé par 9 donne 8 comme reste, divisé par 8 donne 7 comme reste ... etc. et divisé par 2 donne 1 comme reste ?

- 402** À chaque lettre, on fait correspondre un nombre :

$$A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, \dots$$

Dans ce mot croisé, on a remplacé les définitions par le produit des nombres ainsi obtenus.

Exemple : On remplacerait "MER" par $13 \cdot 5 \cdot 18 = 1170$.

Horizontalement:

- a) 855
- b) 2394
- c) 5 ** 9 ** 13
- d) 399 ** 60
- e) 19 ** 19

Verticalement:

- a) 665
- b) 3 ** 399
- c) 486
- d) 95 ** 12
- e) 19 ** 1235

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					

- 403** La fraction $\frac{7269}{14538}$ a les propriétés suivantes :

- a) le numérateur est un nombre de 4 chiffres;
- b) le dénominateur est un nombre de 5 chiffres;
- c) chacun des chiffres de 1 à 9 est utilisé exactement une fois;
- d) $\frac{7269}{14538} = \frac{1}{2}$.

Trouver d'autres fractions qui ont les mêmes propriétés.

404 Une fraction dont le numérateur est égal à 1 s'appelle une "fraction unitaire"

(comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$...). Dans l'Antiquité, les Egyptiens calculaient avec des

fractions. Mais ils n'utilisaient que des fractions dont le numérateur est égal à 1

(à l'exception, toutefois, de $\frac{2}{3}$). Toute autre fraction devait être décomposée en

une somme de fractions de numérateur 1 et de dénominateurs différents.

Les scribes disposaient de tabelles pour faire ces transformations.

Exemple : $\frac{1}{6} + \frac{1}{18}$, c'est le double de $\frac{1}{9}$, car $\frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{3+1}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$.

Calculer :

1) $\frac{1}{6} + \frac{1}{66}$, c'est le double de

2) $\frac{1}{54} + \frac{1}{162}$, c'est le double de

3) $\frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68}$, c'est le double de

4) $\frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$, c'est le double de

Remarque : Cette décomposition en fractions unitaires devait respecter certaines règles, notamment :

- on choisissait des sommes avec le moins de termes possible;
- le dénominateur ne devait pas être plus grand que 1000;
- on ne pouvait pas avoir deux fois le même dénominateur;
- les dénominateurs pairs étaient préférés aux dénominateurs impairs.

(d'après le papyrus de Rhind)

405 (**Rappel** : voir l'exercice 404). Dans l'Antiquité, les Egyptiens ne calculaient

qu'avec des "fractions unitaires" (de numérateur égal à 1), à l'exception de $\frac{2}{3}$.

Pour effectuer leurs calculs, ils devaient souvent remplacer une fraction unitaire par une somme de fractions unitaires, ou, au contraire, remplacer une somme de fractions unitaires par une seule fraction de numérateur égal à 1.

Compléter :

1) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{\dots}$

2) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{\dots}$

3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{\dots}$

4) $\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \frac{1}{\dots}$

5) $\frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = \frac{1}{\dots}$

6) $\frac{1}{8} + \frac{1}{56} = \frac{1}{\dots}$

7) $\frac{1}{13} + \frac{1}{26} + \frac{1}{104} = \frac{1}{\dots}$

8) $\frac{1}{14} + \frac{1}{28} + \frac{1}{56} = \frac{1}{\dots}$

406 (Rappel : voir l'exercice 404). Dans l'Antiquité, les Egyptiens n'utilisaient que

des "fractions unitaires" (de numérateur égal à 1), à l'exception de $\frac{2}{3}$.

Toute autre fraction devait être décomposée en une somme de fractions unitaires de dénominateurs différents.

Le papyrus de Rhind explique comment calculer les $\frac{2}{3}$ d'une fraction (unitaire) :

"Calculer $\frac{2}{3}$ d'une fraction impaire. Si on te dit : "Quels sont les $\frac{2}{3}$ de ... ?". Tu fais

2 fois son dénominateur et 6 fois son dénominateur; $\frac{2}{3}$ de la fraction, c'est cela.

Cette règle s'applique tout aussi bien pour chaque fraction qui peut se présenter."

Traduit dans notre notation on a, par exemple :

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{5} = \frac{1}{\boxed{2} \cdot 5} + \frac{1}{\boxed{6} \cdot 5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$$

Remarque: la "règle des $\frac{2}{3}$ " est aussi utilisable pour chercher les $\frac{2}{3}$ d'une fraction

unitaire dont le dénominateur est pair. Mais les Egyptiens disposaient alors d'une règle simplifiée.

Calculer, en appliquant cette règle :

1) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{7}$ 2) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{15} + \frac{1}{75}$ 3) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$

407 Pour lire le message caché dans ce tableau, il faut:

- Effectuer le calcul situé dans la case "DÉBUT" et inscrire la lettre qui s'y trouve.
- Chercher la case dont la première fraction est celle du résultat trouvé.
- Inscrire la lettre qui s'y trouve et effectuer le calcul.
- Chercher la case dont la première fraction est celle du résultat trouvé.

Et ainsi de suite.

DÉBUT	Q	FIN	S	A	T	O
$\frac{1}{2} - \frac{1}{14} =$		$\frac{2}{5} - \frac{9}{35} =$		$\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} =$	$\frac{5}{9} \cdot \frac{27}{10} =$	$\frac{1}{6} \cdot \frac{24}{7} =$
	R		U	O	C	U
$\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{14} =$		$\frac{4}{7} - \frac{25}{56} =$		$\frac{1}{12} + \frac{19}{24} =$	$\frac{1}{8} \cdot 6 =$	$\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{5} =$
	N		A	U	E	M
$\frac{2}{3} - \frac{5}{15} =$		$\frac{4}{5} \cdot \frac{25}{36} =$		$\frac{3}{7} - \frac{8}{35} =$	$\frac{3}{2} - \frac{19}{18} =$	$\frac{3}{5} - \frac{11}{60} =$
	D		E	T	V	S
$\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$		$\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{5} =$		$\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} =$	$\frac{3}{10} + \frac{1}{30} =$	$\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{16} =$
	N		I	R	E	B
$\frac{7}{8} - \frac{7}{40} =$		$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} =$		$\frac{5}{8} + \frac{7}{40} =$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} =$	$\frac{7}{10} \cdot \frac{20}{63} =$

408 Calculer la valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- 1) $\frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{2}$
- 2) $\frac{4}{9} \cdot x = -3$
- 3) $-\frac{7}{12} \cdot x = -\frac{1}{8}$
- 4) $9 \cdot x = -\frac{1}{4}$
- 5) $(-1) \cdot x = \frac{13}{9}$
- 6) $\frac{6}{25} \cdot x = -\frac{18}{5}$

409 Calculer la valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- 1) $-\frac{5}{7} : x = -\frac{1}{3}$
- 2) $\frac{14}{15} : x = -1$
- 3) $-\frac{13}{8} : x = \frac{1}{2}$
- 4) $x : \left(-\frac{16}{9}\right) = \frac{3}{4}$
- 5) $x : \frac{2}{15} = -2$
- 6) $x : (-5) = \frac{1}{3}$

410 Calculer la valeur (ou les valeurs) de x pour laquelle l'égalité est vraie.
Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1) $x^2 = \frac{4}{9}$

3) $-\frac{4}{5} \cdot x = \frac{3}{5}$

5) $x^2 = \frac{4}{25}$

2) $x^2 = \frac{1}{4}$

4) $\sqrt{x} = \frac{2}{5}$

6) $x^2 = \frac{1}{9}$

411 Simplifier chacune des fractions suivantes (a désigne un entier différent de 0) :

1) $\frac{2a}{4}$

2) $\frac{3}{6a}$

3) $\frac{a^2}{3a}$

4) $\frac{2a^2}{a}$

5) $\frac{3a}{6a^2}$

6) $\frac{2a}{2a}$

412 Simplifier chacune des fractions suivantes (a et b désignent des entiers différents de 0) :

1) $\frac{2a}{4b}$

2) $\frac{3a}{5ab}$

3) $\frac{6ab}{3b}$

4) $\frac{10a^2}{12ab}$

5) $\frac{7ab}{21a^2}$

6) $\frac{3a}{9ab}$